

# État quantique et périodicité<sup>1</sup>

X. Oudet

*Fondation Louis de Broglie, 23 rue Marsoulan, 75012 Paris, France*

E-mail: [xavier-oudet@wanadoo.fr](mailto:xavier-oudet@wanadoo.fr)

En électrodynamique tout comme en mécanique aucune propriété des phénomènes ne correspond à la notion de mouvement absolu, Albert Einstein [1].

**RÉSUMÉ.** La notion de rotation intrinsèque de l'électron ou spin est réexaminée. Dans ce but il est souligné que la relativité du mouvement impose : à la rotation de l'électron d'être le reflet de celle du proton, et que les causes qui l'engendrent soient les mêmes dans l'espace de l'électron et dans celui du proton. Ceci conduit à supposer que les quantités de mouvement sont le résultat de variations de masse inerte entre l'électron et le proton, sous forme de grains de matières très petit par rapport à la masse de l'électron. Il en résulte deux flux de matière de sens opposés entre l'électron et le proton qui conduisent à une interprétation de l'expérience de Stern et Gerlach où le champ magnétique ne modifie pas le même flux suivant l'état considéré. Il est ensuite établi que le facteur de Landé comme l'a établi Dirac, résulte du moment cinétique total différent de celui utilisé par Sommerfeld.

**ABSTRACT.** The notion of intrinsic rotation of the electron or spin is revisited. In this view it is underlined that the relativity of the motion imposes: to the rotation of the electron to reflect that of the proton and to the causes generating it to be the same in the space of the electron as well as in the proton one. This leads to suppose that the momenta are due to exchanges of inert mass between the electron and the proton in the form of very small grains compared to the mass of the electron. As a result, there are two fluxes of matter in opposite way between the electron and the proton; they lead to an interpretation of the Stern and Gerlach experiments where the magnetic field does not modify the same flux according to the considered state. It is then established that the Landé factor as given by Dirac results from a total angular momentum different from the one used by Sommerfeld.

## 1 Introduction

Le 17 février 1869 Mendeleïev distribuait à de nombreux chimistes son système de classification des éléments [2]. Ce fut la publication annonciatrice de la mécanique quantique. En effet, il fallut attendre la découverte des propriétés quantiques des électrons dans les atomes pour en comprendre l'organisation. Ce furent d'abord les travaux de Moseley qui, par l'étude de la fréquence des rayons X, apporta des résultats importants en faveur du

---

<sup>1</sup> Cet article est la version française du texte anglais Ann. Fondation Louis de Broglie 36, 137-157, 2011

numéro atomique. Un exposé très complet sur la spectroscopie et la mécanique quantique se trouve dans l'ouvrage de White « Introduction to Atomic Spectra » qui donne un très grand nombre de résultats expérimentaux et de références concernant les raies spectrales, la mécanique quantique et le tableau périodique [3]. Après le numéro atomique ce fut la découverte des nombreuses séries spectrales de Balmer (1885), Rydberg, Paschen pour ne citer que les plus connus. Ces chercheurs montraient le rôle d'un nombre entier dans la variation de la fréquence des raies correspondantes. Grâce aux travaux de Bohr (1913) ce nombre allait devenir le nombre quantique principal  $n$  qui a un rapport étroit avec les différentes lignes du tableau périodique [4]. Puis les travaux de Sommerfeld (1916) ont permis de comprendre la classification des séries spectrales en sharps  $s$ , principales  $p$ , diffuses  $d$  et fondamentales  $f$  qui correspondent aux nombres quantiques secondaire  $\ell$  appelé aussi orbital qui est associé au moment cinétique de l'état quantique[5]. Ces nombres expliquaient du même coup les différentes lignes et groupes de colonnes de la classification. Excepté les couches  $ns$ , ces couches se divisent en deux sous-couches comme l'indiquent les raies spectrales doubles et le rappellent les tableaux I et II. L'approche de Sommerfeld ne permettait pas de comprendre l'origine de cette division. Ce fut l'approche de Dirac qui permit de résoudre cette difficulté ; elle montre qu'il y a en fait deux types d'états légèrement différents, ils sont caractérisés par le nombre  $k$  de rotation spécifique de la sous-couche et déterminent le maximum de quanta de rotation [6] ; de Broglie donne un exposé très large de la théorie de Dirac [7] avec la solution de l'équation qui s'appuie sur le travail de Darwin [8]. Finalement chaque élément correspond à un proton et un électron additionnel par rapport à l'élément précédent. A chaque électron additionnel correspond un état magnétique distinct caractérisé par le nombre quantique  $m$  qui est par suite spécifique de l'élément [9]. Cette interprétation présente toutefois une difficulté, elle semble ne pas tenir compte des interactions entre les différents électrons d'un même atome a fortiori entre plusieurs atomes.

En fait lorsque nous voulons décrire les propriétés que nous observons, nous supposons plus ou moins implicitement que l'espace peut se définir à partir des volumes des objets observés. A l'échelle macroscopique les interactions ayant une influence faible sur les objets qui permettent de définir l'espace il est possible de négliger leur influence sur les volumes et la matière qui les détermine. A l'échelle atomique il n'y a pas d'observation directe du mouvement des électrons, il faut procéder par hypothèse et il y a lieu de supposer que les interactions sont importantes et de les préciser pour être en mesure de décrire

l'espace et le mouvement. Ces remarques renvoient à la notion de relativité du mouvement qui a introduit en physique un progrès remarquable et où la masse est devenue un degré de liberté supplémentaire. Il est ainsi permis de supposer que des variations nécessairement progressives de masse sont à l'origine des interactions ce qui justifie les équations différentielles de la mécanique quantique [10] sans pour autant rendre caduc le modèle de Sommerfeld [5]. En mécanique quantique cette hypothèse ouvre la voie pour introduire les variations de vitesse donc l'accélération d'un corps [12] en mécanique quantique. Ces résultats ont permis une interprétation du rôle de valence de la couche 4f et des éclairages nouveaux sur quelques structures cristallines [11]. Dans ce modèle quantique le proton et l'électron sont supposés constitués de petits éléments que nous avons appelé grains de matière tout comme le champ électrique et magnétique. Ces grains forment ainsi deux flux opposés qui sont échangés entre l'électron et le proton et entretiennent le mouvement de l'un par rapport à l'autre dans un état stationnaire. Cette conception de l'atome d'hydrogène met en évidence le lien étroit entre la masse et les degrés de libertés du mouvement; elle permet par suite de décrire la fonction d'onde dans l'équation de Dirac comme l'action mécanique dont les éléments différentiels par rapport à l'espace et au temps donnent accès aux composantes de la quantité de mouvement et à l'énergie du mouvement. Cette approche conduit comme nous le verrons à considérer que le mouvement est gouverné par une action intrinsèque  $h$  qui est constante. De ce fait les interactions qui correspondent à des flux de masse, modifient la masse de l'électron et par suite son énergie cinétique de manière à conserver l'action intrinsèque, d'où le tableau périodique. C'est cette propriété qui fait que les interactions semblent ne pas exister alors qu'elles sont bien présentes.

