

L'onde leptonique générale: électron + monopôle magnétique

C. Daviau ^a, J. Bertrand ^b

^a Le Moulin de la Lande, 44522 Pouillé-les-coteaux, France
claude.daviau@nordnet.fr

^b 15 Avenue Danielle Casanova, 95210 St Gratien, France
bertrandjacques-m@orange.fr

Résumé : La partie leptonique de l'onde quantique de spin 1/2 comprend à la fois l'onde de l'électron et celle du monopôle magnétique. L'équation de Dirac de l'électron et l'équation d'onde du monopôle magnétique de Lochak sont donc incluses dans une équation d'onde leptonique. Cette équation découle d'une densité lagrangienne qui est la partie réelle cliffordienne de l'équation d'onde elle-même. Elle est invariante sous le groupe Cl_3^* des éléments inversibles de l'algèbre de Clifford de l'espace, généralisant l'invariance relativiste. L'équation d'onde comporte un terme de masse compatible avec l'invariance de jauge $U(1) \times SU(2)$ du groupe des interactions électro-faibles. Il existe deux courants conservatifs. Le courant de densité de probabilité généralise celui de l'électron et celui du monopôle seul. La normalisation de l'onde, dans le cas stationnaire, provient du principe d'équivalence masse gravitationnelle – masse inerte. La densité de probabilité coexiste avec un vrai invariant relativiste. L'additivité des potentiels de jauge est équivalente au principe de Pauli. On discute les nouveautés qu'apporte le monopôle magnétique.

ABSTRACT. The lepton part of the quantum wave with spin 1/2 contains both the electron wave and the magnetic monopole wave. The Dirac equation of the electron and the wave equation of the Lochak's magnetic monopole are then two parts of a unique lepton equation. This wave equation is obtained from a Lagrangian density which is exactly the Cliffordian real part of the wave equation. The wave equation is invariant under the Cl_3^* group (invertible elements in the Clifford algebra of space), generalizing the relativistic invariance. The wave equation has a mass term compatible with the $U(1) \times SU(2)$ gauge group of electro-weak interactions. Two conservative currents exist. The probability current generalizes the current of the electron and the current of the magnetic monopole. The normalization of the quantum wave, in

the stationary case, comes from the principle of equivalence between gravitational and inertial mass. The probability density coexists with a true relativistic invariant. The additivity of the gauge potentials is equivalent to the Pauli principle. We discuss the novelties coming with the magnetic monopole.

Keywords : invariance group, Dirac equation, electromagnetism, weak interactions, Clifford algebras, electric charge, quark, Pauli principle.

P.A.C.S.: 15A66, 35Q41, 81T13, 83E15

1 Introduction

Le monopôle magnétique leptonique de G. Lochak [1-3] est doublement à l'origine de la présente étude. D'une part l'onde du monopôle magnétique γ est une onde satisfaisant une équation de Dirac, ce que nous reprenons ici complètement. D'autre part le terme de masse de l'équation du monopôle convient aussi pour l'électron, ce qui permet de remplacer le terme de masse linéaire de l'équation de Dirac de l'électron par le terme de masse de l'équation de Lochak [4], dans le cas particulier où l'équation d'onde est homogène, et où l'équation de Dirac en est l'approximation linéaire. C'est une généralisation de ce terme de masse pour l'électron et le monopôle magnétique qui sera utilisée ici.

Le présent article continue l'étude de l'onde quantique de spin $1/2$, résumée en [5]. Elle reprend les notations de [6] et [7]. L'onde quantique générale de spin $1/2$ est une fonction Ψ de l'espace et du temps à valeur dans l'algèbre de Clifford d'un espace-temps étendu à deux dimensions supplémentaires d'espace [7–15]¹, sous-algèbre de l'algèbre des matrices complexes 8×8 . Par blocs de matrices 4×4 , les blocs étant éléments de l'algèbre de Clifford de l'espace-temps usuel $Cl_{1,3}$, on a :

$$\Psi = \begin{pmatrix} l & r \\ g & b \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

¹Comme l'onde complète comprend 16 spineurs, elle est une fonction de l'espace et du temps à valeur dans $\mathbb{C}^{32} = \mathbb{R}^{64}$. Elle est donc complètement hors du cadre de la mécanique quantique axiomatique. Les remarquables succès du modèle standard (physique relativiste des accélérateurs) et la découverte des ondes gravitationnelles (physique relativiste de la gravitation) rendent complètement désuète la seconde quantification, dont l'intégrale de chemin repose sur l'unique phase électrique de l'onde non relativiste. Celle-ci résulte de la suppression de 31 des 32 composantes complexes de l'onde quantique considérée ici.

où l désigne l'onde leptonique et les \mathbf{c} désignent les trois couleurs $c = r, g, b$ de l'onde des quarks. Ces éléments de l'algèbre d'espace-temps s'écrivent par blocs de matrices 2×2 :

$$l = \begin{pmatrix} e & n \\ \widehat{n} & \widehat{e} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} d_c & u_c \\ \widehat{u}_c & \widehat{d}_c \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

où e désigne l'onde de l'électron, n celle de son neutrino, d_c l'onde du quark d de couleur c , u_c l'onde du quark u de couleur c . Nous gardons les mêmes notations, mais nous reprenons pleinement l'idée de Lochak du monopôle magnétique comme étant un neutrino (sans interaction électrique) doté d'une charge magnétique. Donc au contraire de nos travaux précédents dans lesquels l'onde du neutrino ne comportait qu'une onde gauche, n désigne maintenant une onde comportant à la fois un spineur gauche ζ et un spineur droit que nous appelons χ . La conjugaison $e \mapsto \widehat{e}$ désigne l'automorphisme principal de l'algèbre d'espace. C'est la traduction en algèbre d'espace et pour l'onde spinorielle de la transformation P de la théorie quantique des champs. On a :

$$e = R + L = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \xi_1 & -\eta_2^* \\ \xi_2 & \eta_1^* \end{pmatrix}, \quad \widehat{e} = \widehat{L} + \widehat{R} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \eta_1 & -\xi_2^* \\ \eta_2 & \xi_1^* \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

$$n = \underline{R} + \underline{L} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \chi_1 & -\zeta_2^* \\ \chi_2 & \zeta_1^* \end{pmatrix}, \quad \widehat{n} = \widehat{\underline{L}} + \widehat{\underline{R}} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \zeta_1 & -\chi_2^* \\ \zeta_2 & \chi_1^* \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Cette onde a comme composantes les spineurs chiraux de Weyl : l'onde droite ξ de l'électron, écriture uni-colonne de $R = e^{\frac{1+\sigma_3}{2}}$, l'onde gauche η de l'électron associée à $\widehat{L} = \widehat{e}^{\frac{1+\sigma_3}{2}}$, l'onde droite χ du monopôle magnétique, associée à $\underline{R} = n^{\frac{1+\sigma_3}{2}}$, l'onde gauche ζ du monopôle magnétique associée à $\widehat{\underline{L}} = \widehat{n}^{\frac{1+\sigma_3}{2}}$. Ceci reprend donc ce que nous avons fait précédemment pour l'onde électron+neutrino [11], [15], mais aussi ce que nous avons obtenu pour le monopôle magnétique [7], chapitre 8. L'électron+neutrino s'obtient en supposant $\underline{R} = 0$, tandis que le monopôle magnétique s'obtient en annulant l'onde droite R de l'électron. Les interactions faibles mélangent les ondes gauches de l'électron et du neutrino-monopôle.

L'onde du monopôle magnétique est donc incluse dans l'onde de spin $1/2$ décrivant tous les objets et anti-objets de la "première génération", ce qui est bien sûr à compléter par la seconde et la troisième génération en changeant la direction privilégiée contenue dans l'équation d'onde. Cette seconde et cette troisième génération comprendront donc aussi

chacune un monopôle magnétique, tout comme elles contiennent un lepton similaire à l'électron, le muon pour la seconde génération, le tau pour la troisième.

2 L'invariance de jauge électro-faible

Le groupe d'invariance de jauge électro-faible est engendré par 4 opérateurs, un pour chacune des dimensions du groupe de jauge. Ces opérateurs \underline{P}_n sont associés à 4 potentiels de jauge, qui sont des vecteurs contravariants d'espace-temps : $\underline{W}^0 = \underline{B}$, \underline{W}^1 , \underline{W}^2 , \underline{W}^3 .

$$\underline{W}^j = L^\mu W_\mu^j, \quad j = 1, 2, 3; \quad \underline{D} = L^\mu D_\mu; \quad L^0 = L_0; \quad L^j = -L_j, \quad (2.1)$$

pour $j = 1, 2, 3$. Le lien entre l'algèbre $Cl_{1,5}$ et l'algèbre d'espace-temps $Cl_{1,3}$ est réalisé par la représentation matricielle :

$$L_\mu = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_\mu \\ \gamma_\mu & 0 \end{pmatrix}; \quad L_4 = \begin{pmatrix} 0 & -I_4 \\ I_4 & 0 \end{pmatrix}; \quad L_5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{i} \\ \mathbf{i} & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{i} = \gamma_{0123}, \quad (2.2)$$

tandis que le lien entre l'algèbre d'espace-temps et l'algèbre d'espace est réalisé grâce à la représentation matricielle utilisant les spineurs droits ξ , χ et gauches η , ζ de Weyl :

$$\gamma_0 = \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \gamma^j = -\gamma_j = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_j \\ \sigma_j & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

