PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur la nouvelle Mécanique ondulatoire.* Note [1] de M. Louis de Broglie, transmise par M. M. de Broglie.

I. Les récents travaux de M. Schrödinger [2] ont confirmé nos idées sur la nature ondulatoire de la mécanique. Pour obtenir l'équation de propagation de l'onde associée au mouvement d'un point matériel dans un champ courant, considérons l'équation de l'énergie

$$H(q_k, p_k) - E = 0$$

où les q_k sont des coordonnées cartésiennes *rectangulaires* et les p_k les moments conjugués; à cette équation, faisons correspondre l'opérateur obtenu en substituant à chaque p_k le symbole $K\frac{\partial}{\partial q_k}$ avec $K = \frac{h}{2\pi\sqrt{-1}}$. L'équation de propagation est

$$H\left(q_k, K\frac{\partial}{\partial q_k}\right)u - Eu = \frac{K^2}{2m}\Delta u - [E - F(q_k)]\,u = 0,$$

u étant la fonction qui représente l'onde associée et E la somme constante de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle $F(q_k)$.

Léon Brillouin [3] a remarqué qu'en posant $u = e^{\frac{S}{K}}$ et en négligeant en première approximation les termes où figure h, on trouvait l'équation de Jacobi

$$\frac{1}{2m}\sum_{xyz}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + F = E.$$

La méthode de Jacobi fournit toutes les trajectoires possibles et celle qui est effectivement parcourue dans un mouvement donné est déterminée par les conditions initiales. Mais, si l'on est obligé de tenir compte des termes en h (cas de la mécanique intra-atomique), quel sens doit-on conserver au mot trajectoire?

II. Introduisons la Relativité [4]. Désignons par W l'énergie *totale* qui comprend l'énergie interne m_0c^2 du mobile. Nous devons écrire pour le

---

[1] Séance du 19 juillet 1926.

[2] *Ann. de Phys.*, **79**, 1926, p. 351, 489 et 734.

[3] *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 270.

[4] Cf. Dirac, *Proc. Roy. Soc.*, A, **111**, 1926, p. 405.

point matériel libre

$$\frac{W^2}{c^2}-p_x^2-p_y^2-p_z^2=m_0^2c^2,$$

et le temps joue maintenant le rôle d'une variable analogue à celle d'espace mais dont le moment conjugué serait — W. En remplaçant chaque p_k par $K\frac{\partial}{\partial q_k}$ et de plus $-W$ par $K\frac{\partial}{\partial t}$, on trouve pour équation de propagation

$$K^2\left[\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\Delta u\right]=m_0^2c^2u.$$

La fonction u étant périodique de fréquence ν, tout se passe comme si le milieu possédait pour l'onde associée l'indice de réfraction $n=\sqrt{1-\frac{m_0^2c^4}{h^2\nu^2}}$ résultat déjà connu (¹).

Pour traiter le cas d'un électron de charge e soumis à un champ électromagnétique, nous introduirons le vecteur quadridimensionnel énergie-quantité de mouvement $\vec{p}$ et le vecteur « potentiel d'univers » $\vec{\varphi}$ qui résument le potentiel scalaire ψ et le potentiel vecteur $\vec{a}$. On peut alors écrire la relation invariante

$$\sum_i (p_i-e\varphi_i)(p^i-e\varphi^i)=(p_4-e\varphi_4)^2-\sum_{1,2,3}(p_1-e\varphi_1)=m_0^2c^2.$$

Remplaçons chaque p_k par $K\frac{\partial}{\partial q_k}$ en tenant compte de la relation de Lorentz entre les potentiels; il vient

$$(\mathrm{A})\quad K^2\left[\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\Delta u\right]-2\frac{e\psi}{c^2}K\frac{\partial u}{\partial t}+K\frac{e}{c}\sum_{x,y,z}a_x\frac{\partial u}{\partial x}+\left[\frac{e^2}{c^2}(\psi^2-a^2)-m_0^2c^2\right]u=0.$$

Posons $u=e^{\frac{S}{K}}$ et négligeons les termes en h. Il reste la forme relativiste de l'équation de Jacobi

$$(\mathrm{B})\quad \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t}-e\Psi\right)^2-\sum_{x,y,z}\left(\frac{\partial S}{\partial t}-\frac{e}{c}a_x\right)^2=m_0^2c^2.$$

Si les champs sont constants, on peut poser $\frac{\partial S}{\partial t}=h\nu$ où ν est une constante.

(¹) Cf. L. de Broglie, *Journal de Physique*, 6e série, 7, janvier 1926, p. 1.

On trouve alors pour l'indice dans la direction faisant l'angle θ avec le vecteur $\vec{a}$:

$$n_\theta = \frac{c}{h\nu}\sqrt{\sum_{x,y,z}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2} = \frac{c}{h\nu}\left[e\,a\cos\theta \pm \sqrt{\left(\frac{h\nu - e\psi}{c}\right)^2 - m_0^2c^2 - e^2a^2\sin^2\theta}\right].$$

La présence du potentiel vecteur rend la propagation anisotrope [1].

Quand les potentiels sont des fonctions données du temps, l'équation (B) correspond à la mécanique d'Einstein ; pour pousser plus loin l'approximation, on devra étudier les solutions de (A) et ici encore on devra se demander quel sens attribuer à la notion de trajectoire. La question se pose sous forme aiguë dans le cas de l'interaction de plusieurs charges, car alors les potentiels agissant sur l'une d'elles ne sont plus des fonctions données du temps, mais sont jusqu'à présent considérés comme déterminés par les positions successives des autres charges.

FLUORESCENCE. — *Luminescence de l'eau et des substances organiques soumises au rayonnement* γ. Note de M. **Lucien Mallet**, présentée par M. A. Cotton.

Si l'on vient à exposer de l'eau à une source de radium (30^{mg} de radium), fortement filtrée par 2^{mm} de platine, filtration qui ne laisse passer que 13 pour 100 de rayons γ mous et 81 pour 100 de rayons γ durs, on constate, après une adaptation dans l'obscurité d'environ 15 minutes, que cette eau (mise dans un récipient en bois pour éviter la luminescence des parois) présente une luminescence blanche; cette luminescence a son maximum au voisinage du foyer radioactif.

Lorsque la couche d'eau recouvrant le tube est seulement de quelques millimètres, le phénomène est peu intense; il augmente d'intensité avec l'épaisseur d'eau jusqu'à 8 ou 10^{cm}; ceci est en rapport avec l'addition des effets de luminescence dans les couches d'eau successives qui absorbent assez fortement le rayonnement γ et relativement peu la lumière.

Lorsque les sources de radium sont placées à l'extérieur du récipient, le phénomène, bien qu'atténué par la distance, est encore extrêmement net. Un jet d'eau courante s'illumine également lorsqu'on l'expose au rayonnement γ.

Nous avons établi le contrôle photographique de ces divers phénomènes.

(1) L. de Broglie, *Thèse*, p. 39.