Il reste toutefois une autre difficulté à éclairer, en effet avec une masse variable, en plus des états déjà identifiés, l'existence des doublets vient de la possibilité pour l'électron d'absorber un quantum sous forme de masse inerte qui augmente d'autant le moment cinétique et rend compte de la structure fine. Par suite si la rotation de l'électron sur lui-même reste une propriété fondamentale, elle n'est pas la cause des doublets. En fait introduire la rotation de l'électron c'est introduire un mouvement qui ne saurait être indépendant d'une rotation du proton comme le laisse entrevoir l'hypothèse des deux flux inverses l'un de l'autre. Comme nous le verrons, c'est en fait la relativité du mouvement qui est en question.

C'est ce que se propose cette étude qui complète celle intitulée "L'état quantique le magnétisme et la rotation" [12], donnant l'interprétation de l'expérience de Stern et Gerlach [13], [14], en montrant comment l'action orbital de l'électron s'additionne ou se soustrait à l'action de rotation intrinsèque conduisant à deux moments cinétiques distinctes. Le paragraphe 2 revient sur l'absence d'espace absolu, sur les aspects de symétrie et discute les degrés de liberté du système électron proton, le paragraphe 3 discute de la formation des doublets et de leur moments cinétiques, le paragraphe 4 interprète les expériences de Stern et Gerlach, le paragraphe 5 revient sur le tableau périodique, calcule le facteur de Landé et rappelle quelques interprétations du moment magnétique de différents solides.

## 2 La symétrie du mouvement

Sur le plan de l'espace le modèle de Sommerfeld avec les notions de trajectoire et de périodicité du mouvement possède une force explicative remarquable qui échappe à celui de Dirac. Par exemple il permet de comprendre l'attraction entre atomes ; de même la notion de trajectoire de l'électron nous a permis de proposer une interprétation du mécanisme de la conductibilité et de la supraconductivité dans les oxydes supraconducteurs [15]. Par ailleurs l'hypothèse d'une trajectoire est suggérée par les propriétés magnétiques de la matière : en effet le magnétisme est avant tout le reflet du mouvement des charges. Ces différentes remarques suggèrent que l'équation de Dirac donne accès à des aspects particuliers de la trajectoire [10]. Pour discuter de la rotation nous utiliserons les hypothèses émises en reprenant la discussion de la symétrie du mouvement.

Dans le modèle de Sommerfeld l'électron assimilé à un point ne peut pas manifester de propriété de volume comme un axe de rotation. Il est supposé qu'il gravite autour du proton dans un mouvement plan, cette rotation est bien décrite avec un potentiel sphérique, mais toutefois il y a dissymétrie entre le potentiel sphérique et le mouvement plan caractéristique d'un axe de symétrie ou au moins d'une direction de droites perpendiculaire au plan.

### 2.1 *Mouvement et échanges de matière*

Le problème de la rotation de l'électron rappelle celui de la rotation de la terre par rapport à un espace absolu. Par expérience nous savons que les corps en **mouvement périodique** l'un par rapport à l'autre décrivent une trajectoire, mais celle-ci n'a pas de matérialité, sur un court intervalle de temps il n'y a pas de lien matériel entre cette trajectoire et les

deux particules en mouvement. En fait depuis l'hypothèse de Newton  $F = m\gamma$ , nous acceptons des interactions à distance sans avoir résolu la question de leur nature ce qui à notre insu nous conduit à prendre des hypothèses où l'espace absolu reste présent de manière plus ou moins évidente. Reprenons l'hypothèse d'Einstein sur la relativité du mouvement [1] que nous exprimerons ainsi "*dans l'étude des phénomènes les causes des lois physiques doivent être indépendantes du lieu de l'observation*". Considérons alors l'électron et le proton, et demandons-nous quelles sont les variables susceptibles d'engendrer une force? Lorsque la vitesse de l'électron varie, dans le volume de l'électron, seules des variations de sa masse inerte peuvent lui être associées et réciproquement pour le proton. Il y a donc lieu de considérer que ce sont les variations de la masse inerte entre l'électron et le proton qui sont à l'origine des variations de la vitesse et par suite de la quantité de mouvement correspondante. Ce sont donc ces variations qui sont à l'origine de la notion d'onde associée à l'électron hypothèse qui c'est avérée si fructueuse. Pour qu'il en soit ainsi l'électron et le proton sont supposés de la matière fluide et la fonction d'onde une onde de matière, c'est à dire la quantité de matière déterminant l'action mécanique sous forme différentielle, qui guide l'électron le long de sa trajectoire [16] et [17]. Nous supposons que cette matière peut se décrire à l'aide de grains très petits par rapport à la masse et au volume de l'électron comme du proton et qu'ils se déplacent à la vitesse de la lumière dans le vide. Le mouvement est donc le résultat d'échanges de matière sous la forme de ces grains. Cette conception conduit à considérer le champ électromagnétique proportionnel à la densité de masse au tour du proton. Par suite la masse du proton remplit tout l'espace excepté dans le volume de l'électron comme indiqué en 2.2.

## 2.2 Potentiel et échange de matière

Pour décrire le mouvement de l'électron autour du proton nous considérons un référentiel atomique  $Ra$ , formé d'un système d'axes orthogonaux, le centre de gravité O du proton étant à l'origine (*figure 1*). Ce centre O est également le centre du potentiel qui agit sur l'électron. L'intensité du potentiel en un point P est inversement proportionnelle à la distance OP qui le sépare du centre O. La densité de matière qui permet de décrire le potentiel est par suite elle-même inversement proportionnelle à cette distance. Soit alors  $\gamma$  le centre de gravité de l'électron. Les lois physiques doivent être indépendantes du lieu d'observation par suite comme pour le potentiel nous supposons que dans le volume de l'électron, la densité de matière qui permet de décrire la charge de l'électron est inversement proportionnelle à la distance au centre  $\gamma$  de gravité de l'électron. La surface qui déli-

mite dans le volume du proton celui de l'électron est par suite celle qui correspond au minimum de densité. C'est au travers de cette surface que les échanges de matière déterminent l'action et la trajectoire. Dans un système de coordonnées où le centre du potentiel est fixe, la rotation du proton est représentée par une flèche de sens opposés à celle symbolisant la rotation de l'électron, *figure 1*.

Revenons alors à la symétrie du potentiel qui ne correspond pas à celle du mouvement de rotation plan caractéristique d'un axe de symétrie ou d'une direction de droite perpendiculaire au plan et reprenons l'analyse de Pierre Curie [18] des relations entre les causes et les effets des éléments de symétries d'un phénomène. Il s'exprimait ainsi :

*Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits.*

*Lorsque certains effets révèlent une certaine dissymétrie, cette dissymétrie doit se retrouver dans les causes qui lui ont donné naissance.*

Dans cet esprit, compte tenu de l'absence d'espace absolu, le mouvement orbital de l'électron est inséparable de son mouvement de rotation sur lui-même. Pour décrire le mouvement de l'électron, nous devons en plus du potentiel introduire les propriétés de symétrie du mouvement orbital dans le volume de l'électron.

