

a. *Électrons de masse constante.* — Le mouvement est périodique

$$\text{moy. } \mathfrak{E} = \text{moy. } \sum T_i = \frac{1}{2} \text{ moy. } U.$$

b. *Électrons relativistes.* — Le mouvement de l'électron isolé, comme celui de l'ensemble est semi-périodique. Soit alors τ une période approchée du système. Au bout du temps τ chaque coordonnée du système s'approche aussi près qu'on le veut de sa valeur initiale. La proposition de Bohr ne s'applique plus qu'approximativement en prenant les moyennes de $\mathfrak{E}$ et de $\frac{U}{2}$ pour la durée τ .

Remarque sur le point matériel $m(T)$. — Pour compléter des indications antérieures sur ce sujet, nous signalons les résultats suivants :

Étant donné le point $m(T)$ soumis à une force dérivant de la fonction arbitraire $U(x, y, z)$, le temps étant exprimé par t , considérons la double transformation

$$m_0 dU_0 = m(U + h) dU, \quad dS = dt \frac{m_0}{m} \quad (m_0, h \text{ étant des constantes}).$$

Les équations du mouvement du point ordinaire m_0 , la fonction des forces étant U_0 , et le temps exprimé par S , sont équivalents aux équations du mouvement de m ⁽¹⁾. La considération de m et m_0 fournit ainsi une double interprétation, non seulement de la trajectoire, mais encore de la loi du mouvement.

La variable s ainsi introduite pour une fonction $m(T)$ arbitraire est l'extension du « temps propre » employé pour la fonction $m(T)$ linéaire en T .

La particularité de U_0 est de contenir explicitement la constante des forces vives h relative à m . Cette circonstance permet dans certaines expériences de physique de discerner m de m_0 , comme nous l'avons déjà indiqué ⁽²⁾.

Si à la force dérivant de $U(x, y, z)$ vient s'ajouter pour m une force $[u, \text{curl } A]$ (produit vectoriel) le vecteur A ne dépendant pas explicitement de t , et v étant la vitesse de m ; le point m_0 qui avec le temps s a les mêmes équations du mouvement est soumis, outre la force dérivant de U_0 , à une

⁽¹⁾ A la seule condition que $m(T)$ ne s'annule pas au cours du mouvement.

⁽²⁾ *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1799. Il y a lieu de remarquer qu'il s'agissait d'équations d'où t et s étaient respectivement éliminés.

force $[u, \text{curl } A]$ où $u = \frac{m}{m_0} v$ est la vitesse de m_0 . Il est à remarquer que l'on a toujours $T = U + h$ pour le point m car la force additive est perpendiculaire à la vitesse.

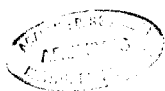
Inv. n° 2876

ACADÉMIE
DES SCIENCES

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M. Bohr.*

Note de M. **LOUIS DE BROGLIE**, présentée par M. Maurice de Broglie.

7-1-1-1-1



Pour appuyer la généralisation hardie qui constitue son principe de correspondance, M. Bohr a démontré un théorème de dynamique des quanta que je vais énoncer dans un cas particulier.

Considérons dans l'atome deux trajectoires électroniques fermées, stables au sens de la théorie des quanta et correspondant aux nombres entiers n et $n + p$. Supposons de plus n très grand et p très inférieur à n . Lorsqu'un électron passe de la trajectoire de rang $n + p$ à la trajectoire de rang n , il y a, suivant les idées actuellement reçues, émission d'une radiation de fréquence égale au quotient par h de la différence des énergies possédées par l'électron avant et après la transition. Le nombre n étant très grand, la fréquence de rotation ω du mobile sur les deux orbites est presque la même. M. Bohr a montré que, si n croît indéfiniment, la fréquence de la radiation émise tend à devenir égale au produit par p de la fréquence mécanique ω . Elle en est donc harmonique, ce qui établit un lien entre la théorie quantique et la théorie électromagnétique de l'émission.

D'autre part nous poursuivons depuis un an un travail d'interprétation nouvelle des bases de la Mécanique. Selon nous, le mouvement d'un point matériel est lié à la propagation d'un groupe d'ondes dont la vitesse de propagation et la fréquence sont déterminées par un principe général à partir des grandeurs mécaniques⁽¹⁾. La « vitesse de groupe » de ces ondes est égale à la vitesse du mobile de sorte qu'un point matériel pourrait en quelque façon être défini par un état local de concordance de phase.

En raison des hypothèses admises sur les nombres n et p , une des ondes du groupe définissant le mouvement sur l'orbite de rang n possède la fréquence ν_{n+p} dont la résonance sur l'orbite de rang $n + p$ donne à celle-ci

(1) *Comptes rendus*, t. 179, 1924, p. 39. Dans cette Note, à l'avant-dernière ligne de la page 39, lire $\frac{1}{h}$ au lieu de h .

le caractère « stationnaire ». Le déplacement de cette onde s'obtient, d'après la définition même du groupe, en variant légèrement l'énergie le long de la trajectoire de rang n ; on voit ainsi qu'elle est très approximativement en résonance d'ordre $n + p$ sur cette trajectoire. En résumé, le mouvement de l'électron sur l'orbite de rang n peut être représenté par la superposition des ondes de fréquence ν_n et ν_{n+p} en résonance respectivement d'ordre n et $n + p$. Cette superposition conduit à l'existence sur l'orbite de p points de concordance de phase dont l'un doit constamment coïncider avec l'électron.