La dérivation covariante prend la forme :

$$\begin{aligned} \underline{D}(\Psi) &= \partial(\Psi) + \underline{b} \underline{P}_0(\Psi) + \underline{w}^j \underline{P}_j(\Psi) + \underline{b}^k \mathbf{i} \Gamma_k \Psi; \quad \underline{w}^j = w^{j\mu} L_\mu = \frac{g_2}{2} \underline{W}^j \\ \underline{b} &= b^\mu L_\mu = \frac{g_1}{2} \underline{B}; \quad \underline{b}^k = b^{k\mu} L_\mu = \frac{g_3}{2} \underline{G}^k; \quad \mathbf{i} = L_{0123}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Les g_1 , g_2 , g_3 sont trois constantes propres à chacun des sous-groupes du groupe de jauge. Les deux premières sont liées à la charge $q = e/(\hbar c)$. Pour la partie $U(1) \times SU(2)$ du groupe de jauge du modèle standard, on utilise deux projecteurs \underline{P}_\pm tels que

$$\underline{P}_\pm(\Psi) = \frac{1}{2}(\Psi \pm \mathbf{i}\Psi L_{21}). \quad (2.5)$$

Les trois opérateurs engendrant $SU(2)$ agissent sur les quarks de la même manière que sur la partie leptonique de l'onde :

$$\underline{P}_1(\Psi) = \underline{P}_+(\Psi) L_{35}, \quad L_{35} = L_3 L_5, \quad (2.6)$$

$$\underline{P}_2(\Psi) = \underline{P}_+(\Psi) L_{5012}, \quad (2.7)$$

$$\underline{P}_3(\Psi) = \underline{P}_+(\Psi) L_{0132}. \quad (2.8)$$

Le quatrième opérateur, celui lié à la jauge chirale $U(1)$, agit différemment sur la partie leptonique et sur la partie des quarks :

$$\underline{P}_0(\Psi) = \begin{pmatrix} P_0(l) & P'_0(r) \\ P'_0(g) & P'_0(b) \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

$$P'_0(\mathbf{c}) = k\mathbf{c}\gamma_{21} + P_-(\mathbf{c})\mathbf{i} = k\mathbf{c}\gamma_{21} + \frac{1}{2}(\mathbf{c}\mathbf{i} + \mathbf{i}\mathbf{c}\gamma_{30}). \quad (2.10)$$

L'opérateur P_0 sera précisé plus loin. Il est nécessaire, par suite de l'utilisation des projecteurs $P^\pm = \frac{1}{2}(1 \pm L_{012345})$ dans les opérateurs $\mathbf{i}\Gamma_k$ du groupe de jauge $SU(3)$ de la chromodynamique, qu'il y ait un même nombre k quelque soit la couleur. L'opérateur \underline{P}_0 de la jauge chirale $U(1)$ a donc forcément cette forme. Nous avons expliqué en [6] pourquoi la valeur $k = -1/3$ est nécessaire, et nous savions depuis [7–10] que cette valeur suffisait à obtenir les valeurs attendues des charges des quarks et des anti-quarks. Ce résultat améliore donc le modèle standard en diminuant le trop grand nombre de ses paramètres.

3 Equation d'onde avec terme de masse

L'équation d'onde avec terme de masse, invariante de forme sous le groupe Cl_3^* qui étend l'invariance relativiste, et invariante de jauge sous le groupe $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$ du modèle standard, s'écrit :

$$0 = (\underline{D}\Psi)L_{012} + m\rho\chi; \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi_b & \chi_g \\ \chi_r & \chi_l \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

où les a_j (ci-dessous) ne dépendent que de l'onde leptonique l tandis que les s_j ne dépendent que des quarks. Nous avons détaillé les s_j et les χ_c dans l'appendice A de [7], mais seulement dans le cas particulier où les quarks n'ont pas d'onde droite. Cette étude devra donc être complétée dans le cas général. Loin des quarks nous pouvons négliger ces termes, mais ils devront bien évidemment être pris en compte pour l'action des monopôles magnétiques sur les noyaux des atomes, là où l'onde des quarks est essentielle. A priori il n'y a pas de difficulté théorique à attendre du cas général où les quarks ont des ondes gauches et droites, parce que la dérivée covariante a été calculée dès le départ dans le cas général. Simplement les calculs sont beaucoup plus longs, puisqu'on passe,

par exemple, de $15 = 6 \times 5/2$ à $66 = 12 \times 11/2$ termes s_j . On a :

$$\begin{aligned} a_1 &= 2(\xi_1 \eta_1^* + \xi_2 \eta_2^*); & a_2 &= 2(\zeta_1^* \eta_2^* - \zeta_2^* \eta_1^*); & a_3 &= 2(\xi_1 \zeta_1^* + \xi_2 \zeta_2^*), & (3.2) \\ a_4 &= 2(\chi_1 \eta_1^* + \chi_2 \eta_2^*); & a_5 &= 2(\xi_1 \chi_2 - \xi_2 \chi_1); & a_6 &= 2(\chi_1 \zeta_1^* + \chi_2 \zeta_2^*), \\ \rho^2 &= \sum_{j=1}^{j=6} a_j a_j^* + \sum_{j=1}^{j=66} s_j s_j^*. & & & & (3.3) \end{aligned}$$

Seul $a_1 = \det(e)$ est connu du formalisme des matrices de Dirac ou de la théorie du monopôle, l'argument de ce nombre complexe étant l'angle d'Yvon-Takabayasi qui est à l'origine de l'invariance de jauge du monopôle de Lochak. Les parties réelles et imaginaires des a_j et des s_j font partie des $240 = 16 \times 15$ densités tensorielles invariantes relativistes qui généralisent les deux seules connues en théorie de Dirac. Comme seule la partie $U(1) \times SU(2)$ du groupe de jauge agit sur l'électron+monopôle, l'équation d'onde se sépare en une équation pour la partie leptonique et une équation d'onde pour la partie des quarks :

$$0 = (\underline{D}\Psi^l)L_{012} + m\rho \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \chi_l \end{pmatrix}; \quad \Psi^l = \begin{pmatrix} l & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

$$0 = (\underline{D}\Psi^q)L_{012} + m\rho\chi^q; \quad \chi^q = \begin{pmatrix} \chi_b \chi_g \\ \chi_r & 0 \end{pmatrix}; \quad \Psi^q = \begin{pmatrix} 0 & r \\ g & b \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Nous avons pour la partie leptonique :

$$\begin{aligned} \mathbf{D}l\gamma_{012} + m\rho\chi_l &= 0; \quad \mathbf{D} = \boldsymbol{\partial} + \frac{g_1}{2}\mathbf{B}P_0 + \frac{g_2}{2}\mathbf{W}^j P_j, & (3.6) \\ \boldsymbol{\partial} &= \gamma^\mu \partial_\mu; \quad \mathbf{B} = \gamma^\mu B_\mu; \quad \mathbf{W}^k = \gamma^\mu W_\mu^k, \\ \mathcal{L} &= \langle \widetilde{l}\mathbf{D}l\gamma_{012} \rangle + m\rho. & (3.7) \end{aligned}$$

où \widetilde{l} est le retourné de l dans l'algèbre d'espace-temps et \mathcal{L} est la densité lagrangienne dont va découler l'équation d'onde. On a :

$$\chi_l = \frac{1}{\rho^2} \begin{pmatrix} M_1 M_2 \\ \widehat{M}_2 \widehat{M}_1 \end{pmatrix},$$

$$M_1 = a_1^*(L + R) + a_2^*\underline{L}\sigma_1 + a_3^*\underline{L} + a_4^*\underline{R} + a_5^*\underline{R}\sigma_1, \quad (3.8)$$

$$M_2 = a_6^*(\underline{L} + \underline{R}) - a_2^*L\sigma_1 + a_3^*R + a_4^*L - a_5^*R\sigma_1. \quad (3.9)$$

Notons qu'il n'y a qu'un seul terme de masse possible pour l'électron et le monopôle magnétique, ce qui implique que la masse propre du

monopôle magnétique est la masse propre $m_0 = m\hbar/c$ de l'électron. Ceci semble compatible avec les longueurs d'onde aperçues sur les traces de monopôles magnétiques lents ([7] p. 118 à 124).

Le projecteur P_0 , qui était le seul à changer entre le cas électron+neutrino et le cas des quarks, est également celui qui sépare les interactions de l'électron de celles du monopôle magnétique. Pour le définir nous avons besoin de projeter l'onde sur ses différentes parties avec les projecteurs :

$$P_R(l) = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & \widehat{R} \end{pmatrix}; P_L(l) = \begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & \widehat{L} \end{pmatrix}; P_{\underline{R}}(l) = \begin{pmatrix} 0 & \underline{R} \\ \widehat{\underline{R}} & 0 \end{pmatrix}; P_{\underline{L}}(l) = \begin{pmatrix} 0 & \underline{L} \\ \widehat{\underline{L}} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Comme dans le cas purement électrique, ou purement magnétique, les ondes droites et les ondes gauches n'interagissent pas de la même manière, et en outre la partie électron et la partie monopôle magnétique se comportent différemment parce que le monopôle magnétique n'est pas un électron :

$$P_0(l) = (P_R + P_L)(l)\gamma_{21} + P_R(l)\mathbf{i} + a(P_{\underline{R}} + P_{\underline{L}})(l)\gamma_{21} + bP_{\underline{R}}(l)\mathbf{i} \quad (3.11)$$

où a et b sont deux coefficients réels qui nous suffiront pour obtenir la charge magnétique du monopôle. Avec

$$P_0(l) = \begin{pmatrix} A & B \\ \widehat{B} & \widehat{A} \end{pmatrix}; A = p_0(R) + P_0(L); B = p_0(\underline{R}) + p_0(\underline{L}), \quad (3.12)$$

on obtient :

$$p_0(R) = 2iR; [\exp(\theta p_0)](R) = e^{2i\theta} R, \quad (3.13)$$

$$p_0(L) = -iL; [\exp(\theta p_0)](L) = e^{-i\theta} L, \quad (3.14)$$

$$p_0(\underline{R}) = i(a-b)\underline{R}; [\exp(\theta p_0)](\underline{R}) = e^{i(a-b)\theta} \underline{R}, \quad (3.15)$$

$$p_0(\underline{L}) = -ia\underline{L}; [\exp(\theta p_0)](\underline{L}) = e^{-ia\theta} \underline{L}. \quad (3.16)$$