### 2.3 *Le quantum intrinsèque*

Considérons l'électron dans le référentiel atomique  $Ra$ . Dans les différents états quantiques il y a lieu de distinguer d'une part les deux états les plus profonds, appelé "1s", et d'autre part ceux qui sont obtenus depuis un état "1s" par absorption d'un photon. Dans ces derniers l'énergie du photon se condense sous forme de masse inerte et ils diffèrent des états "1s" par leur masse inerte. Le quantum présent dans les deux états "1s" engendre le mouvement de chacun d'eux, dans les autres états ce quantum qui engendre le mouvement est toujours présent mais avec une masse inerte plus élevée d'où l'augmentation du nombre des quanta. Nous appellerons intrinsèque ce quantum qui engendre le mouvement.

Sous l'angle de la relativité du mouvement, il n'y a pas de propriété intrinsèque ou propre, tout ce que nous connaissons se définit par rapport à un autre objet ou une autre propriété, ce qui est une autre manière d'exprimer l'absence d'espace absolu, toutefois nous continuerons à utiliser ce terme intrinsèque qui évoque également la notion d'intérieur comme les échanges de matière intérieur à l'électron. Ainsi dans l'étude de l'atome d'hydrogène, nous ne pouvons que parler du mouvement de l'électron par rapport au proton. Avec un centre de gravité fixe en O pour le proton, il nous faut considérer pour

l'électron : le mouvement orbital autour du centre O, le mouvement de translation et le mouvement intrinsèque de rotation. Par ailleurs lorsque nous considérons fixe le centre O de gravité du proton, il n'y a pas de raison de supposer l'absence de rotation intrinsèque pour le proton. En exprimant ainsi la relativité du mouvement nous supposons implicitement être dans le système de référence  $Ra$ . Mais nous pouvons faire de même au centre  $\gamma$  de l'électron et ainsi la réciprocité des différents mouvements est plus simple à comprendre. Ainsi s'il y a rotation de l'électron sur lui-même c'est que cette rotation est le reflet de celle du proton<sup>1</sup>. Ceci étant il y a lieu de considérer un mouvement de translation par rapport au proton tout comme celui de la rotation orbitale quantifié par le quantum intrinsèque.

En effet pour qu'il y ait mouvement périodique il y a nécessairement des variations de masse, autrement l'électron et le proton seraient en mouvement rectiligne l'un par rapport à l'autre. Par ailleurs ces variations ne peuvent pas être engendrées par la seule rotation, car alors elles seraient croissantes ou décroissantes c'est-à-dire monotone l'électron et le proton se rapprocheraient ou s'écarteraient indéfiniment. Pour être périodique il faut toutefois que la somme des variations soit nulle sur une période. Il en résulte que pour le mouvement circulaire, il y a nécessairement des variations alternatives de masse qui sont engendrées par accélérations et décélérations successives perpendiculaires au plan équatorial caractéristique de la rotation.

Ce résultat peut se déduire en considérant les échanges de matière et le modèle de Sommerfeld pour le cercle, dans ce modèle le mouvement est plan, sur une période il y a seulement deux degrés de liberté indépendants. Par contre les échanges de matière, qui déterminent l'action et engendrent les quantités de mouvement de l'électron, ont lieu dans un volume. *Par suite l'action associée à la rotation orbitale ne peut pas être correctement décrite par le produit de deux vecteurs*, la quantité de mouvement et le déplacement  $dl$ , tous les deux contenus dans le plan de la trajectoire. Ces deux vecteurs doivent nécessairement posséder une composante hors du plan de la trajectoire. Les deux composantes viennent des deux flux qui déterminent sur l'électron, sur un court intervalle de temps  $dt$  et d'espace  $dl$ , *une somme des grains entrants et une autre de grains sortants. Les vitesses associées à ces deux sommes doivent nécessairement appartenir à deux degrés de liberté indépendants de manière à ce que l'action de l'une n'annihile pas celle de l'autre. Pour*

---

<sup>1</sup> Nous restreignons cette étude au cas du proton, car si par bien des aspects il semble possible de l'étendre au noyau, il reste que la masse étant supposée variable et il faudrait discuter du rôle des neutrons par rapport aux protons ce qui est un tout autre sujet.

les états "1s" les actions correspondantes à chacune d'elle sont par suite égales  $\frac{1}{2}\hbar$ . Les deux flux peuvent être inversés conduisant à deux états distincts.

Les directions indépendantes du mouvement circulaire sont l'une parallèle à l'axe de rotation de l'électron et les deux autres déterminent le plan équatorial perpendiculaire à l'axe de rotation de l'électron.

**Ainsi la rotation comme la translation de l'électron est une propriété relative gouvernée par le quantum d'action intrinsèque «  $h$  »** qui ne sauraient avoir deux orientations par rapport à celle du proton contrairement à l'hypothèse d'Uhlenbeck et Goudsmit [19] et [20] ; le paragraphe 3.3 reviendra sur ce point.

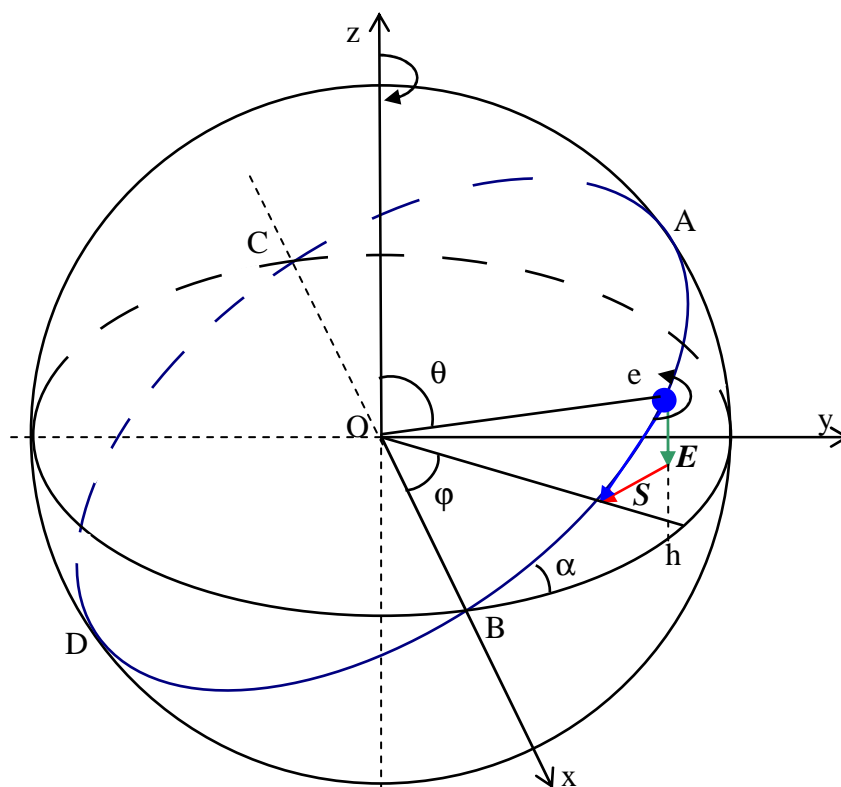


Figure 1. Le mouvement de l'électron pour un états "1s". Le point O est le centre du potentiel, le plan du mouvement ABCD, le plan équatorial Ox,Oy. Le cercle "e" représente l'électron sur sa trajectoire. La flèche sur le demi-cercle en haut de l'axe z repère le sens de rotation du proton inverse de celui de l'électron e. Les vecteurs E et S symbolisent les quantités de mouvement des flux entrant et sortant.

