

Nous ne préjurerons rien sur la distribution des températures à l'intérieur de la masse, ni sur son degré de compressibilité.

En toute hypothèse, nous nous donnerons la loi de répartition des densités. Il est presque évident que le mouvement des molécules sur leur trajectoire ne peut être uniforme que si les couches de densité constante sont de révolution; ceci résulte d'ailleurs d'une application simple de l'équation de continuité. Nous admettrons, en outre, que la stratification possède un plan équatorial de symétrie et que la densité des couches croît avec leur profondeur; au surplus, cette dernière condition est nécessaire pour la stabilité des mouvements.

Soient Oxy le plan équatorial, Oz l'axe de rotation; la densité ρ , le potentiel newtonien U des forces d'attraction, la vitesse angulaire ω et la pression p en un point du fluide ne dépendent que du carré $r^2 = x^2 + y^2$ de la distance à l'axe et du carré z^2 de la cote de ce point.

Le mouvement étant permanent, les équations fondamentales de l'hydrodynamique donnent la relation

$$(1) \quad dp = \rho \left[\left(\frac{\partial U}{\partial r^2} + \frac{\omega^2}{2} \right) dr^2 + \frac{\partial U}{\partial z^2} dz^2 \right];$$

ρ doit donc être facteur intégrant de l'expression différentielle entre crochets; pour cela il faut et il suffit que l'on ait

$$(2) \quad {}^2 \frac{D(\rho, U)}{D(r^2, z^2)} = \frac{d}{dz^2} (\rho \omega^2).$$

Le premier membre de cette équation étant connu, une intégration par rapport à z^2 donnerait l'expression de ω^2 à une fonction additive de r^2 . Pour déterminer cette fonction, nous devons faire intervenir une nouvelle hypothèse; nous nous plaçons dans le cas des corps célestes en exprimant que la pression est invariable sur la couche superficielle de densité ρ_1 que nous supposons constante.

Au lieu de r^2 et z^2 , prenons comme variables r^2 et ρ , il vient simplement :

$$(3) \quad \omega^2 = \frac{2}{\rho} \left\{ \int_0^{\rho_1} \frac{\partial U}{\partial r^2} d\rho - \rho_1 \left[\frac{\partial U}{\partial r^2} \right]_{\rho=\rho_1} \right\}.$$

Un mouvement permanent n'est donc possible que pour les stratifications associées à une expression $\frac{\partial U}{\partial r^2}$ donnant une valeur positive au second membre de cette équation.

La formule (3) se prête aisément à la discussion des variations de ω^2 en profondeur suivant une parallèle à l'axe de rotation et en latitude sur une surface à densité constante. On a, en effet,

$$(4) \quad \frac{\partial \omega^2}{\partial \rho} = \frac{2}{\rho^2} \int_{\rho}^{\rho_1} \rho \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} d\rho,$$

$$(5) \quad \frac{\partial \omega^2}{\partial r^2} = \frac{2}{\rho} \left\{ \int_{\rho}^{\rho_1} \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} d\rho - \rho_1 \left[\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right]_{\rho=\rho_1} \right\}$$

La variation de ω^2 sur la couche superficielle ne dépend donc que du signe de

$$(6) \quad \left[\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right]_{\rho=\rho_1}$$

Terminons par une remarque. L'équation (2), jointe aux équations fondamentales de l'hydrodynamique, donne la relation

$$(7) \quad 2 \frac{D(\rho, p)}{D(r^2, z^2)} = \rho^2 \frac{\partial \omega^2}{\partial z^2};$$

d'où cette conséquence immédiate : si $\rho = f(p)$, $\frac{\partial \omega^2}{\partial z^2} \equiv 0$; c'est le théorème de M. Wavre (1). Et cette identité est encore vraie, pour toutes les stratifications possibles, dans la couche mince qui enveloppe le fluide, pourvu que cette couche ait une densité constante.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le rôle des ondes continues Ψ en Mécanique ondulatoire.* Note de M. **LOUIS DE BROGLIE**, présentée par M. M. de Broglie.

Dans un Mémoire récent (2), nous avons montré comment on doit relier le mouvement des corpuscules de matière et de rayonnement à la propagation des ondes continues Ψ de la Mécanique ondulatoire. Nous avons exclu le cas où il existe un champ gravifique ; nous allons ici étendre nos résultats à ce cas en les exprimant à l'aide du calcul tensoriel.

Pour cela nous partons de l'équation générale de propagation donnée par

(1) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 277.

(2) *Journal de Physique*, 6^e série, 8, 1927, p. 225.