Il est bien connu qu'en un point de l'espace, la fréquence du battement de deux ondes est égale à la différence de leurs fréquences. En un point de la trajectoire de rang n , il passe donc $\nu_{n+p} - \nu_n = \delta\nu$ points de concordance de phase par seconde, ce qui donne pour la fréquence des passages du mobile en ce point la valeur $\frac{\delta\nu}{p}$. On retrouve ainsi la formule de Bohr puisque la transition de l'électron de l'orbite de rang $n + p$ à l'orbite de rang n s'accompagne dans notre notation de l'émission d'une onde de fréquence $\delta\nu$.

Il paraît très intéressant de noter que la *configuration* des p points de concordance de phase se reproduit périodiquement avec la fréquence du $p^{\text{ième}}$ harmonique du mouvement mécanique. Il existerait donc dans l'atome quelque chose qui posséderait la fréquence des ondes dont l'émission et l'absorption seraient possibles. Bien entendu, ces conclusions ne sont valables que pour les orbites de rang très élevé, mais il est permis d'espérer les étendre de quelque manière aux orbites à petit nombre de quanta.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'amortissement des oscillations d'un résonateur hertzien.*

Note de M. W.-P. ALLIS, présentée par M. G. Ferrié.

Nous nous sommes proposé de déterminer l'amortissement d'un résonateur en l'excitant par des ondes entretenues. Nous avons, à cet effet, tracé la courbe de résonance en employant, comme l'a fait Bjerknes en 1895 dans le cas d'ondes amorties, une méthode électrométrique. Les expériences ont porté, non sur un résonateur circulaire de Hertz, mais sur un résonateur du genre de celui de Blondlot et de capacité assez grande pour que lui soit applicable la formule de Thomson.

Le résonateur est un carré de 10^{cm} de côté en fil de cuivre de 37^{cm} de

diamètre. Au milieu de l'un des côtés est intercalé un condensateur dont les armatures sont des plaques carrées de 4 cm , 8 de côté. On peut modifier la capacité en changeant la distance de ces plaques. Celles-ci sont réunies par des fils de 5 cm de longueur à deux petits plateaux de 0 cm , 5 de surface, distants de 2 cm , 5. Entre ces plateaux est suspendue, par un fil de quartz, une aiguille d'aluminium. Lorsque le résonateur oscille, l'aiguille dévie et la déviation est mesurée au moyen d'un miroir fixé à l'aiguille. On a préalablement gradué cet électromètre en le comparant, pour la fréquence 50, à un voltmètre. Une déviation de 10 cm sur une échelle de 150 cm correspond à 33,9 volts.

Un oscillateur à lampe agit, en couplage très lâche, d'une part sur le résonateur, d'autre part sur une ligne formée de deux fils de cuivre parallèles, distants de 2 cm et réunis à leur origine par une soudure thermo-électrique. Le long de la ligne on déplace un pont constitué par une plaque de cuivre percée de deux trous à travers lesquels passent les fils de la ligne. Lorsque la partie de la ligne comprise entre son origine et le pont est voisine de la résonance, un galvanomètre relié à la soudure dévie. La moyenne entre deux positions très rapprochées du pont pour lesquelles le galvanomètre indique la même déviation est la position de résonance. La distance entre deux positions de résonance successives mesure la demi-longueur d'onde de l'oscillateur.

On construit l'oscillateur de telle sorte que sa période soit voisine de celle du résonateur. Pour permettre de petites variations de fréquence de part et d'autre de l'accord, on intercale sur le circuit de l'oscillateur un ensemble de deux tubes parallèles en verre, remplis de mercure dans lesquels glissent les deux branches d'un fil de cuivre recourbé en forme d'U. Pour diverses positions du fil en U, on mesure d'une part la demi-longueur d'onde, d'autre part la déviation de l'électromètre. On peut alors tracer la courbe de résonance et en déduire la longueur d'onde et le décrement logarithmique des oscillations du résonateur.

Quand on approche de l'accord, le résonateur réagit sur l'oscillateur et fait un peu diminuer l'amplitude de ses oscillations, comme l'indique un ampèremètre thermique en série sur cet oscillateur. On modifie alors le chauffage de la lampe de façon à maintenir cette amplitude constante.

Le résonateur avait une self-induction invariable pour laquelle le calcul donne une valeur voisine de 270 unités électromagnétiques. Les capacités utilisées étaient comprises entre $0,9 \times 10^{-20}$ et $6,3 \times 10^{-20}$ unités électromagnétiques. Pour avoir une idée de la capacité de l'électromètre, nous