*Cette approche du mouvement conduit donc à considérer entre le proton et l'électron deux flux de matière de sens opposés et à supposer que leurs rotations et leurs translations respectives sont le résultat de l'action et de la réaction de telle sorte qu'ils tournent en sens opposé.*



Le quantum intrinsèque joue le rôle du modèle de fluctuation de champ dans l'oscillateur de Bernoulli proposé par Mastrocinque en vue de retrouver les résultats de la mécanique quantique [21], [22]. C'est cette hypothèse : l'existence d'un quantum intrinsèque tel qu'il vient d'être décrit qui manquait dans le modèle de Sommerfeld. Dans ce modèle cela revient à introduire la variable  $z$  comme degré de liberté supplémentaire (voir [23]) où elle est appelée  $\omega$  pour souligner qu'elle participe à la rotation.

### 3 Les doublets et le moment cinétique de l'électron

Historiquement la quantification des trajectoires électroniques fut introduite par Bohr pour l'atome d'hydrogène [4]. Il supposa les orbites circulaires et le moment cinétique multiplié par  $2\pi$  égale à un multiple entier de la constante de Planck  $h$ . En appelant  $k$  ce multiple, l'action sur une période pour ces trajectoires est donc  $kh$ . Cette approche fut reprise par Sommerfeld [5] comme celle du moment cinétique du mouvement plan avec orbites elliptiques; le nombre quantique  $k$  était supposé représenter le nombre de quanta associé au moment cinétique. Cette conception ignore l'existence du mouvement intrinsèque dont l'action  $h$  se partage en deux quantités égales entre les mouvements de translation et de rotation. Par suite les valeurs du moment cinétique se trouvent modifiées.

#### 3.1 Les doublets.

Au quantum intrinsèque correspond les deux états "1s" ; il existe par ailleurs d'autres états avec plusieurs quanta dont le quantum intrinsèque qui génère la rotation. Ils correspondent à une augmentation de la masse inerte par absorption d'un photon, la périodicité du mouvement est celle du mouvement intrinsèque de rotation de l'électron gouvernée par le quantum d'action intrinsèque, il impose un nombre entier de quantum d'action. L'augmentation de la masse inerte entraîne une diminution de l'énergie cinétique. Sur un court intervalle de temps  $dt$  et d'espace  $dl$  si  $\mathcal{E}$  est l'énergie échangée, l'on a :

$$\mathcal{E}dt = pdl \quad (3.1)$$

Ce qui conduit à

$$\mathcal{E} = mv^2 \quad (3.2)$$

On trouve ainsi le double de l'expression classique donnant l'énergie cinétique. Cela vient de ce que pour déterminer l'énergie des différents niveaux nous partons des échanges d'énergie avec les photons et de la relation  $E = h\nu$ , c'est-à-dire pour le niveau considéré une énergie additionnelle  $\pm dE = h\nu$ . De cette manière nous ne nous préoccupons que

de l'énergie qui entre dans l'électron ou bien qui le quitte. Par contre dans l'expression (3.1) et par suit (3.2) le déplacement  $dl$  est produit par l'énergie entrante et sortante (voir *figure 1*) d'où le double de l'expression de l'énergie cinétique classique.

Pour  $n$  quanta, l'énergie  $E$  et la période  $T$ , sur une période il vient :

$$\int E(T) dt = nh \quad (3.3)$$

$n$  est le nombre total de quanta de l'état est appelé nombre quantique principal. Pour un nombre de quanta donnés, les différents états quantiques correspondent à leur répartition entre les trois degrés de liberté associé à l'espace et le degré de liberté associé à la masse, au travers des quantités de mouvement angulaire, axiale et radiale ; ainsi pour  $n$  quanta il y aura  $\rho$  quanta pour le mouvement radial et  $k$  quanta pour le mouvement de rotation, ces derniers étant eux-mêmes répartis entre  $m$  quanta pour le mouvement équatorial et  $(k - m)$  pour le mouvement axial. Un des aspects de ce modèle est d'introduire des variations de masse à l'origine des accélérations, *par suite en plus des quanta de rotation dont la quantité de mouvement reste parallèle au plan équatorial :*

*Il peut également avoir augmentation du nombre des quanta par accélération du mouvement sur la composante axiale des différents états déjà existants, les valeurs de  $m$  restant les mêmes.*

C'est ainsi qu'il y a lieu de comprendre la formation des doublets. Les états qui correspondent à des quanta sans augmentation de l'accélération sont ceux du type I chez de Broglie [7], les autres sont ceux du type II.

### 3.2 Moment cinétique et action.

Parmi les diverses possibilités de confronter la théorie à l'expérience le calcul du moment magnétique de nombreux corps s'est avéré très encourageant [3]. Dans ce calcul le moment cinétique a un rôle essentiel, il y a donc lieu de déterminer ce moment. Dans ce but il est utile de garder présent à l'esprit le lien entre le moment cinétique  $M$  et l'action  $A$  sur une période, on a en effet la relation  $A = 2\pi M$ , aussi il peut être plus simple de raisonner sur l'action que sur le moment cinétique. *Par exemple pour chaque trajectoire électronique, quand on met un atome en présence d'un champ électromagnétique, l'on modifie l'énergie de chaque état quantique ; la translation et la rotation gouvernée par le quantum intrinsèque impose à son tour une modification de la trajectoire de manière à conserver le nombre des quanta de rotation.*

### 3.3 Les deux types de moment cinétique

Considérons d'abord un état quantique du type I, parmi les différents quanta, pour le quantum intrinsèque seule la moitié de sa contribution contribue à la rotation et le champ magnétique ne modifie que l'énergie associé à cette moitié ; ainsi seule la moitié du quantum intrinsèque contribue au moment cinétique. Pour les autres quanta qui déterminent le nombre  $k$ , la masse est modifiée par le champ magnétique, ils contribuent au mouvement orbital de rotation donc au moment cinétique. Pour ces états quantiques le moment cinétique doit être diminué de  $\frac{1}{2}\hbar$ .

Considérons maintenant un état quantique du type II, en plus des quanta déterminant les états de type I, il y a un quantum axial qui correspond à un supplément d'accélération, ce quantum est obtenu par une variation de la masse qui sera donc modifié par l'interaction avec le champ magnétique, il contribue dans sa totalité au mouvement orbital de rotation. Ce quantum vient s'ajouter aux quanta en nombre  $k$  de ceux de la rotation orbital donnant le type I, compte tenu de la demi-contribution de l'action intrinsèque et du quantum donnant le type II, le moment cinétique doit être augmenté de  $\frac{1}{2}\hbar$ .