Le calcul des termes P_j ne change pas, on le trouve par exemple en [7]

pages 79-80. On obtient pour la dérivée covariante :

$$D\widehat{R} = \nabla\widehat{R} - ig_1 B\widehat{R}; \quad \nabla = \sigma^\mu \partial_\mu; \quad B = \sigma^\mu B_\mu, \quad (3.17)$$

$$D\widehat{L} = \nabla\widehat{L} + i\frac{g_1}{2}B\widehat{L} - i\frac{g_2}{2}[(W^1 + iW^2)\widehat{L} - W^3\widehat{L}] \quad (3.18)$$

$$D\widehat{R} = \nabla\widehat{R} - i\frac{g_1}{2}(a-b)B\widehat{R}; \quad W^j = \sigma^\mu W_\mu^j \quad (3.19)$$

$$D\widehat{L} = \nabla\widehat{L} + i\frac{g_1}{2}aB\widehat{L} - i\frac{g_2}{2}[(W^1 - iW^2)\widehat{L} + W^3\widehat{L}]. \quad (3.20)$$

Le modèle de Weinberg-Salam [16] des interactions faibles utilise un potentiel A , un angle θ_W et un terme Z^0 tel que

$$g_1 = \frac{q}{\cos(\theta_W)}; \quad g_2 = \frac{q}{\sin(\theta_W)}; \quad q = \frac{e}{\hbar c}, \quad (3.21)$$

$$-g_1 B + g_2 W^3 = \sqrt{g_1^2 + g_2^2} Z^0 = \frac{2q}{\sin(2\theta_W)} Z^0, \quad (3.22)$$

$$B = \cos(\theta_W)A - \sin(\theta_W)Z^0; \quad W^3 = \sin(\theta_W)A + \cos(\theta_W)Z^0, \quad (3.23)$$

$$B + iW^3 = e^{i\theta_W}(A + iZ^0); \quad A + iZ^0 = e^{-i\theta_W}(B + iW^3). \quad (3.24)$$

Nous avons déduit de l'équation d'onde du second ordre de l'électron [15] que l'angle de Weinberg-Salam vérifiait nécessairement :

$$g_2 = 2q; \quad \sin(\theta_W) = \frac{q}{g_2} = \frac{q}{2q} = \frac{1}{2}, \quad (3.25)$$

$$\cos(\theta_W) = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad g_1 = \frac{2q}{\sqrt{3}}. \quad (3.26)$$

Comme ce calcul ne dépend que des propriétés de l'onde électronique, il n'est pas changé par le fait que l'onde du neutrino-monopôle a une onde droite non nulle. Avec cette valeur de l'angle de Weinberg-Salam on obtient :

$$D\widehat{R} = \nabla\widehat{R} + i\frac{q}{\sqrt{3}}(b-a)B\widehat{R} \quad (3.27)$$

$$D\widehat{L} = \nabla\widehat{L} + i\frac{q}{\sqrt{3}}aB\widehat{L} - iq(W^1 - iW^2)\widehat{L} - iqW^3\widehat{L} \quad (3.28)$$

Or la dérivée covariante du monopôle magnétique vérifie

$$D\widehat{n} = \nabla\widehat{n} + iQB\widehat{n} + \dots \quad (3.29)$$

ce qui n'est compatible avec (3.27)–(3.28) que si

$$\frac{q}{\sqrt{3}}(b - a) = Q = \frac{q}{\sqrt{3}}a; \quad b = 2a. \quad (3.30)$$

le monopôle magnétique de Lochak vérifie la relation de Dirac entre la valeur des charges électriques et magnétiques :

$$\frac{eg}{\hbar c} = \frac{1}{2}; \quad Q = \frac{q}{2\alpha}; \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c}; \quad q = \frac{e}{\hbar c}; \quad Q = \frac{g}{\hbar c}, \quad (3.31)$$

où α est la constante de structure fine. Ceci donne une valeur bien définie aux deux constantes de charge e et g , ce qui diminue une nouvelle fois le nombre des constantes du modèle standard. On a alors

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2\alpha}; \quad b = \frac{\sqrt{3}}{\alpha}. \quad (3.32)$$

Là où l'onde de l'électron comme celle des quarks sont négligeables, on peut annuler R et L . Il ne reste alors parmi les a_j que $a_6 = \rho e^{i\beta}$ et l'équation d'onde se réduit à² celle de Lochak dans le cas où le terme de masse laisse l'équation homogène :

$$\nabla \hat{n} + iQB\hat{n} + me^{-i\beta}n\sigma_{12} = 0. \quad (3.33)$$

Lorsque, dans cette équation, on annule l'onde droite, il ne reste que l'équation d'onde du neutrino gauche, qui se réduit à $\nabla \underline{\hat{L}} = 0$. Ce neutrino gauche dans le vide se propage bien entendu à la vitesse de la lumière.

4 Double lien entre équation d'onde et lagrangien

Nous allons tout d'abord calculer la densité lagrangienne comme partie réelle de l'équation d'onde. Nous nous plaçons dans le cas où l'onde des quarks est nulle, donc dans le cas où ρ ne dépend que des a_j :

$$\tilde{l}(\mathbf{D}l)\gamma_{012} = \begin{pmatrix} XY \\ \hat{Y} \hat{X} \end{pmatrix}; \quad X = n^\dagger(\hat{D}n)\sigma_{21} + \bar{e}(D\hat{e})\sigma_{21} \quad (4.1)$$

$$Y = n^\dagger(\hat{D}e)\sigma_{21} + \bar{e}(D\hat{n})\sigma_{21}. \quad (4.2)$$

²Le potentiel de jauge W^3 est nul dans ce cas seulement parce que nous nous sommes placés dans le cas où les ondes des quarks sont nulles. L'équation d'onde comporte un terme en W^3 , même avec $L = 0$ en présence des quarks.

Donc la partie réelle cliffordienne vérifie :

$$\langle \tilde{l}(\mathbf{D}l)\gamma_{012} \rangle = \langle X \rangle = \langle n^\dagger(\widehat{D}n)\sigma_{21} + \bar{e}(D\widehat{e})\sigma_{21} \rangle. \quad (4.3)$$

Puis on a :

$$\bar{e}(D\widehat{e})\sigma_{21} = A\frac{1+\sigma_3}{2} + B\frac{\sigma_1+i\sigma_2}{2} + C\frac{\sigma_1-i\sigma_2}{2} + D\frac{1-\sigma_3}{2} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{A+D}{2} &= -i[\eta^\dagger\sigma^\mu\partial_\mu\eta - (\partial_\mu\xi^\dagger)\widehat{\sigma}^\mu\xi] + \frac{g_1}{2}[B_\mu(\eta^\dagger\sigma^\mu\eta + 2\xi^\dagger\widehat{\sigma}^\mu\xi)] \\ &\quad - \frac{g_2}{2}[(W_\mu^1 + iW_\mu^2)\eta^\dagger\sigma^\mu\zeta - W_\mu^3\eta^\dagger\sigma^\mu\eta]. \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\bar{n}(D\widehat{n})\sigma_{21} = A'\frac{1+\sigma_3}{2} + B'\frac{\sigma_1+i\sigma_2}{2} + C'\frac{\sigma_1-i\sigma_2}{2} + D'\frac{1-\sigma_3}{2} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{A'+D'}{2} &= -i[\zeta^\dagger\sigma^\mu\partial_\mu\zeta - (\partial_\mu\chi^\dagger)\widehat{\sigma}^\mu\chi] + \frac{g_1}{2}[B_\mu(a\zeta^\dagger\sigma^\mu\zeta + (a-b)\chi^\dagger\widehat{\sigma}^\mu\chi)] \\ &\quad - \frac{g_2}{2}[(W_\mu^1 - iW_\mu^2)\zeta^\dagger\sigma^\mu\eta + W_\mu^3\zeta^\dagger\sigma^\mu\zeta]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

De plus on a :

$$\tilde{l}\chi_l = \frac{1}{\rho^2} \begin{pmatrix} C & D \\ \widehat{D} & \widehat{C} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} C &= \rho^2 + u\sigma_1 + v\sigma_2 + w\sigma_3; \quad w = a_4a_4^* - a_3a_3^*; \\ u + iv &= a_2^*(a_3 + a_4) + a_5(a_3^* + a_4^*) \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$D = a_1(a_3^* + a_4^*) + (a_3 + a_4)a_6^*. \quad (4.10)$$

