

## Violation de T et masse positive du positron

ROGER BOUDET

7 Av. de Servian, 34290 Bassan  
email: [boudet@cmi.univ-mrs.fr](mailto:boudet@cmi.univ-mrs.fr)

RÉSUMÉ. La transformation de Takabayasi, qui remplace l'inversion T du temps dans le passage CPT de l'équation de Dirac de l'électron celle du positron, et donne ainsi au positron une vitesse qui semble dirigée vers le futur, est en accord avec les expériences, en particulier celles du LEP.

Mais ces expériences montrent aussi que la masse du positron est positive, contrairement à une autre hypothèse de Takabayasi.

On démontre que le simple déplacement d'un signe dans le terme de masse de l'équation du positron, contenant à la fois le bivecteur spin et l'énergie, donne, moyennant la conservation dans le passage d'une équation à l'autre de l'orientation du bivecteur spin, une masse positive au positron.

*Il en résulte finalement que l'équation du positron est la même que celle de l'électron dont on l'a déduite, seul le signe de la charge étant changé.*

Comme conséquence, le comportement du positron doit être comparable à celui de l'électron, sous la condition que le signe de la charge du potentiel électromagnétique auquel il est soumis soit de signe opposé à celui qui s'exerce sur un électron dans des circonstances analogues, ce que les expériences, en particulier du LEP, confirment.

Le comportement du positron, et aussi une expérience faite récemment aux USA par laquelle un certain nombre d'anti-atomes d'hélium ont été créés, infirment l'hypothèse, que nous avons faite dans un Addendum du [1], d'une loi de gravitation répulsive pour le positron et le proton et, par conséquent, celle par laquelle l'univers des antiparticules serait uniquement composé d'anti-atomes d'hydrogènes et en expansion illimitée.

*ABSTRACT. The Takabayasi transform, which replaces the time inversion T in the passage CPT from the Dirac equation to the positron*

*one, and so gives to the positron a velocity which seems forward the future, is in agreement with experiments, en particular the ones of the LEP.*

*But these experiments also show that the mass of the positron is positive, contrarily to an other hypothesis of Takabayasi.*

*One shows that the simple displacement of a sign in the term of the positron equation which contains both the bivector spin and the energy, gives, in the passage from an equation to the other, under the condition that the orientation of the bivector spin is unchanged, a positive mass to the positron.*

The final result is that the equation of the positron is the same as the one of the electron, from which it has been deduced, only the sign of the charge being changed.

*As a consequence the behaviour of the positron must be comparable to the one the electron with the condition that the sign of the charge of the electromagnetic potential which acts on it is the one opposite to the potential acting on the electron in analogues circumstances, a fact that experiments, in particular of the LEP, confirmed.*

*The behaviour of the positron, and also a recent experiment made in the USA, by which some d'antiatomes d'helium have been created, infirm the hypothesis, that we have made in an Addendum of [1], of a repulsive law of gravitation for the positron and the proton and, as a consequence, the one by which the universe of the antiparticules would be only composed by antiatomes of hydrogen and in unlimited expansion.*

## 1 Introduction

Dans un précédent article [1] nous avons rappelé la transformation de T. Takayasi ([2], voir [1], Sec. 3.2) qui donne au positron, à juste titre (voir plus loin), une vitesse  $v$  ( $v^2 = 1$ ) dirigée vers le futur comme celle de l'électron.

*Mais nous avons suivi l'hypothèse de Takayasi, en apparence conforme à ce résultat, par laquelle la masse du positron est négative.*

La réponse suivante à une question que nous avons posée à Michel Spiro, directeur du Conseil Scientifique du LEP puis du LHC :

*"Pour les physiciens des particules (ceux du LEP compris), les positrons, antiparticules de l'électron, ont une masse positive, la même que celle de l'électron, une charge électrique positive opposée à celle de l'électron, et suivent le cours du temps de la même manière que les électrons" nous a fait abandonner l'hypothèse de Takayasi concernant la masse négative du positron.*

Nous rapellerons ici seulement les résultats dont nous avons besoin, établis dans [1], en renvoyant le lecteur à cet article pour les démonstrations.

La transformation de Takabayasi est due à l'addition de  $\pi$  à un "angle"  $\beta$  introduit par J. Yvon [3] en 1940 dans la théorie de Dirac de l'électron, indépendamment redécouvert en 1967 par D. Hestenes [4]. Il figure dans l'expression de la fonction d'onde  $\psi$  de l'électron de Dirac introduite par G. Lochak en 1956 [5], puis, indépendamment, par D. Hestenes [4] dans le repère galiléen  $\{e_\mu\}$  de l'espace de Minkowski  $M = \mathcal{R}^{1,3}$  où l'équation de Dirac est écrite en algèbre réelle de Clifford  $Cl(M)$  de  $M$

$$\psi = \sqrt{\rho} e^{i\beta/2} R, \quad , \underline{i} \in \wedge^4 M, \quad \underline{i}^2 = -1 \quad (1)$$