Il y a ainsi deux types de valeurs du moment cinétique. Si nous choisissons de compter positivement le moment cinétique intrinsèque soit  $+\frac{1}{2}\hbar$ , il y a lieu de considérer le signe algébrique du moment cinétique orbital  $k$ . Soit alors  $\ell$  le nombre des quanta additionnels de rotation, il vient :  $k = \ell$  ou  $k = -(\ell + 1)$  pour la 1<sup>ière</sup> ou la 2<sup>ième</sup> sous-couche. Les solutions  $k = \ell$  correspondent à celles du type II chez de Broglie ; en particulier pour  $k = \ell = 1$  elles correspondent aux états  $2p_{1/2}$ . Les solutions  $k = -(\ell + 1)$  correspondent à celles du type I chez de Broglie ; en particulier pour  $k = -\ell - 1$  et  $\ell = 1$  elles correspondent aux états  $2p_{3/2}$ . Par ailleurs l'unité qui s'additionne au nombre  $\ell$  de la relation  $k = -(\ell + 1)$  correspond au mouvement intrinsèque. Le moment cinétique est :

$$M = (k + \frac{1}{2})\hbar. \tag{3.4}$$

Relation qui montre que le nombre de quanta  $k$  dans le plan de gravitation ne correspond pas au moment cinétique et qui fut établi par Dirac dans l'algèbre des opérateurs [6].

Sous l'angle algébrique, l'expression (3.4) du moment cinétique semble aller dans le sens de l'hypothèse d'Uhlenbeck et Goudsmit [19] et [20], cette apparence est due en faite à un quantum additionnel qui modifie par augmentation l'accélération des états existants,

ce qui est différent de l'hypothèse du spin pour introduire la rotation. L'hypothèse de la rotation de l'électron n'en reste pas moins fondamentale, mais nécessite d'être confronté au principe de relativité dont l'usage dans l'approche des phénomènes reste encore insuffisant.

Ainsi les doublets correspondent, pour un même nombre  $\ell$  de quanta, à une différence d'accélération axiale conduisant à un même moment cinétique en valeur absolue avec des masses très proches mais distinctes. Par contre ils ne correspondent pas à deux sens de rotations intrinsèques distinctes, comme l'existence de moments magnétiques égaux et opposés a permis de le croire ; nous savons en fait que les doublets s'observent en spectroscopie en dehors d'un champ magnétique.

**Tableau I.** Les différents nombres quantiques dans le modèle de Dirac, leurs relations d'ordre et  $\nu$  le nombre d'états de la sous-couche. Le type II correspond à la première sous-couche et le type I à la seconde. Le nombre quantique principal  $n$ , de rotation  $k$ , orbital  $\ell$ , radial  $r$ , magnétique  $m$  ; le nombre  $\rho$  est introduit dans le degré des polynômes définissant les fonctions radiales composantes des solutions de l'équation de Dirac. Pour éviter toute confusion avec les couches  $np$  donnant des doublets nous utilisons la lettre grecque  $\rho$  plutôt que la lettre  $p$  utilisée par Louis de Broglie [7] et [10]. Les bornes du nombre  $m$  résultent de l'étude des solutions de l'équation de Dirac et sont vérifiées expérimentalement par les mesures de moments magnétiques [3].

| $n \geq 1$                     | $\ell \leq n-1$ | $\rho \leq n-1$ | $n = \ell + r + 1$           | $\nu$       |
|--------------------------------|-----------------|-----------------|------------------------------|-------------|
| Type II ; première sous-couche | $k = \ell$      | $\rho = r + 1$  | $-(\ell-1) \leq m \leq \ell$ | $2\ell$     |
| Type I ; deuxième sous-couche  | $k = -\ell - 1$ | $\rho = r$      | $-\ell \leq m \leq \ell + 1$ | $2(\ell+1)$ |

### 3.4 La composante $m$ de $k$ et l'action angulaire

L'action  $k$  se partage entre une contribution angulaire magnétique  $m$  et une contribution axiale  $|k| - |m|$  et il importe de déterminer quelles sont les valeurs possibles de  $m$ . Le nombre  $m$  peut être positif ou négatif suivant le sens du flux de matière entre le proton et l'électron. Pour respecter le nombre de quanta  $k$ , les différentes valeurs possibles de  $m$  doivent satisfaire la relation :

$$|m - 1/2| \leq |k| \quad (3.5)$$

Ce qui conduit aux relations suivantes :

$$\text{pour la } 1^{\text{ième}} \text{ sous-couche } k = \ell \quad -\ell \leq m \leq \ell + 1 \quad (3.6)$$

pour la 2<sup>ième</sup> sous-couche  $k = -(\ell + 1)$   $-(\ell - 1) \leq m \leq \ell$  (3.7)

Ces relations déterminent l'ensemble des états quantiques connus, qui sont récapitulés dans les *tableaux* I et II.

Les valeurs possibles en unité  $\hbar$  de l'action équatoriale  $u$  du mouvement sont obtenues en soustrayant  $-1/2$  de celles possibles de  $m$  il vient :

$$u = -(m - 1/2) \tag{3.8}$$

**Tableau II.** Les couches :  $s, p, d, f$  et les sous-couches correspondantes.

|                       |                      |                       |                        |                       |                      |                       |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|
| $s ; \ell = 0$        | $p ; \ell = 1$       |                       | $d ; \ell = 2$         |                       | $f ; \ell = 3$       |                       |
| $s_{1/2}$<br>$k = -1$ | $p_{1/2}$<br>$k = 1$ | $p_{3/2}$<br>$k = -2$ | $d_{3/2} ;$<br>$k = 2$ | $d_{5/2}$<br>$k = -3$ | $f_{5/2}$<br>$k = 3$ | $f_{7/2}$<br>$k = -4$ |

L'action équatoriale est souvent appelée improprement la projection du moment cinétique mais l'action est en fait la somme sur une période du produit  $p \times dl$  des vecteurs colinéaires, quantité de mouvement  $p$  et déplacement  $dl$ , du mouvement dans le plan de gravitation. Leurs projections sont  $p_\phi$  et  $rd\phi$ . Soit  $\alpha$  l'angle entre le plan G de gravitation et le plan équatorial, l'action radiale ne modifie pas l'orientation de la trajectoire circulaire de base. C'est donc le cosinus carré de  $\alpha$  qui détermine le rapport  $|u|$  sur  $|k|$ . Il vient :

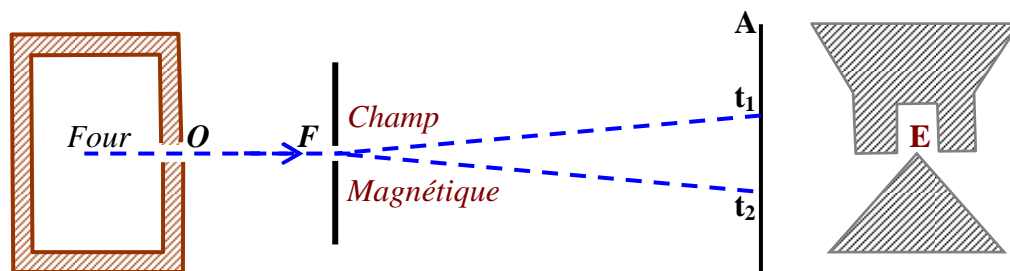
$$\cos^2 \alpha = \frac{p_\phi rd\phi}{pdl} = \left| \frac{u}{k} \right| = \left| \frac{m - 1/2}{k} \right| \tag{3.9}$$

La relation (3.8) nécessaire pour le calcul du moment magnétique  $\mu_e$  d'un électron est donné par de Broglie [7], le calcul de  $\mu_e$  est donné au paragraphe 5. Les angles  $\alpha$  sont utilisés dans l'étude des structures cristallines [11].