Il en résulte que la partie réelle de $\tilde{l}\chi_l$ vaut exactement 1. En conséquence la partie réelle de l'équation d'onde leptonique (3.6) est exactement :

$$0 = \mathcal{L} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= m\rho + \frac{i}{2} \begin{pmatrix} -\eta^\dagger(\nabla\eta) + (\eta^\dagger\nabla)\eta - \xi^\dagger(\widehat{\nabla}\xi) + (\xi^\dagger\widehat{\nabla})\xi \\ -\zeta^\dagger(\nabla\zeta) + (\zeta^\dagger\nabla)\zeta - \chi^\dagger(\widehat{\nabla}\chi) + (\chi^\dagger\widehat{\nabla})\chi \end{pmatrix} \\ &\quad + \frac{g_1}{2}B_\mu[\eta^\dagger\sigma^\mu\eta + 2\xi^\dagger\widehat{\sigma}^\mu\xi + a\zeta^\dagger\sigma^\mu\zeta + (a-b)\chi^\dagger\widehat{\sigma}^\mu\chi] \\ &\quad - \frac{g_2}{2}[(W_\mu^1 + iW_\mu^2)\eta^\dagger\sigma^\mu\zeta + (W_\mu^1 - iW_\mu^2)\zeta^\dagger\sigma^\mu\eta + W_\mu^3(-\eta^\dagger\sigma^\mu\eta + \zeta^\dagger\sigma^\mu\zeta)]. \end{aligned} \quad (4.12)$$

On savait que pour une équation d'onde homogène, la densité lagrangienne est nulle lorsqu'on la calcule à partir d'une solution de l'équation

d'onde. Ce qui n'était pas connu, c'est que la densité lagrangienne est la partie réelle cliffordienne de l'onde. Le calcul ci-dessus montre que cette propriété, que nous avons mise en évidence pour l'électron-neutrino et pour les quarks, est également valable pour le monopôle magnétique. Bien entendu, l'équation d'onde découle elle-même, par les équations de Lagrange, de cette densité lagrangienne, ainsi que nous allons le voir maintenant. L'équation de Lagrange :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \xi^\dagger} = \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \xi^\dagger)} \right) \quad (4.13)$$

donne

$$-i\widehat{\nabla}\xi + g_1\widehat{B}\xi + \frac{m}{\rho}(a_1\eta + a_3\zeta - a_5\widehat{\chi}) = 0; \quad \widehat{\chi} = \begin{pmatrix} -\chi_2^* \\ \chi_1^* \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

ce qui nous donne, en conjuguant :

$$\nabla\widehat{R}\sigma_{21} + g_1B\widehat{R} + \frac{m}{\rho}(a_1^*L + a_3^*\underline{L} + a_5^*R\sigma_1) = 0. \quad (4.15)$$

On retrouve l'équation de l'onde droite de l'électron-neutrino simplement en annulant a_5 . De même l'équation de Lagrange en η^\dagger donne :

$$0 = \nabla\widehat{L}\sigma_{21} + \frac{g_1}{2}B\widehat{L} - \frac{g_2}{2}[(W^1 + iW^2)\widehat{L} - W^3\widehat{L}] + \frac{m}{\rho}(a_1^*R + a_2^*\underline{L}\sigma_1 + a_4^*\underline{R}). \quad (4.16)$$

Ensuite pour le monopôle magnétique l'équation de Lagrange :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \chi^\dagger} = \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \chi^\dagger)} \right) \quad (4.17)$$

donne

$$-i\widehat{\nabla}\chi + g_1\frac{a-b}{2}\widehat{B}\chi + \frac{m}{\rho}(a_4\eta + a_5\widehat{\xi} + a_6\zeta) = 0; \quad \widehat{\xi} = \begin{pmatrix} -\xi_2^* \\ \xi_1^* \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

ce qui nous donne, en conjuguant :

$$\nabla\widehat{R}\sigma_{21} + g_1\frac{a-b}{2}B\widehat{R} + \frac{m}{\rho}(a_4^*L - a_5^*R\sigma_1 + a_6^*\underline{L}) = 0. \quad (4.19)$$

Enfin l'équation de Lagrange :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \zeta^\dagger} = \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \zeta^\dagger)} \right) \quad (4.20)$$

donne

$$0 = \nabla \widehat{L} \sigma_{21} + \frac{g_1}{2} a B \widehat{L} - \frac{g_2}{2} [(W^1 - iW^2) \widehat{L} + W^3 \widehat{L}] \\ + \frac{m}{\rho} (-a_2^* L \sigma_1 + a_3^* R + a_6^* \underline{R}). \quad (4.21)$$

En mettant dans l'équation d'onde leptonique (3.6) les quatre équations d'onde des 4 composantes chirales de l'onde que nous venons d'obtenir, on peut voir que le terme χ_l est bien celui donné en (3.8). Avec (4.9), ceci termine d'établir le double lien entre densité lagrangienne et équation d'onde. Ce double lien est la raison, et la seule raison, de l'existence en physique d'un mécanisme lagrangien. Comme le mécanisme lagrangien vient de l'équation d'onde de spin 1/2 et pas d'un principe métaphysique, il n'y a aucune raison d'obtenir ce mécanisme lagrangien ailleurs, par exemple pour les champs de jauge.

5 Invariance relativiste de l'équation d'onde

La forme très particulière que prend l'invariance relativiste de l'équation d'onde de l'électron se retrouve ici : à tout élément inversible M de l'algèbre de Clifford de l'espace (algèbre de Pauli), on fait correspondre la dilatation D :

$$D : x = x^\mu \sigma_\mu \mapsto x' = D(x) = x'^\mu \sigma_\mu = Mx\widetilde{M} = MxM^\dagger \quad (5.1)$$

$$\xi' = \xi'(x') = M\xi(x); \quad \chi' = \chi'(x') = M\chi(x) \quad (5.2)$$

$$\eta' = \eta'(x') = \widehat{M}\eta(x); \quad \zeta' = \zeta'(x') = \widehat{M}\zeta(x). \quad (5.3)$$

L'existence de deux homomorphismes distincts f et \widehat{f} appliquant l'ensemble Cl_3^* des M dans l'ensemble \mathcal{D} des dilatations, $f : M \mapsto D$ et $\widehat{f} : \widehat{M} \mapsto D$, est l'origine des deux sortes d'ondes, les droites et les gauches. Ces deux homomorphismes, dont le noyau est le groupe $U(1)$ des $e^{i\theta}$, sont présents tous deux dans l'onde leptonique, grâce à :

$$N = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & \widehat{M} \end{pmatrix}; \quad \widetilde{N} = \begin{pmatrix} \widehat{M}^\dagger & 0 \\ 0 & M^\dagger \end{pmatrix}; \quad l'(x') = Nl(x). \quad (5.4)$$

La théorie de Dirac n'utilisait que les M de déterminant 1, mais il n'y a aucune difficulté à utiliser n'importe quel M de Cl_3 tel que

$$\det(M) = re^{i\theta}, \quad r > 0. \quad (5.5)$$

L'invariance de la forme (3.6) de l'équation d'onde résulte des propriétés très particulières des matrices 2×2 qui vérifient, avec $\overline{M} = \widehat{M}^\dagger$:

$$M\overline{M} = \overline{M}M = \det(M) = re^{i\theta}; \quad \widehat{M}M^\dagger = M^\dagger\widehat{M} = re^{-i\theta}, \quad (5.6)$$

et d'une autre égalité, toujours exacte (calcul détaillé dans l'annexe A de [18]) :

$$\boldsymbol{\partial} = \widetilde{N}\boldsymbol{\partial}'N; \quad \boldsymbol{\partial}' = \gamma^\mu\partial'_\mu; \quad \partial'_\mu = \frac{\partial}{\partial x'^\mu}, \quad (5.7)$$

et qui nous donne :

$$\widetilde{l}(\mathbf{D}l)\gamma_{012} = \widetilde{l}(\widetilde{N}\mathbf{D}'Nl)\gamma_{012} = \widetilde{l}'(\mathbf{D}'l')\gamma_{012}. \quad (5.8)$$

Pour le terme de masse, on a :

$$a'_j = Ma_j\overline{M} = M\overline{M}a_j = re^{i\theta}a_j; \quad a'_ja_j^* = r^2a_ja_j^*; \quad \rho' = r\rho, \quad (5.9)$$

ce qui donne avec (3.8)

$$\begin{aligned} M'_1 &= re^{-i\theta}M[a_1^*(L+R) + a_2^*\underline{L}\sigma_1 + a_3^*\underline{L} + a_4^*\underline{R} + a_5^*\underline{R}\sigma_1] \\ &= re^{-i\theta}MM_1, \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} \chi'_l &= \frac{1}{\rho'^2} \begin{pmatrix} M'_1M'_2 \\ \widehat{M}'_2\widehat{M}'_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho^2} \begin{pmatrix} r^{-1}e^{-i\theta}M & 0 \\ 0 & r^{-1}e^{i\theta}\widehat{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1M_2 \\ \widehat{M}_2\widehat{M}_1 \end{pmatrix} \\ &= \widetilde{N}^{-1}\chi_l. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Il en résulte :

$$m'\rho'\widetilde{l}'\chi'_l = m'r\rho\widetilde{l}\widetilde{N}\widetilde{N}^{-1}\chi_l = m\rho\widetilde{l}\chi_l, \quad (5.12)$$

à la seule condition que l'on ait, comme pour l'électron seul :

$$m = m'r; \quad m\rho = m'r\rho = m'\rho', \quad (5.13)$$

ce qui assure l'invariance de forme de l'équation d'onde. L'invariance relativiste de l'équation d'onde s'obtient en se restreignant à $\det(M) = 1$, ce qui donne bien entendu $m' = m$ et $\rho' = \rho$, car toutes les composantes réelles et imaginaires des a_j sont des invariants relativistes. Même si m et ρ sont invariants relativistes, seul le produit $m\rho$ est invariant sous les dilatations engendrées par tous les éléments M de Cl_3^* .