où

1.  $\rho$  est la densité de probabilité,
2. le pseudo-scalaire  $\underline{i}$  de  $M$  est égal à  $e_0 \wedge e_1 \wedge e_2 \wedge e_3 = e_0 e_1 e_2 e_3$  (le produit de Clifford de vecteurs orthogonaux est égal à leur produit, extérieur ce qui explique la relation  $\underline{i}^2 = -1$ ) et est indépendant de tout repère,
3.  $R$  est la rotation de Lorentz  $R$  qui permet de passer du repère galiléen  $\{e_\mu\}$  de  $M$ , dans lequel  $\psi$  est exprimé, aux grandeurs invariantes par rapport à tout repère, telles que, notant  $n_\mu = R e_\mu R^{-1}$ ,  $n_0 = v$ ,  $j = \rho v$  est le courant de probabilité de Dirac.

Les vecteurs  $n_1, n_2$ , sont tels que  $(\hbar c/2)(n_2 \wedge n_1)$  et  $(\hbar c/2)(n_1 \wedge n_2)$  définissent en spin "up" et "down" le bivecteur spin.

L'énergie de l'électron dans le repère  $\{e_\mu\}$  est égale à  $E = (\hbar c/2)(\omega \cdot e_0)$  où  $\omega = (\partial_\mu n_2 \cdot n_1) e^\mu$  (en "up") est un vecteur invariant définissant la rotations infinitésimale du plan  $(n_1, n_2)$  sur lui-même [6].

(Nota :  $a \cdot b$  désigne le produit scalaire de deux vecteurs de  $M$ ).

## 2 Une forme invariante de l'équation de Dirac

Nous avons déduit dans [6] de la forme donnée par Hestenes dans [4] à l'équation de Dirac dans le repère  $\{e_\mu\}$ , une forme invariante par rapport à tout repère galiléen, à valeur dans  $\wedge^1 M \oplus \wedge^3 M$  (voir Eq. (5) de [1])

$$\frac{\hbar c}{2} (e^\mu \Omega_\mu + \partial \beta \underline{i} + \partial(\ln \rho)) n_2 n_1 = m c^2 e^{i\beta} v - e A, \quad e > 0, \quad e^- = -e < 0 \quad (2)$$

où  $e^-$  est la charge de l'électron et

$$\Omega_\mu = 2(\partial_\mu R)R^{-1} \in \wedge^2 M, \quad 0 \leq \beta < \pi, \quad n_2 n_1 = n_2 \wedge n_1 \text{ (spin "up")}$$

En "down"  $n_2 n_1$  doit être changé en  $n_1 n_2$ .

Chaque bivecteur  $\Omega_\mu$  représente la rotation infinitésimale du repère  $(v, n_1, n_2, n_3)$  quand le point  $x$  se déplace dans la direction  $e^\mu$ , mais  $e^\mu \Omega_\mu$  est invariant par rapport aux  $e^\mu$ . Il permet en particulier de définir le vecteur  $\omega$  (en "up" ) par  $(\Omega_\mu \cdot n_2) \cdot n_1 = (\partial_\mu n_2) \cdot n_1$  ( $Q \cdot a$  désignant le produit intérieur d'un multivecteur  $Q$  par un vecteur  $a$ ).

Il existe plusieurs forme invariants de l'équation de Dirac, mais celle-ci, qui associe la masse à la vélocité  $v$  de l'électron, est la seule qui convient dans le cas où le potentiel électromagnétique  $A$  est nul, et est donc la forme la plus appropriée.

Le terme de gauche contient à la fois :

- le bivecteur spin  $(\hbar c/2)n_2 n_1 = (\hbar c/2)n_2 \wedge n_1$ ,
- le vecteur  $(\hbar c/2)\omega$  qui définit l'énergie, car désignant par  $[P]_V$  la partie vectorielle d'un multivecteur  $P$ , on a

$$\frac{\hbar c}{2}[e^\mu \Omega_\mu n_2 n_1]_V = \frac{\hbar c}{2}e^\mu((\Omega_\mu \cdot n_2) \cdot n_1) = \frac{\hbar c}{2}(\partial_\mu n_2 \cdot n_1)e^\mu = \frac{\hbar c}{2}\omega \text{ ("up")}$$

Nous avons montré dans la section 2.5 de [1] que l'énergie  $E$  est positive, aussi bien en "up" qu'en "down", le changement de  $n_2 n_1$  en  $n_1 n_2$  étant compensé par le changement du sens de parcours de  $n_1$  dans le plan orienté  $(n_1, n_2)$ .

### 3 Passage de l'équation de l'électron à celle du positron

#### 3.1 Les transformations CPT

Ces transformations que nous appliquons à un électron en spin "up", sont :

C (Charge) change  $-e$  en  $e > 0$ .

P (Parité) change  $(e_2, e_1)$  en  $(e_1, e_2)$  et ainsi  $n_2 n_1$  en  $n_1 n_2$ .