#### 4 La quantification spatiale et l'expérience de Stern et Gerlach

Le comportement d'un atome dans un champ magnétique montre l'existence d'un nombre pair de niveaux d'énergie. C'est en particulier le cas d'un ensemble d'atomes identiques ayant un seul électron externe dans un état " $ns$ ", les autres électrons ayant une résultante magnétique nulle. En effet lorsque ces atomes sortent d'un four et traversent un champ magnétique comme dans les expériences de Stern et Gerlach [12], [25], on observe deux niveaux. Dans ces expériences, *figure 2*, un jet d'atomes sort d'un four par l'orifice O, il est

délimité par la fente  $F$ , puis passe dans la région du champ pour être reçu sur la plaque  $A$ . Le champ inhomogène est produit par l'électroaimant  $E$  dont les pièces polaires sont l'une en forme de coin l'autre de rainure. L'expérience montre que le jet après avoir traversé le champ magnétique inhomogène donne naissance à deux taches sur la plaque qui sert à les détecter et qui sont disposées symétriquement de part et d'autre de la tache centrale obtenue en l'absence de champ. Pour chacune des taches la déviation correspond à un magnéton de Bohr. Ces expériences étaient initialement mises en œuvre pour étudier la distribution des vitesses des atomes du jet. Selon la théorie de Maxwell il devrait se former une seule tache allongée plus dense au centre, les bords les plus éloignés du centre correspondant aux faibles vitesses. L'observation de deux taches établit l'existence de deux états magnétiques distincts pour les niveaux " $ns$ " si  $n$  est le nombre quantique principal, ce qui fut appelé la quantification spatiale.



**Figure 2.** Schéma de l'appareil de Stern et Gerlach d'après Stoner [25].

Ceci étant l'existence de deux taches pour les atomes ayant un seul électron externe dans un état " $ns$ " montre que dans l'atome, l'orientation du moment magnétique de chacun des deux états " $s$ " est spécifique de chaque état. Il faut en effet une propriété de l'atome qui impose à chacun des états de subir une déflexion opposée. Dans le modèle proposé ici, *il y a lieu de supposer que c'est la rotation caractéristique du mouvement de l'électron par rapport au proton qui reste la même quel que soit le moment magnétique orbital ; la différence entre les deux états venant de la répartition des flux entrant et sortant entre les deux degrés de liberté qui inversent le moment magnétique suivant l'état considéré.* En effet, la masse inerte est constamment renouvelée par les échanges qui déterminent la rotation; elle est par ailleurs très supérieure à celle équivalente aux échanges de matière qui déterminent l'énergie cinétique d'un état quantique. Par suite en présence d'un champ magnétique ces échanges stabilisent l'axe de rotation dans la direction du champ de manière à augmenter ou diminuer les échanges de matière, c'est-à-dire l'énergie de l'interaction.

En effet de cette manière le champ magnétique produit un flux additionnel, il modifie le flux correspondant au plan équatorial qui est différent suivant l'état quantique "ns" en cause. Il en résulte un déplacement de sens opposé pour chacun des deux états "ns". *Si le flux additionnel tend à accélérer la rotation, l'atome est attiré vers le champ magnétique croissant et inversement si le flux additionnel tend à freiner la rotation.* Par ailleurs les échanges continuels entre les deux flux tendent à les équilibrer.

Une des difficultés pour aborder cette interprétation vient de ce que toute notre expérience sur les interactions entre courant et champ magnétique est basée sur des champs magnétiques créés par des courants macroscopiques c'est-à-dire par un seul type de flux de matière. De ce fait il semblait que deux courants atomiques de sens opposé devaient pouvoir se retourner sous l'influence du champ magnétique, comme le montre l'étude de l'influence réciproque de deux circuits électriques lorsque l'un d'eux peut se retourner sous l'influence du champ magnétique de l'autre, l'expérience de Stern et Gerlach nous apprend qu'il n'en n'est pas ainsi.

## 5 Moment magnétique et facteur de Landé

Dans l'étude "Moment magnétique total et moments magnétiques" [3] nous supposons avec Lochak que le modèle de Dirac valable uniquement pour un atome hydrogénoïde reste utilisable pour le calcul des moment magnétiques à 0°K d'un atome complexe dans un solide et plus particulièrement dans un cristal. Il est intéressant de souligner que le modèle corpusculaire qui vient d'être développé apporte un éclairage nouveau sur cette propriété. En effet les échanges de matière qui stabilisent le nombre des quanta des différentes coordonnées d'un état quantique donné dans un atome hydrogénoïde, ne sont pas limités à un électron et sont noyau pas plus qu'à un atome, il peuvent également jouer ce rôle lorsqu'il y a plusieurs électrons sur l'atome et plusieurs atomes dans le solide. Nous supposons donc que ce sont encore les échanges de matière qui permettent à un atome d'avoir des propriétés tant physiques que chimiques, qui sont le reflet des propriétés quantiques de ses électrons les plus exposés à ces échanges.

### 5.1 Le facteur de Landé

Considérons un champ magnétique  $H$  généré par un solénoïde. Les modifications de densité de grains qu'il entraîne sont décrites par la variable angulaire des plans orthogonaux au champ  $H$ . La mesure du moment magnétique d'un solide consiste à déterminer la valeur asymptotique de ce moment à champ nul, lorsque l'on peut considérer que les mo-

ments atomiques sont alignés avec le champ magnétique. De cette manière les moments cinétiques des différents états quantiques ne sont pas modifiés par le champ.