6 Invariances de jauge et potentiels

Les transformations de jauge en P_1 , P_2 , P_3 ne font intervenir que les ondes gauches, elles ne changent donc pas par rapport à l'électron+neutrino de [6] et [15]. Les potentiels de jauge sont maintenant internes à l'onde, ce qui permet par exemple l'interaction électron-monopôle magnétique. Ils sont donc la généralisation du potentiel du photon de L. de Broglie [19–20] et des potentiels de Lochak [21–23] :

$$W^1 + iW^2 = 2\underline{L}L^\dagger; \quad W^3 = \underline{L} \underline{L}^\dagger - LL^\dagger. \quad (6.1)$$

Ces potentiels contiennent aussi des termes venant des quarks là où ces ondes ne sont plus à négliger [6]. Pour la jauge chirale, jauge de générateur P_0 on a :

$$R' = e^{2i\theta}R; \quad \widehat{R}' = e^{-2i\theta}\widehat{R}; \quad L' = e^{-i\theta}L; \quad \widehat{L}' = e^{i\theta}\widehat{L}, \quad (6.2)$$

$$\underline{R}' = e^{i(a-b)\theta}\underline{R}; \quad \widehat{\underline{R}}' = e^{i(b-a)\theta}\widehat{\underline{R}}; \quad \underline{L}' = e^{-ia\theta}\underline{L}; \quad \widehat{\underline{L}}' = e^{ia\theta}\widehat{\underline{L}}, \quad (6.3)$$

$$D\widehat{R}' = \nabla\widehat{R}' - ig_1B'\widehat{R}'; \quad D\widehat{\underline{R}}' = \nabla\widehat{\underline{R}}' - ig_1\frac{a-b}{2}B'\widehat{\underline{R}}', \quad (6.4)$$

ce qui nous donne :

$$B' = B - \frac{2}{g_1}\nabla\theta, \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} D\widehat{R}' &= e^{-2i\theta}[(-2i\nabla\theta - ig_1B')\widehat{R} + \nabla\widehat{R}] \\ &= e^{-2i\theta}(\nabla\widehat{R} - ig_1B\widehat{R}) = e^{-2i\theta}D\widehat{R}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Et par conséquent :

$$\begin{aligned} D\widehat{\underline{R}}' &= \nabla(e^{i(b-a)\theta}\widehat{\underline{R}}) - ig_1\frac{a-b}{2}(B - \frac{2}{g_1})e^{i(b-a)\theta}\widehat{\underline{R}} \\ &= e^{i(b-a)\theta}[\nabla\widehat{\underline{R}} - ig_1\frac{a-b}{2}B\widehat{\underline{R}}] \\ &= e^{i(b-a)\theta}D\widehat{\underline{R}}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Les ondes gauches vérifient :

$$\begin{aligned} W'^1 + iW'^2 &= 2\underline{L}'L'^\dagger = 2e^{-ia\theta}\underline{L}e^{i\theta}L^\dagger \\ &= e^{i(1-a)\theta}(W^1 + iW^2) \end{aligned} \quad (6.8)$$

$$D\widehat{L}' = \nabla\widehat{L}' + i\frac{g_1}{2}B'\widehat{L}' - i\frac{g_2}{2}[(W'^1 + iW'^2)\widehat{L}' - W^3\widehat{L}'] \quad (6.9)$$

$$D\widehat{\underline{L}}' = \nabla\widehat{\underline{L}}' + i\frac{g_1}{2}aB'\widehat{\underline{L}}' - i\frac{g_2}{2}[(W'^1 - iW'^2)\widehat{L}' + W^3\widehat{\underline{L}}'] \quad (6.10)$$

Le fait que les potentiels W^1 et W^2 tournent dans la jauge chirale prouve que le groupe de jauge est plus unifié qu'en l'absence d'onde droite du neutrino, ce qui suffit à justifier que l'angle de Weinberg-Salam a nécessairement une valeur fixe. On obtient :

$$\begin{aligned} D\widehat{L}' &= \nabla(e^{i\theta}\widehat{L}) + i\frac{g_1}{2}(B - \frac{2}{g_1}\nabla\theta)e^{i\theta}\widehat{L} \\ &\quad - i\frac{g_2}{2}[e^{i(1-a)\theta}(W^1 + iW^2)e^{ia\theta}\widehat{L} - W^3e^{i\theta}\widehat{L}] \\ &= e^{i\theta}D\widehat{L} \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$B' = B - \frac{2}{g_1}\nabla\theta. \quad (6.12)$$

Et l'on obtient pour l'autre spineur gauche :

$$\begin{aligned} D\widehat{L}' &= \nabla(e^{ia\theta}\widehat{L}) + i\frac{g_1}{2}a(B - \frac{2}{g_1}\nabla\theta)e^{ia\theta}\widehat{L} \\ &\quad - i\frac{g_2}{2}[e^{-i(1-a)\theta}(W^1 - iW^2)e^{i\theta}\widehat{L} + W^3e^{ia\theta}\widehat{L}] \\ &= e^{ia\theta}D\widehat{L}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

L'équation d'onde (3.6) est équivalente au système formé par les équations (4.15), (4.16), (4.19) et (4.21) qui peuvent s'écrire :

$$0 = D\widehat{R}\sigma_{21} + \frac{m}{\rho}(a_1^*L + a_3^*\underline{L} + a_5^*\underline{R}\sigma_1), \quad (6.14)$$

$$0 = D\widehat{L}\sigma_{21} + \frac{m}{\rho}(a_1^*R + a_2^*\underline{L}\sigma_1 + a_4^*\underline{R}), \quad (6.15)$$

$$0 = D\widehat{R}\sigma_{21} + \frac{m}{\rho}(a_4^*L - a_5^*R\sigma_1 + a_6^*\underline{L}), \quad (6.16)$$

$$0 = D\widehat{L}\sigma_{21} + \frac{m}{\rho}(-a_2^*L\sigma_1 + a_3^*R + a_6^*\underline{R}). \quad (6.17)$$

Or on a :

$$a'_1 = R'\overline{L}' + L'\overline{R}' = e^{i\theta}(R\overline{L} + L\overline{R}) = e^{i\theta}a_1, \quad (6.18)$$

$$a'_2 = e^{-i(1+a)\theta}(-L\sigma_1\overline{L} + \underline{L}\sigma_1\overline{L}) = e^{-i(1+a)\theta}a_2, \quad (6.19)$$

$$a'_3 = R'\underline{L}' + \underline{L}'\overline{R}' = e^{i(2-a)\theta}(R\underline{L} + \underline{L}\overline{R}) = e^{i(2-a)\theta}a_3, \quad (6.20)$$

$$a'_4 = \underline{R}'\overline{L}' + L'\overline{R}' = e^{i(a-b-1)\theta}(\underline{R}\overline{L} + L\overline{R}) = e^{i(a-b-1)\theta}a_4, \quad (6.21)$$

$$a'_5 = e^{i(a-b+2)\theta}(-R\sigma_1\overline{R} + \underline{R}\sigma_1\overline{R}) = e^{i(a-b+2)\theta}a_5, \quad (6.22)$$

$$a'_6 = \underline{R}'\underline{L}' + \underline{L}'\overline{R}' = e^{-ib\theta}(\underline{R}\underline{L} + \underline{L}\overline{R}) = e^{-ib\theta}a_6. \quad (6.23)$$

On en déduit, pour $j = 1, \dots, 6$:

$$a'_j a_j^* = a_j a_j^*; \quad \rho' = \rho. \quad (6.24)$$

On obtient alors

$$a'_1{}^* L' + a'_3{}^* \underline{L}' + a'_5{}^* \underline{R}' \sigma_1 = e^{-2i\theta} (a_1^* L + a_3^* \underline{L} + a_5^* \underline{R} \sigma_1), \quad (6.25)$$

$$\begin{aligned} D\widehat{R}' \sigma_{21} + \frac{m}{\rho} (a'_1{}^* L' + a'_3{}^* \underline{L}' + a'_5{}^* \underline{R}' \sigma_1) \\ = e^{-2i\theta} [D\widehat{R} \sigma_{21} + \frac{m}{\rho} (a_1^* L + a_3^* \underline{L} + a_5^* \underline{R} \sigma_1)] = 0. \end{aligned} \quad (6.26)$$

$$a'_1{}^* R' + a'_2{}^* \underline{L}' \sigma_1 + a'_4{}^* \underline{R}' = e^{i\theta} (a_1^* R + a_2^* \underline{L} \sigma_1) + a_4^* \underline{R}, \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} D\widehat{L}' \sigma_{21} + \frac{m}{\rho} (a'_1{}^* R' + a'_2{}^* \underline{L}' \sigma_1 + a'_4{}^* \underline{R}') \\ = e^{i\theta} [D\widehat{L} \sigma_{21} + \frac{m}{\rho} (a_1^* R + a_2^* \underline{L} \sigma_1 + a_4^* \underline{R})] = 0. \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$a'_4{}^* L' - a'_5{}^* \underline{R}' \sigma_1 + a'_6{}^* \underline{L}' = e^{i(-a+b)\theta} (a_4^* L - a_5^* \underline{R} \sigma_1 + a_6^* \underline{L}), \quad (6.29)$$

$$\begin{aligned} D\widehat{R}' \sigma_{21} + \frac{m}{\rho} (a'_4{}^* L' - a'_5{}^* \underline{R}' \sigma_1 + a'_6{}^* \underline{L}') \\ = e^{i(-a+b)\theta} [D\widehat{R} \sigma_{21} + \frac{m}{\rho} (a_4^* L - a_5^* \underline{R} \sigma_1 + a_6^* \underline{L})] = 0. \end{aligned} \quad (6.30)$$

$$-a'_2{}^* L' \sigma_1 + a'_3{}^* R' + a'_6{}^* \underline{R}' = e^{ia\theta} (-a_2^* L \sigma_1 + a_3^* R + a_6^* \underline{R}), \quad (6.31)$$

$$\begin{aligned} D\widehat{L}' \sigma_{21} + \frac{m}{\rho} (-a'_2{}^* L' \sigma_1 + a'_3{}^* R' + a'_6{}^* \underline{R}') \\ = e^{ia\theta} [D\widehat{L} \sigma_{21} + \frac{m}{\rho} (-a_2^* L \sigma_1 + a_3^* R + a_6^* \underline{R})] = 0. \end{aligned} \quad (6.32)$$

L'onde leptonique électron+monopôle magnétique est donc bien invariante de jauge chirale.