T (Renversement du temps) change  $e_0$  en  $-e_0$  et donc  $v$  in  $-v$ .

et change l'Eq. (2) en

$$\frac{\hbar c}{2}(e^\mu \Omega_\mu + \partial \beta \underline{i} + \partial(\ln \rho))n_1 n_2 = mc^2 e^{i\beta}(-v) + eA \quad (3)$$

qui semble impliquer que le positron vient du futur.

### 3.2 La transformation de Takabayasi

Pour éviter l'inconvénients lié à la transformation T, Takabayasi a proposé dans [2], Eq. 10.3b, la transformation suivante :

T' : *L' angle  $\beta$  est changé en  $\beta + \pi$ .*

ce qui donne, puisque  $e^{i(\beta+\pi)} = -e^{i\beta}$ , en conservant  $\beta < \pi$ ,

$$\frac{\hbar c}{2}(e^\mu \Omega_\mu + \partial\beta_{\underline{i}} + \partial(\ln \rho))n_1 n_2 = -mc^2 e^{i\beta} v + eA \quad (4)$$

qu'il interprète comme le changement de  $m$  en  $-m$ .

Remarquons qu'il suffit de faire passer dans (3) le signe moins de  $-v$  au devant du terme de masse, ce qui correspond en fait à une violation de T, pour que les deux équations (3) et (4) soient identiques.

Mais on peut penser que le but des transformations CPT est de rendre cohérent les deux termes contenant la masse et le spin avec le changement de signe du terme de charge, ce qui implique qu'on change le signe de ces deux termes.

Cela est fait en (4) pour le terme de masse.

Il suffit décrire  $n_1 n_2 = -n_2 n_1$  et de faire passer le signe moins de  $-n_2 n_1$  au devant du terme de spin, ce qui laisse le spin inchangé dans le passage d'une équation à l'autre, mais correspond à une sorte de P violation.

On obtient (en spin "up")

$$-\frac{\hbar c}{2}(e^\mu \Omega_\mu + \partial\beta_{\underline{i}} + \partial(\ln \rho))n_2 n_1 = -mc^2 e^{i\beta} v + eA$$

ou

$$\frac{\hbar c}{2}(e^\mu \Omega_\mu + \partial\beta_{\underline{i}} + \partial(\ln \rho))n_2 n_2 = mc^2 e^{i\beta} v - eA \quad (5)$$

On peut remarquer que la violation de T peut être assurée par le changement T de  $e_0$  en  $-e_0$ , suivi du déplacement du signe moins dans le terme de masse.

Mais la transformation de Takabayasi est une violation de T plus directe. Il est possible, ce qui sera à vérifier, que son rôle dans le passage de l'équation du proton à celle de l'antiproton soit la seule possibilité. Aussi elle met en évidence pour la première fois un rôle de l'angle d'Yvon, dont la présence dans la fonction d'onde de Dirac est incontestable et qui pourrait jouer par ailleurs un rôle en mécanique quantique dans d'autres domaines que le passage des particules aux antiparticules.

## 4 Conclusion

L'équation (5) peut être considérée comme identique à l'équation (2) de l'électron, sauf que le signe de la charge ayant été changé, le signe du potentiel électromagnétique  $A$  est lui aussi changé.

Comme nous sommes incapable de répondre à cette question, nous avons envoyé au Pr. M. Spiro, au sujet des expériences du LEP, le message suivant :

"La forme de l'équation du positron est la même que celle de l'électron sauf que la charge est positive. On peut ainsi envisager que, dans des expériences similaires, le comportement du positron devrait être le même que celui de l'électron à la condition que le signe de la charge du potentiel électromagnétique  $A$  soit changé."

La réponse suivante (que nous mentionnons sans qu'elle engage son auteur sur la validité des calculs précédents) nous est parvenue du Dr. Rolf Landua, Head of Education and Public Outreach (CERN) :

"I can confirm that this statement is correct. It has also undergone many experimental tests, e.g. by testing the equality of the magnetic moment of the electron and the positron. This measurement is hitherto the most precise comparison of a physical property of particle and anti-particle."

Il appartient au lecteur de juger si cette réponse peut servir de conclusion à cette étude théorique sur le positron.

## Références

- [1] [1]. R. Boudet, Ann. Fond. Louis de Broglie, Vol 36, 79 (2011)
- [2] [2]. T. Takabayasi, Supp. of the Prog. Theor. Phys., **4**, 1 (1957)
- [3] [3]. J. Yvon, *J. Phys. et le Radium* **VIII**, 18 (1940)
- [4] [4]. D. Hestenes, J. Math. Phys., **8**, 798 (1967)
- [5] [5]. G. Jakobi, G. Lochak, C.R. Ac. Sc. (Paris), **243**, 234 (1956)
- [6] [6]. R. Boudet, C.R. Ac. Sc. (Paris), **272**, 767 (1971)

*(Manuscrit reçu le 29 mars 2012)*