Le moment sur lequel agit le champ magnétique diffère de  $M = k\hbar$ , expression utilisée dans les calculs classiques du modèle de Sommerfeld. Pour calculer le moment magnétique d'un état quantique on utilise l'expression du moment d'un anneau de courant de surface  $S$  parcouru par un courant  $I$ , si  $c$  est la vitesse de la lumière on a :

$$\mu = IS/c \quad (5.1)$$

Pour une charge  $e$  et une période de révolution  $T$ , le courant est donné par :

$$I = \frac{e}{T} \quad (5.2)$$

Il vient pour le moment  $\mu_e$  d'un état :

$$\mu_e = \frac{eS}{Tc} \quad (5.3)$$

Dans l'approche de Sommerfeld pour  $M = k\hbar$ , l'on remplace  $S/T$  à l'aide de la relation de Kepler (5.4) à l'échelle atomique qui exprime le rapport entre la masse  $m$ , la surface  $S$ , la période  $T$  et le moment cinétique  $M$  pour le mouvement dans un champ central :

$$2mS = T M \quad (5.4)$$

Pour le moment cinétique orbitale  $kh$  qui induit le moment magnétique il vient :

$$\mu_e = k\mu_B \quad (5.5)$$

où  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr :

$$\mu_B = \hbar \frac{e}{2mc} \quad (5.6)$$

et pour la composante  $u = k \cos^2 \alpha$  dans le plan équatorial :

$$\mu_e = u\mu_B \quad (5.7)$$

Ceci étant l'approche de Sommerfeld le moment orbitale  $kh$  est différent du moment total  $|k + 1/2|$ , il y a donc lieu d'introduire un facteur correctif  $g$  ou facteur de Landé. En effet si le moment total est plus faible ou plus importante que le moment orbital  $kh$  le moment  $\mu_e$  sera d'autant plus important ou plus faible, il faut donc diviser  $\mu_e$  par l'action de rota-



tion; par ailleurs il faut que pour la valeur hypothétique  $M = kh$ , le facteur  $g$  redonne (5.5), il vient :

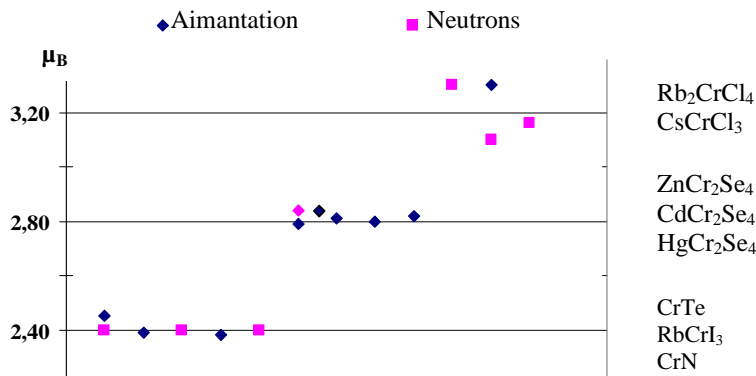
$$k = g \left( k + \frac{1}{2} \right) \tag{5.8}$$

D'où 
$$\mu_e = g u \frac{e}{2mc} \tag{5.9}$$

Cette expression du facteur de Landé  $g$  fut établie en 1928 avec l'algèbre des opérateurs par Dirac dans la deuxième partie de son mémoire [24]. L'ensemble de des résultats, qui découlent de la théorie de Dirac sont également retrouvés dans ce modèle corpusculaire, ils sont bien corroborés par les mesures du moment magnétique de divers métaux et composés [3].

### 5.2 Le moment magnétique

Pour les états  $ns$  la relation (5.8) donne  $g = 2$ , le moment magnétique est égal à un magnéton de Bohr, ce sont les seuls états pour lesquels  $\mu_e = \mu_B$ , tous les autres états ont un facteur  $g$  non entier qui conduisent à des moments magnétiques non entiers.



**Figure 3.** Moment magnétique à 0°K du chrome dans quelques composés. Les données expérimentales sont en annexe.

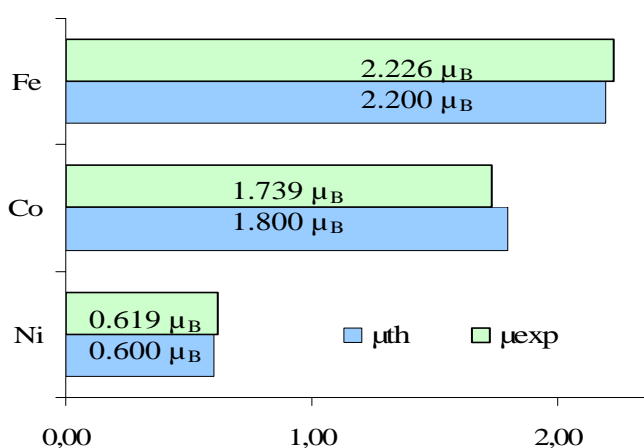
En particulier pour les composés du chrome les seuls électrons susceptibles d'apporter leur contribution sont ceux de la première sous-couche 3d au nombre de quatre *tableau III*. Les valeurs possibles sont :  $\mu = n(0.40\mu_B)$  avec  $n$  entier tel que  $n \leq 8$ . C'est ce que montre les différentes valeurs expérimentales des composés où le seule élément magnétique est le chrome dans un seul site cristallographique *figure 3* [3]. Ces résultats montrent que le principe d'exclusion de Pauli n'est pas une règle absolue. S'il est vrai qu'au fur et à mesure du remplissage des différentes sous-couches et couches électroniques il y a une cer-

taine neutralité magnétique des électrons correspondants, le modèle développé dans cette étude montre que ce ne peut pas être plus qu'un guide susceptible d'exceptions.

De même les moments du fer, du cobalt et du nickel s'interprètent aisément :  $\mu(\text{Fe})$  est la somme de la contribution d'un électron de la première sous-couche 3d avec  $\mu = 0.40\mu_B$  et de l'électron sur la deuxième sous-couche avec  $\mu = 1.80\mu_B$ . Pour le cobalt son moment correspond au seul électron ayant un moment  $\mu = 1.80\mu_B$ , finalement pour le nickel son moment correspond à celui de l'un des deux électrons avec  $\mu = 0.60\mu_B$ . Le cas des terres rares est exposé dans [3].

**Tableau III.** Les différents états quantiques 3d des deux sous-couches 3d<sub>3/2</sub> et 3d<sub>5/2</sub>. Le nombre  $m$  qui définit la fonction d'onde. Le moment angulaire  $u = -[m - (1/2)]$  en unités  $\hbar$ , le facteur de Landé  $g = k/(k+1/2)$  et le moment magnétique correspondant  $\mu = gu$  en magnétons de Bohr. Les éléments M avec le nombre  $\nu$  d'électrons 3d. La place de l'élément M est telle que l'électron additionnel est supposé occuper l'état quantique de la colonne.

| 3d <sub>3/2</sub> | $k = 2$ $g = 4/5$ |      |      |     | 3d <sub>5/2</sub> | $k = -3$ $g = 6/5$ |      |      |      |     |     |     |
|-------------------|-------------------|------|------|-----|-------------------|--------------------|------|------|------|-----|-----|-----|
|                   | M                 | Sc   | Ti   | V   |                   | Cr                 | M    | Mn   | Fe   | Co  | Ni  | Cu  |
| $m$               |                   | 2    | 1    | 0   | -1                | $m$                | 3    | 2    | 1    | 0   | -1  | -2  |
| $u$               |                   | -3/2 | -1/2 | 1/2 | 3/2               | $u$                | -5/2 | -3/2 | -1/2 | 1/2 | 3/2 | 5/2 |
| $\mu$             |                   | -1.2 | -0.4 | 0.4 | 1.2               | $\mu$              | -3   | -1.8 | -0.6 | 0.6 | 1.8 | 3   |
| $\nu$             |                   | 1    | 2    | 3   | 4                 | $\nu$              | 5    | 6    | 7    | 8   | 9   | 10  |