Le potentiel électromagnétique A est modifié par rapport au cas de l'électron+neutrino, où $\underline{R} = 0$. Ce potentiel, qui est le seul dont la dérivée covariante soit nulle [6][15], devient maintenant :

$$A = D_R + D_{\underline{R}} - D_L - D_{\underline{L}} = RR^\dagger + \underline{R} \underline{R}^\dagger - LL^\dagger - \underline{L} \underline{L}^\dagger, \quad (6.33)$$

ce qui donne avec (6.1) :

$$\begin{aligned} g_1 B &= 2q\left(\frac{2}{3}A - \frac{1}{3}W^3\right) \\ &= 2q\left(\frac{2}{3}RR^\dagger + \frac{2}{3}\underline{R}\underline{R}^\dagger - \frac{1}{3}LL^\dagger - \underline{L}\underline{L}^\dagger\right). \end{aligned} \quad (6.34)$$

Comme les potentiels de jauge ne sont pas indépendants de l'onde quantique mais font au contraire partie des grandeurs tensorielles constructibles à partir d'elle, nous pouvons mettre les valeurs de ces potentiels dans la dérivation covariante :

$$D\widehat{R} = \nabla\widehat{R} - i2q\left(\frac{2}{3}RR^\dagger + \frac{2}{3}\underline{R}\underline{R}^\dagger - \frac{1}{3}LL^\dagger - \underline{L}\underline{L}^\dagger\right)\widehat{R} \quad (6.35)$$

Ceci rend donc hautement non linéaire l'équation d'onde, dans laquelle le seul terme qui reste linéaire est le terme différentiel. Nous nous rapprochons ainsi beaucoup des propriétés du champ de gravitation. Avec

$$\begin{aligned} R^\dagger\widehat{R} &= L^\dagger\widehat{L} = \underline{R}^\dagger\widehat{\underline{R}} = \underline{L}^\dagger\widehat{\underline{L}} = 0; \quad \underline{L}\underline{L}^\dagger\widehat{\underline{R}} = a_6^*L, \\ \underline{R}\underline{R}^\dagger\widehat{R} &= a_5^*R\sigma_1; \quad LL^\dagger\widehat{R} = a_1^*L; \quad \underline{L}\underline{L}^\dagger\widehat{R} = a_3^*\underline{L}; \quad RR^\dagger\widehat{L} = a_1^*R, \\ \underline{R}\underline{R}^\dagger\widehat{L} &= a_4^*\underline{R}; \quad \underline{L}\underline{L}^\dagger\widehat{L} = a_2^*\underline{L}\sigma_1; \quad RR^\dagger\widehat{\underline{R}} = -a_5^*R\sigma_1; \quad LL^\dagger\widehat{\underline{R}} = a_4^*L, \\ LL^\dagger\widehat{\underline{L}} &= a_2^*L\sigma_1; \quad LL^\dagger\widehat{\underline{L}} = -a_2^*L\sigma_1; \quad RR^\dagger\widehat{\underline{L}} = a_3^*R; \quad \underline{R}\underline{R}^\dagger\widehat{\underline{L}} = a_6^*\underline{R}, \end{aligned} \quad (6.36)$$

on obtient la forme suivante qu'on appellera forme réduite :

$$\nabla\widehat{R}\sigma_{12} = \left(\frac{m}{\rho} - \frac{2q}{3}\right)a_1^*L + \left(\frac{m}{\rho} - 2q\right)a_3^*\underline{L} + \left(\frac{m}{\rho} + \frac{4q}{3}\right)a_5^*R\sigma_1. \quad (6.37)$$

$$\nabla\widehat{L}\sigma_{12} = \left(\frac{m}{\rho} + \frac{2q}{3}\right)a_1^*R + \left(\frac{m}{\rho} + 2q\right)a_2^*\underline{L}\sigma_1 + \left(\frac{m}{\rho} + \frac{2q}{3}\right)a_4^*\underline{R}, \quad (6.38)$$

$$\nabla\widehat{\underline{R}}\sigma_{12} = \left(\frac{m}{\rho} + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)a_4^*L - \left(\frac{m}{\rho} - \frac{2Q}{\sqrt{3}}\right)a_5^*R\sigma_1 + \left(\frac{m}{\rho} + \frac{3Q}{\sqrt{3}}\right)a_6^*\underline{L}, \quad (6.39)$$

$$\nabla\widehat{\underline{L}}\sigma_{12} = -\left(\frac{m}{\rho} + 3q - \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)a_2^*L\sigma_1 + \left(\frac{m}{\rho} + \frac{2Q}{\sqrt{3}}\right)a_3^*R + \left(\frac{m}{\rho} + \frac{2Q}{\sqrt{3}}\right)a_6^*\underline{R}. \quad (6.40)$$

Comme l'avait remarqué Lochak, la symétrie entre électricité et magnétisme est une symétrie très partielle. Cela se traduit ici par le fait qu'il n'y a pas de terme en Q dans la partie contenant les ondes droites et gauches de l'électron, alors qu'il y a un terme en q dans la partie contenant l'onde gauche du monopôle magnétique.

7 Deux courants conservatifs

On peut écrire les équations de Lagrange sous la forme :

$$\widehat{\sigma}^\mu \partial_\mu \xi = -i g_1 \sigma^\mu B_\mu \xi - i \frac{m}{\rho} (a_1 \eta + a_3 \zeta - a_5 \widehat{\chi}); \quad \widehat{\chi} = \begin{pmatrix} -\chi_2^* \\ \chi_1^* \end{pmatrix}, \quad (7.1)$$

$$\widehat{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi = i g_1 \frac{b-a}{2} \sigma^\mu B_\mu \chi - i \frac{m}{\rho} (a_4 \eta + a_6 \zeta + a_5 \widehat{\xi}); \quad \widehat{\xi} = \begin{pmatrix} -\xi_2^* \\ \xi_1^* \end{pmatrix}, \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned} \sigma^\mu \partial_\mu \eta &= -i \frac{g_1}{2} B_\mu \sigma^\mu \eta + i \frac{g_2}{2} [(W_\mu^1 + i W_\mu^2) \sigma^\mu \zeta - W_\mu^3 \sigma^\mu \eta] \\ &\quad - i \frac{m}{\rho} (a_1^* \xi + a_2^* \widehat{\zeta} + a_4^* \chi); \quad \widehat{\zeta} = \begin{pmatrix} -\zeta_2^* \\ \zeta_1^* \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} \sigma^\mu \partial_\mu \zeta &= -i \frac{g_1 a}{2} B_\mu \sigma^\mu \zeta + i \frac{g_2}{2} [(W_\mu^1 - i W_\mu^2) \sigma^\mu \eta + W_\mu^3 \sigma^\mu \zeta] \\ &\quad - i \frac{m}{\rho} (a_3^* \xi - a_2^* \widehat{\eta} + a_6^* \chi); \quad \widehat{\eta} = \begin{pmatrix} -\eta_2^* \\ \eta_1^* \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Le courant de probabilité J , dont la composante temporelle est la somme de tous les carrés des modules, est ici :

$$J = D_R + D_L + D_{\underline{R}} + D_{\underline{L}} = RR^\dagger + LL^\dagger + \underline{R} \underline{R}^\dagger + \underline{L} \underline{L}^\dagger. \quad (7.5)$$

Et l'on a déjà rencontré le second courant, qui est le potentiel électromagnétique A de (6.33). Les égalités (7.1) à (7.4) et les égalités obtenues en prenant les adjointes permettent d'obtenir :

$$\partial_\mu D_R^\mu = 0; \quad \partial_\mu D_{\underline{R}}^\mu = 0; \quad \partial_\mu (D_L^\mu + D_{\underline{L}}^\mu) = 0. \quad (7.6)$$

Il en résulte les deux lois de conservation :

$$\partial_\mu J^\mu = 0; \quad \partial_\mu A^\mu = 0 \quad (7.7)$$

Ces équations, tout comme $\mathcal{L} = 0$, font partie des équations numériques équivalentes à l'équation d'onde sous la forme invariante (3.6). Comme dans l'électromagnétisme de L. de Broglie [19], le vecteur d'espace-temps potentiel électromagnétique est conservatif (jauge de Lorentz). le courant de probabilité est conservatif, mais il s'agit d'une loi de conservation globale, parce que les courants chiraux gauches D_L et $D_{\underline{L}}$ ne sont pas séparément conservatifs, les interactions faibles mélangeant les ondes gauches. Lorsque l'on ajoute les quarks, le courant de probabilité et le courant du potentiel électrique restent conservatifs, même s'ils deviennent somme de nombreux termes [12].³

³Interpréter le courant de probabilité comme une probabilité de présence de "la" particule n'a aucun sens quand on a affaire à la fois à un électron et à un monopôle