M. De Donder pour les corpuscules de masse propre m_0 et de charge e :

$$(1) \quad \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left[\sqrt{-g} g^{kl} \frac{\partial \Psi}{\partial x^l} \right] - \frac{4\pi i e}{h} P^k \frac{\partial \Psi}{\partial x^k} + \frac{4\pi^2}{h^2} [m_0^2 c^2 - e^2 P^2] \Psi = 0$$

Les P^k sont les composantes du vecteur potentiel et $P^2 = g_{kl} P^k P^l$ le carré de sa longueur. L'opérateur $\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left[\sqrt{-g} g^{kl} \frac{\partial}{\partial x^l} \right] = -\square$ est la généralisation pour l'espace-temps non euclidien du Dalemberdien changé de signe.

Posons ⁽¹⁾ :

$$(2) \quad M_0 = \sqrt{m_0^2 - \frac{h^2}{4\pi^2 c^2} \square a}$$

et substituons dans (1) la fonction $\Psi = a e^{\frac{2\pi i}{h} \varphi}$, a et φ étant deux fonctions continues réelles. Il vient

$$(3) \quad g^{kl} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x^k} - e P_k \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x^l} - e P_l \right) = M_0^2 c^2,$$

$$(4) \quad \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^l} \left[\sqrt{-g} g^{kl} a^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x^k} - e P_k \right) \right] = 0.$$

L'équation (3) n'est pas autre chose que l'équation classique de Jacobi dans laquelle on a substitué à la masse propre m_0 la masse propre « corrigée » M_0 . Les formules de l'ancienne Dynamique restent donc valables mais à condition d'opérer toujours cette substitution. Nous sommes ainsi naturellement conduits à poser pour définir la vitesse d'univers des corpuscules

$$(5) \quad c M_0 u^l = g^{kl} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x^k} - e P_k \right),$$

et l'on vérifie qu'en vertu de (3), la relation nécessaire $u^k u_k = 1$ est bien satisfaite.

L'équation (4) exprime que le vecteur de composantes covariantes

$$a^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x^k} - e P_k \right)$$

a une divergence nulle. Il est naturel de supposer qu'elle traduit la conservation du nombre des corpuscules, c'est-à-dire qu'elle coïncide avec l'équation de continuité hydrodynamique :

$$(6) \quad \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^l} [\sqrt{-g} \rho_0 u^l] = 0,$$

(1) Cf. *loc. cit.*, équation (56).

$\rho_0 u^i$ désignant ici les composantes du « courant de corpuscules s ». En vertu de (5) pour que (4) et (6) coïncident, on doit poser

$$(7) \quad \rho_0 = \text{const. } a^2 M_0.$$

La densité en volume des corpuscules est donnée par la composante d'indice 4 du courant $\rho_0 u^i$; elle est donc égale à

$$(8) \quad \rho = \rho_0 u^4 = \text{const. } a^2 g^{4k} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x^k} - e P_k \right).$$

Dans le cas de l'Univers euclidien de Minkowski, les formules (5) et (8) donnent de suite les formules fondamentales (I) et (II) du Mémoire cité au début. Conformément aux idées directrices dudit Mémoire, on peut résumer ce qui précède en disant : l'équation (3) montre que l'onde Ψ est une *onde pilote* guidant le mouvement des corpuscules tandis que l'équation (4) montre qu'elle est aussi une *onde de probabilité* déterminant la probabilité de présence en un point des corpuscules quand on ignore leurs positions initiales.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre d'absorption et d'émission de l'oxyde azotique dans l'ultraviolet.* Note de M. MAURICE LAMBREY, transmise par M. Ch. Fabry.

L'oxyde azotique AzO a toujours été considéré comme complètement transparent. Cependant j'ai pu établir pour lui l'existence d'un spectre d'absorption et, grâce à l'emploi du spectre d'émission continu de l'hydrogène ⁽¹⁾, en étudier la structure fine particulièrement intéressante.

Le gaz est obtenu par l'action de l'acide azotique sur le sulfate ferreux en solution sulfurique. Lorsque le dégagement gazeux ne paraît plus coloré, il est envoyé dans une solution de sulfate ferreux préalablement privée d'air par ébullition dans le vide. Après une nouvelle ébullition dans le vide, le composé formé est décomposé. Le gaz, reçu dans un ballon vidé jusqu'à une pression non mesurable à la jauge, y séjourne en présence de soude caustique. Enfin, par l'application de neige carbonique et d'acétone, on peut condenser les impuretés moins volatiles.

Je me suis d'ailleurs assuré que, d'une part, les vapeurs rutilantes ont dans la région étudiée un coefficient d'absorption non sélective très élevé; d'autre part, l'oxyde azoteux Az²O n'y présente qu'une absorption générale

(1) LAMBREY et CHALONGE, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1057.