**Figure 4.** Le moment magnétique de Fe, Co et Ni, [26].

## 6 Conclusion

La relativité en imposant que les lois physiques soient indépendantes du lieu d'observation, permet de compléter le modèle de Sommerfeld. Dans ce modèle l'électron et le proton tournent autour l'un de l'autre et toujours de sens opposés, avec un même axe de rotation, il y a également un mouvement de translation. A ces deux mouvements est associé le quantum d'action intrinsèque qui se partage de manière égale entre la rotation et la translation, d'où les nombres demi-entiers pour les moments cinétiques et magnétiques. Les propriétés magnétiques quantiques apparaissent comme le reflet des accélérations ou décélérations possibles du mouvement de translation de l'électron. Il en résulte que l'ensemble des états possibles relève bien d'une description corpusculaire ce qui semblait échapper jusqu'ici à la compréhension des expériences de Stern et Gerlach.

**Remerciements:** Dans la mouvance de la Fondation Louis de Broglie, j'ai souvent profité de discussions fructueuses avec les Professeurs Claude Daviau, Daniel Fargue, Michel Karatchentzeff, Yves Pierseaux et Georges Lochak, je suis heureux à cette occasion de les en remercier.

## 7 Annexe

**Tableau AI.** Moment magnétique du chrome dans quelques composés. Les valeurs d'après les mesures d'aimantation et de diffraction de neutrons utilisées dans la figure 2.

|                                   | $\mu$ | Ref. |                                   | $\mu$ | Ref. |                    | $\mu$ | Ref. |
|-----------------------------------|-------|------|-----------------------------------|-------|------|--------------------|-------|------|
| Rb <sub>2</sub> CrCl <sub>4</sub> | 3.30  | 1    | ZnCr <sub>2</sub> Se <sub>4</sub> | 2.79  | 5    | CrTe               | 2.39  | 9    |
|                                   | 3.30  | 2    |                                   | 2.84  | 6    |                    | 2.45  | 10   |
|                                   | 3.10  | 3    |                                   |       |      |                    | 2.40  | 11   |
|                                   |       |      | CdCr <sub>2</sub> Se <sub>4</sub> | 2.80  | 7    | RbCrI <sub>3</sub> | 2.40  | 12   |
|                                   |       |      |                                   | 2.81  | 8    | CrN                | 2.38  | 13   |
| CsCrCl <sub>3</sub>               | 3.16  | 4    | HgCr <sub>2</sub> Se <sub>4</sub> | 2.82  | 9    |                    | 2.40  | 14   |

Référence du Tableau AI

- [1] K. Anthony et al., J. Chem. Soc., Dalton Trans. (1975) 1306.
- [2] A.R. Prévot., C.R. Acad. Sci., 268, (1969) 53-56.
- [3] M.J. Fair et al., Physica 86-88B (1977) 657.
- [4] G. Münnhoff et al., J. de Phys. 43-C7 (1982) 243.
- [5] H.W. Zandbergen and D.J.W. Idjo, J. Solid State Chem. 34 (1980) 65.
- [6] R. Plumier, Thèse Paris (17-12-1968) p. 134.

- [7] M. Nogues, our laboratory private communication,  $\mu = 2.84\mu_B$  on single crystal.
- [8] K. Menyuk et al., J. Appl. Phys. 37 (1966) 1387.
- [9] PK Baltzer et al. Phys. Rev. 151 (1966) 367.
- [10] C. Guillaud and S. Berbezat, C.R. Acad. Sci., Paris 222 (1946) 386.
- [11] Lotgering and E.W. Gorter, J. Phys. Chem. Solids 3 (1957) 238.
- [12] G.I. Makoyetskii and G.M. Shakhleyich, Kristall und Technik 14 (1979) 97.
- [13] H.W. Zandbergen and D.J.W. Idjo, J. Solid State Commun. 24 (1977) 487.
- [14] M. Nasr-Eddine and E.F. Bertaut, Solid State Commun. 24 (1977) 487.
- [15] M. Nasr-Eddine and M. Roubin, Solid State Commun. 32 (1979) 953.

## Références

- [1] Einstein A., Ann. der Physik, 17, 891-921, 1905.
- [2] A.R Prévot., C.R. Acad. Sci., 268, (1969) 53-56.
- [3] H.E. White, Introduction to atomic spectra, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York and London, (1934) p.153.
- [4] Bohr N., Phil. Mag., 26, 1-25, and 476-502, (1913)
- [5] Sommerfeld A., Ann. Phys. 51, 1, (1916).
- [6] Dirac P.A.M., Proc. Roy. Soc. A117, 610-624, (1928).
- [7] de Broglie L., L'électron Magnétique (théorie de Dirac) Hermann, Paris (1934);p237-240.
- [8] Darwin C.G., Proc. Roy. Soc. A118, 654-679, (1928).
- [9] Oudet X. et G. Lochak, J. Magn. Magn Mater. 65, 99-122 (1987).
- [10] Oudet X., Ann. Fondation Louis de Broglie, 29, 493-512, (2004).  
<http://aflb.ensmp.fr/AFLB-293/aflb293m135.htm>
- [11] Oudet X., Ann. de Chim. Sci. Mat., 33, 435-468, (2008).
- [12] Oudet X., Ann. Fondation Louis de Broglie, 34, 209-222, (2009).
- [13] O. Stern, Z. Phys., 7, 249-253, (1921).
- [14] W. Gerlach and O. Stern, Z. Phys., 9, 349-352, (1922).
- [15] Oudet X., Ann. Fondation Louis de Broglie, 22, 409-421, (1997).
- [16] Oudet X., Ann. Fond. Louis Broglie, 20, 473-490, (1995).
- [17] Oudet X, J. Appl. Phys, 79, 5416 (1996).
- [18] Curie P., J. de Phys., 3-ième série, 3, 393-415, 1894.
- [19] Uhlenbeck G.E. and Goudsmit S., Naturwissenschaften 13, 953, (1925).
- [20] Uhlenbeck G.E. and Goudsmit S., Nature 117, 264, (1926).
- [21] Mastrocinque G., IL Nuovo Cimento B, 111, 19-38, (1996).
- [22] Mastrocinque G., Ann. Fondation Louis de Broglie, 27, 113-146, (2002); 27, 661-697, (2002); 28, 9-48 (2003); 28, 9-47, (2003).
- [23] Oudet X., Ann. Fond. Louis Broglie, 25, 1-25, (2000). In particular page 14 section 3.2
- [24] Dirac P.A.M., Proc. Roy. Soc. A118, 351-361, (1928).
- [25] E. Stoner, "Magnetism and Matter" Methuen and Co. Ltd, 36 Essex Street W.C. London, (1934) voir chapitre VII.
- [26] Pauthenet R., High Field Magnetism, (North-Holland, Amsterdam) pp 77-86 (1983).

Reçu le 16 juin 2011