8 Principe d'équivalence, normalisation de l'onde

Ce que nous avons mis en évidence dans le cas de l'électron seul reste valable pour l'onde leptonique générale : l'invariance de la densité lagrangienne sous les translations d'espace-temps, comme en théorie de Dirac, induit l'existence d'un tenseur conservatif d'impulsion-énergie, appelé tenseur de Tétrode, qui prend maintenant la forme :

$$\begin{aligned}
 T_{\nu}^{\mu} &= \partial_{\nu} \bar{\psi}_e \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_{\mu} \psi_e)} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_{\mu} \psi_e)} \partial_{\nu} \psi_e \\
 &\quad + \partial_{\nu} \bar{\psi}_n \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_{\mu} \psi_n)} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_{\mu} \psi_n)} \partial_{\nu} \psi_n - \delta_{\nu}^{\mu} \mathcal{L}, \\
 \psi_e &= \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}; \quad \psi_n = \begin{pmatrix} \chi \\ \zeta \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

Comme l'équation d'onde est homogène, les solutions des équations de Lagrange annulent le lagrangien, donc il reste :

$$T_{\nu}^{\mu} = \frac{i}{2} (-\bar{\psi}_e \gamma^{\mu} \partial_{\nu} \psi_e + \partial_{\nu} \bar{\psi}_e \gamma^{\mu} \psi_e - \bar{\psi}_n \gamma^{\mu} \partial_{\nu} \psi_n + \partial_{\nu} \bar{\psi}_n \gamma^{\mu} \psi_n). \tag{8.2}$$

Pour un état stationnaire d'énergie E on a :

$$\begin{aligned}
 \psi_e &= e^{iEt/\hbar} \psi_e(x); \quad \bar{\psi}_e = e^{-iEt/\hbar} \bar{\psi}_e(x); \quad \partial_0 \psi_e = i \frac{E}{\hbar c} \psi_e; \quad \partial_0 \bar{\psi}_e = -i \frac{E}{\hbar c} \bar{\psi}_e, \\
 \psi_n &= e^{iEt/\hbar} \psi_n(x); \quad \bar{\psi}_n = e^{-iEt/\hbar} \bar{\psi}_n(x); \quad \partial_0 \psi_n = i \frac{E}{\hbar c} \psi_n; \quad \partial_0 \bar{\psi}_n = -i \frac{E}{\hbar c} \bar{\psi}_n.
 \end{aligned} \tag{8.3}$$

Donc on a :

$$\begin{aligned}
 T_0^0 &= \frac{i}{2} [-\bar{\psi}_e \gamma^0 (i \frac{E}{\hbar c}) \psi_e - i \frac{E}{\hbar c} \bar{\psi}_e \gamma^0 \psi_e] \\
 &\quad + \frac{i}{2} [-\bar{\psi}_n \gamma^0 (i \frac{E}{\hbar c}) \psi_n - i \frac{E}{\hbar c} \bar{\psi}_n \gamma^0 \psi_n] = E \frac{J^0}{\hbar c}.
 \end{aligned} \tag{8.4}$$

La condition de normalisation de la fonction d'onde doit donc être remplacée par

$$\iiint \frac{J^0}{\hbar c} dv = 1; \quad \iiint T_0^0 dv = E. \tag{8.5}$$

magnétique, sans compter qu'on peut y ajouter deux quarks avec leurs trois états de couleur.

Le terme de gauche de cette dernière égalité est l'énergie totale de l'onde leptonique, qui est l'intégrale sur tout l'espace de la densité locale d'énergie, tandis que le terme de droite est l'énergie globale de l'électron+monopôle. Comme dans le cas de l'électron seul, ce n'est pas parce qu'il faut avoir, par quelque principe métaphysique, une loi de probabilité, que l'onde quantique doit être normalisée. L'onde de spin 1/2 est néanmoins toujours normalisée par le principe d'équivalence entre, d'une part, la masse-énergie de l'onde, liée aux accélérations venant des variations du tenseur de Tétrode, c'est-à-dire à l'inertie de l'onde, et d'autre part la masse-énergie globale, liée à la fréquence d'horloge et à la masse gravitante.

Donc chaque fois qu'en mécanique quantique on utilise l'orthonormalisation de l'onde quantique, on se sert en fait du principe d'équivalence, base de la relativité générale. Ceci est dû à l'universalité de la gravitation, qui concerne toute masse-énergie.

9 Remarques diverses

9.1 Probabilité et invariance relativiste

L'étude de l'onde de l'électron à partir de l'équation de Dirac a amené à confondre l'invariant relativiste ρ avec la densité de probabilité J^0 . Il y a une excuse à cela en ce sens que les deux termes sont reliés par leur carré, car avec l'électron seul on a $\rho^2 = J^2$. On aurait pu éviter de confondre ces deux grandeurs, parce que J^0 n'est pas du tout un invariant relativiste, c'est la composante de temps d'un vecteur d'espace-temps, donc ça n'a a priori rien à voir avec un invariant. La différence est beaucoup plus visible dans le cas de l'onde électron+monopôle, puisque l'on a :

$$J^2 = a_1 a_1^* + a_6 a_6^*, \quad (9.1)$$

$$\rho^2 = a_1 a_1^* + a_2 a_2^* + a_3 a_3^* + a_4 a_4^* + a_5 a_5^* + a_6 a_6^*. \quad (9.2)$$

Une autre cause de cette confusion est que l'on a oublié de prendre en compte la constante de Planck. Cela vient de la très mauvaise habitude que l'on a prise de poser $\hbar = 1$, ce qui est désormais à proscrire car \hbar dépend du ratio r de dilatation de (5.5). On a vu en (8.5) que c'est en fait $J^0/(\hbar c)$ qui est une densité de probabilité, de dimension L^{-3} alors que ρ se comporte en L^1 .

9.2 Additivité des potentiels et principe de Pauli

Tout comme pour l'électron seul, l'additivité des potentiels de jauge est nécessaire ici. Nous pouvons reprendre exactement ce que nous avons dit pour l'électron seul [6] : Considérons maintenant deux solutions l^1 et l^2 de l'équation d'onde fermionique (3.6) et considérons par exemple le potentiel D_R^1 créé par l^1 et le potentiel D_R^2 créé par l^2 , avec

$$R^1 = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \xi_1^1 & 0 \\ \xi_2^1 & 0 \end{pmatrix}; R^2 = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \xi_1^2 & 0 \\ \xi_2^2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (9.3)$$

Nous aurons $R = R^1 + R^2$ et $D_R = D_R^1 + D_R^2$ si et seulement si :

$$(R^1 + R^2)(R^1 + R^2)^\dagger = R^1 R^{1\dagger} + R^2 R^{2\dagger}, \quad (9.4)$$

$$R_1 R_2^\dagger = -R_2 R_1^\dagger \quad (9.5)$$

$$2 \begin{pmatrix} \xi_1^1 & 0 \\ \xi_2^1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1^{2*} & \xi_2^{2*} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} \xi_1^2 & 0 \\ \xi_2^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1^{1*} & \xi_2^{1*} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (9.6)$$

c'est-à-dire si et seulement si les produits sont antisymétriques :

$$\begin{aligned} \xi_1^1 \xi_1^{2*} &= -\xi_1^2 \xi_1^{1*}; & \xi_2^1 \xi_2^{2*} &= -\xi_2^2 \xi_2^{1*} \\ \xi_1^1 \xi_2^{2*} &= -\xi_1^2 \xi_2^{1*}; & \xi_2^1 \xi_1^{2*} &= -\xi_2^2 \xi_1^{1*}. \end{aligned} \quad (9.7)$$

La règle d'anti-symétrisation des fermions obtenue par Pauli est donc équivalente à l'addition pour les solutions de l'onde et pour les potentiels de jauge. Cette additivité des potentiels implique celle de J^0 , donc l'additivité de l'énergie [6]. L'intégration de cette densité à tout l'espace transmet cette additivité à la masse pesante.

9.3 Une identité

L'écriture de l'équation d'onde sous la forme du système (6.14) à (6.17) permet d'obtenir :

$$(D\widehat{R})\sigma_{12}\overline{R} + (D\widehat{L})\sigma_{12}\overline{L} + (D\widehat{R})\sigma_{12}\overline{R} + (D\widehat{L})\sigma_{12}\overline{L} \quad (9.8)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{m}{\rho} \left(a_1^*(R\overline{L} + L\overline{R}) + a_2^*(L\sigma_1\overline{L} - L\sigma_1\overline{L}) + a_3^*(R\overline{L} + L\overline{R}) \right) \\ &\quad + a_4^*(R\overline{L} + L\overline{R}) + a_5^*(R\sigma_1\overline{R} - R\sigma_1\overline{R}) + a_6^*(R\overline{L} + L\overline{R}) \\ &= \frac{m}{\rho} (a_1^*a_1 + a_2^*a_2 + a_3^*a_3 + a_4^*a_4 + a_5^*a_5 + a_6^*a_6), \end{aligned} \quad (9.9)$$

donc on obtient :

$$(D\hat{R})\sigma_{12}\bar{R} + (D\hat{L})\sigma_{12}\bar{L} + (D\hat{R})\sigma_{12}\bar{R} + (D\hat{L})\sigma_{12}\bar{L} = m\rho \quad (9.10)$$

Cette identité vient du fait que les réels comme $m\rho$ commutent avec n'importe quoi, elle est donc équivalente à :

$$\langle \bar{R}(D\hat{R})\sigma_{12} + \bar{L}(D\hat{L})\sigma_{12} + \underline{\bar{R}}(D\underline{\hat{R}})\sigma_{12} + \underline{\bar{L}}(D\underline{\hat{L}})\sigma_{12} \rangle = m\rho \quad (9.11)$$

que l'on retrouvera lorsqu'on écrira toutes les interactions dans Cl_3 .

10 Conclusion

La présente étude insère le monopôle magnétique dans le reste du modèle standard. Celui-ci n'utilise que l'onde gauche du neutrino, alors que la possibilité de changer de génération nécessite, pour le neutrino, à la fois une onde droite et une onde gauche, et alors que le terme de masse de l'équation de Dirac lie l'onde droite et l'onde gauche et rompt l'invariance de jauge électro-faible. L'idée de Lochak du monopôle magnétique comme étant un neutrino excité est reprise ici sous une autre forme : le monopôle magnétique est un neutrino complet, avec onde gauche et onde droite. Donc, bien loin d'être en contradiction avec le modèle standard, le monopôle magnétique complète l'onde de spin 1/2, et le modèle standard est incomplet sans lui.

Pourquoi les vérifications expérimentales sont si malaisées ? La détection du neutrino n'est pas facile, la détection du neutrino complet, c'est-à-dire du monopôle magnétique, souffre de la même difficulté : les détecteurs de particules sont essentiellement adaptés aux particules à charge électrique. La détection des particules sans charge électrique, comme le neutron ou le neutrino, est plus compliquée, indirecte. La seconde difficulté vient de la différence entre électrons et monopôles magnétiques quant à la séparation entre ondes droites et ondes gauches. Pour l'électron les deux parties de l'onde sont réunies non seulement par le terme de masse, mais aussi par le terme d'interaction électrique, l'onde droite et l'onde gauche tournent de la même manière, ce qui fait qu'il est impossible d'obtenir un électron purement gauche. L'onde du monopôle magnétique semble beaucoup plus facile à séparer, en tout cas nous ne voyons habituellement que la partie gauche, que nous connaissons sous le nom de neutrino. Les traces observées semblent nous montrer que les différents spineurs de l'onde du monopôle peuvent voyager loin les unes des autres ([7] p. 124).

L'électromagnétisme classique connaît essentiellement les champs, électriques et magnétiques, et les courants. L'électromagnétisme quantique connaît essentiellement les potentiels, c'est un changement important et déroutant. La quantité de monopôles magnétiques ayant subsisté après le "big bang" est supposée très faible, parce que s'ils existaient ils devraient interagir si fortement avec les champs magnétiques galactiques que ceux-ci disparaîtraient. Cette objection correspond à un calcul de physique des particules, objets ponctuels dotés d'une charge et d'une masse et subissant une force de Lorentz dans un champ magnétique. Le monopôle magnétique leptonique est certes sensible au champ électromagnétique, mais c'est par l'intermédiaire des potentiels créant ces champs, et dans le cas où il est réduit à une onde gauche il ne peut interagir qu'avec l'onde gauche de l'électron, donc il est incapable de changer les champs magnétiques galactiques. La quantité de neutrinos-monopôles ayant subsisté après le "big-bang" peut être énorme s'ils sont seulement dotés d'une onde gauche.

Les potentiels de jauge ne sont plus les seuls potentiels "extérieurs", ils sont, comme dans la théorie du photon de de Broglie, intérieurs à l'onde de spin $1/2$, dépendant d'elle, et permettant l'interaction entre les différents composants de l'onde quantique. Ces potentiels s'ajoutent quand les ondes s'ajoutent, ceci étant équivalent au principe de Pauli [6] d'anti-symétrisation.

Le caractère chiral de l'onde, à l'origine de la théorie de Lochak, est essentiel parce que les interactions faibles distinguent complètement les parties droites et gauches de l'onde quantique de spin $1/2$. Produire un monopôle magnétique équivaut à produire une onde droite de monopôle, les ondes gauches existant en permanence pour électrons et monopôles magnétiques. On peut en déduire qu'il faut un dispositif expérimental fortement dissymétrique entre la chiralité gauche et la chiralité droite pour qu'il puisse être efficace dans la production des monopôles.

Le fait que l'onde du monopôle magnétique comporte trois spineurs se voit directement en de rares occasions, comme les traces des figures 29 et 30 page 124 de [7]. La longueur d'onde est souvent accessible et mesurable sur les traces observées.

Nos notions sur les champs et les courants sont profondément modifiées quand on passe à l'onde quantique. Les charges s'intègrent aux constantes de structure, les "courants" sont maintenant les potentiels de jauge. La matière-énergie est entièrement fermionique et chirale. Bref

notre vision des choses, basée sur la physique macroscopique, est profondément à réviser.

Cette révision concerne aussi notre vision de la masse. Que l'onde neutrinique puisse être aussi fugace qu'un neutrino gauche, allant à la vitesse de la lumière, interagissant si peu, et qu'elle puisse se présenter ailleurs sous la forme complète d'un monopôle avec la masse propre non négligeable d'un électron (ou d'un muon, ou d'un tau), est surprenant, voire impensable. Or le terme de masse de l'équation d'onde de l'électron, du monopôle ou des deux à la fois, est un terme non linéaire qui, sous sa forme condensée, s'écrit $m\rho$. Et c'est ce produit, et non pas chacun des facteurs, qui est invariant sous le groupe des dilatations. Lorsque l'onde gauche du neutrino-monopôle est seule ρ est nul et le produit $m\rho$ l'est aussi. Lorsque l'électron est présent ou lorsque l'onde droite du neutrino-monopôle est aussi présente le terme $m\rho$ ne l'est plus, et le monopôle magnétique, qui partage pourtant la même masse propre, semble beaucoup moins véloce que l'électron. C'est possible si ρ est beaucoup plus grand pour le monopôle magnétique que pour l'électron.

Références

- [1] G. Lochak. Sur un monopôle de masse nulle décrit par l'équation de Dirac et sur une équation générale non linéaire qui contient des monopôles de spin $\frac{1}{2}$. *Ann. Fond. Louis de Broglie*, 8(4), 1983.
- [2] G. Lochak. Sur un monopôle de masse nulle décrit par l'équation de Dirac et sur une équation générale non linéaire qui contient des monopôles de spin $\frac{1}{2}$ (partie 2). *Ann. Fond. Louis de Broglie*, 9(1), 1984.
- [3] G. Lochak. Wave equation for a magnetic monopole. *Int. J. of Th. Phys.*, 24 :1019–1050, 1985.
- [4] Daviau, C. (1993). *Equation de Dirac non linéaire*, Ph.D. thesis, Université de Nantes.
- [5] C. Daviau. Retour à l'onde de Louis de Broglie. *Ann. Fond. Louis de Broglie*, 40 (1), p. 113–138, 2015.
- [6] C. Daviau et J. Bertrand. Charge des quarks, bosons de jauge et principe de Pauli. *Ann. Fond. Louis de Broglie*, 40 (1), p. 181–209, 2015.
- [7] C. Daviau and J. Bertrand. *The Standard Model of Quantum Physics in Clifford Algebra*. World Scientific Publishing, Singapore, 2015.
- [8] C. Daviau. Invariant quantum wave equations and double space-time. *Adv. in Imaging and Electron Physics*, 179, chapter 1 :1–137, 2013.
- [9] C. Daviau and J. Bertrand. *Nouvelle approche du modèle standard de la physique quantique en algèbre de Clifford*. Je Publie, Pouillé-les-coteaux, 2013

- [10] C. Daviau and J. Bertrand. *New Insights in the Standard Model of Quantum Physics in Clifford Algebra*. Je Publie, Pouillé-les-coteaux, 2014 et <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00907848>.
- [11] C. Daviau and J. Bertrand. Relativistic gauge invariant wave equation of the electron - neutrino. *Journal of Modern Physics*, 5 :1001–1022, <http://dx.doi.org/10.4236/jmp.2014.511102>, 2014.
- [12] C. Daviau and J. Bertrand. A wave equation including leptons and quarks for the standard model of quantum physics in Clifford algebra. *Journal of Modern Physics*, 5 : 2149–2173, <http://dx.doi.org/10.4236/jmp.2014.518210>, 2014.
- [13] Daviau, C. and Bertrand, J. (2015). Geometry of the standard model of quantum physics, *Journal of Applied Mathematics and Physics* **3**, pp. 46–61. <http://dx.doi.org/10.4236/jamp.2015.31007>.
- [14] C. Daviau, J. Bertrand, Left Chiral Solutions for the Hydrogen Atom of the Wave Equation for Electron+Neutrino. *Journal of Modern Physics*, 6, 1647–1656. <http://dx.doi.org/10.4236/jmp.2015.611166>
- [15] Daviau, C and Bertrand, J. (2015) Electro-Weak Gauge, Weinberg-Salam Angle *Journal of Modern Physics*, **6**, 2080-2092. <http://dx.doi.org/10.4236/jmp.2015.614215>
- [16] S. Weinberg. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19 :1264–1266, 1967.
- [17] Socroun, T. (2015). Clifford to unify general relativity and electromagnetism, AACA 25, DOI 10.1007/s00006-015-0558-5
- [18] Daviau, C. (2011). *L'espace-temps double* (JePublie, Pouillé-les-coteaux).
- [19] de Broglie, L. (1940). *La mécanique du photon, Une nouvelle théorie de la lumière : tome 1 La lumière dans le vide* (Hermann, Paris).
- [20] de Broglie, L. (1942). *tome 2 Les interactions entre les photons et la matière* (Hermann, Paris).
- [21] Lochak, G. (2004). *Photons électriques et photons magnétiques dans la théorie du photon de Louis de Broglie (un renouvellement possible de la théorie du champ unitaire d'Einstein)*, *Ann. Fond. Louis de Broglie* **29**, pp. 297–316.
- [22] Lochak, G. (2008). “Photons électriques” et “photons magnétiques” dans la théorie du photon de de Broglie, *Ann. Fond. Louis de Broglie* **33**, pp. 107–127.
- [23] Lochak, G. (2010). *A theory of light with four different photons : electric and magnetic with spin 1 and spin 0*. *Ann. Fond. Louis de Broglie* **35**, pp. 1–18.

(Manuscrit reçu le 21 mars 2016)