PORTUGALIAE MATHEMATICA
Vol. 8 — Fasc. 1 — 1949

UNE CONCEPTION NOUVELLE DE L'INTERACTION ENTRE LES PARTICULES CHARGÉES ET LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE

par LOUIS DE BROGLIE

(recebido em 1949, Agosto, 20)

SOMMAIRE

L'auteur expose dans cet article le résultat des récentes recherches qui l'on conduit à proposer une solution nouvelle du problème si débattu depuis vingt ans de l'énergie propre des particules électrisées. Cette solution consiste à introduire sous une forme nouvelle l'hypothèse du «champ soustractif» d'après laquelle chaque charge électrique est en interaction avec deux champs, le champ des photons et un champ de particules de spin 1 du type «mésons», le deuxième champ se soustrayant du premier. La méthode proposée comporte une réinterprétation des termes de masse dans les équations Maxwelliennes des particules de spin 1 et parvient à éviter les difficultés qui s'opposaient jusqu'ici à l'emploi de l'hypothèse d'un champ soustractif vectoriel. Les idées introduites convenablement généralisées pourraient jouer un rôle important dans le développement de la Physique du Noyau.

1. Introduction. Depuis environ vingt ans, la Physique théorique est entravée dans son développement par une difficulté qu'on peut nommer «la difficulté des énergies infinies des charges électriques». Déjà dans les théories classiques, si l'on considère une charge électrique ponctuelle, on lui trouve une énergie propre infinie, ce qui entraine d'après le principe de l'inertie de l'énergie une valeur infinie pour la masse propre. Mais ici la difficulté est facile à éviter : il suffit de supposer, comme le faisait H. A. Lorentz dans sa théorie des électrons, que les charges électriques ont une extension, c'est-à-dire qu'elles sont formées par une distribution continue d'électricité occupant une très petite région de l'espace. On obtient alors une valeur finie pour l'énergie propre et par suite pour la masse propre, ce qui est satisfaisant. Malheureusement, quand la découverte et la connaissance peu à peu plus complète des phénomènes de quanta eurent obligé à remplacer les théories classiques par des théories quantiques, on a été amené à développer une théorie quantique des champs électromagnétiques qui est obligée, pour des raisons d'invariance relativiste et d'incertitude quantique, d'admettre implicitement le caractère ponctuel des charges électriques et ceci conduit à une valeur infinie, naturellement inadmissible du point de vue physique, pour les énergies propres. Les physiciens théoriciens les plus éminents de notre temps, notamment MM Heisenberg et Dirac, se sont efforcés d'écarter cette difficulté à l'aide d'artifices variés, mais dans l'ensemble leurs efforts semblent être restés vains.

A partir de 1934, l'auteur du présent article a développé une forme nouvelle de la théorie quantique du champ électromagnétique qu'il a appelée «la Mécanique ondulatoire du Photon» et qui présentait à ses yeux l'avantage de faire plus clairement rentrer la théorie quantique des champs dans le cadre général de la Mécanique ondulatoire des particules à spin. Dans cette théorie qui a été exposée dans plusieurs ouvrages [1] [2] [3], il a été attribué au photon une masse propre extrêmement petite, mais non nulle et nous avons été ainsi conduit dès 1934 comme équations d'ondes du photon à des équations du type classique de Maxwell completées par de petits termes contenant la masse propre. Des équations de même forme ont été proposées ensuite, en 1936, par M. Alexandre Proca pour des particules électrisées et on leur donne actuellement dans la théorie du Méson le nom d'équations de Proca. En somme, ces équations apparaisent aujourd'hui comme les équations générales des particules de spin 1.

Malheureusement, en ce qui concerne l'interaction entre les charges électriques et le champ électromagnétique, la Mécanique ondulatoire du Photon ne change rien d'essentiel aux résultats habituels de la théorie quantique des champs. L'énergie propre d'une particule de charge ε, qui en théorie quantique des champs est égale à $\frac{1}{2}\lim\limits_{r\to 0}\frac{\varepsilon^2}{r}$, est ici égale à $\frac{1}{2}\lim\limits_{r\to 0}\frac{\varepsilon^2}{r}e^{-\gamma r}$ où γ est une très petite constante proportionnelle à la masse propre du photon, mais la seconde expression comme la première donne une valeur infinie.

Au cours de nos recherches sur ce sujet, nous avons eu en janvier 1935 l'idée, exposée dans une note aux *Comptes Rendus* de l'Académie des Sciences de Paris [4], d'introduire une sorte de répartition continue fictive d'électricité associée à toute charge ponctuelle, ce qui pouvait s'interpréter comme l'effet d'une incertitude sur le point exact d'application du champ sur la charge. Malheureusement, cette tentative se heurtait à des difficultés d'invariance relativiste que nous n'avons pu surmonter et pour cette raison elle avait dû être abandonnée. Plus récemment MM. Arthur March et Nathan Rosen [5] [6] ont repris des idées analogues sous des formes intéressantes, mais qui, elles non plus, ne semblent pas parfaitement satisfaisantes.

En 1939, M. Stueckelberg a envisagé une nouvelle manière de lever la difficulté des energies infinies en introduisant l'hypothèse du «champ soustractif» [7]. Cette hypothèse consiste à admettre que l'interaction électromagnétique ne s'exerce pas uniquement par l'intermédiaire d'un champ photonique, comme on l'admettait jusque là, mais fait intervenir aussi un champ lié à des particules de spin 1 de masse propre plus élevée du type «méson» ; ce deuxième champ se soustrayant toujours du premier. On pouvait ainsi espérer que l'énergie propre d'une particule de charge ε serait donnée par l'expression $\frac{1}{2}\lim_{r\to 0} \varepsilon^2 \left[\frac{1}{r} - \frac{e^{-k_0 r}}{r}\right]$ où $\frac{e^{-k_0 r}}{r}$ est le potentiel de Yukawa du champ mésonique et aurait par suite une valeur finie. Mais ici encore il y a des difficultés. Si l'on suppose, comme cela semble naturel, que le champ mésonique soustractif est du type vectoriel et si l'on introduit son existence dans le schéma habituel de la théorie quantique des champs, on trouve pour l'énergie propre non pas la valeur donnée plus haut, mais la valeur $\frac{1}{2}\lim_{r\to 0} \varepsilon^2 \left[\frac{1}{r} + \frac{e^{-k_0 r}}{r}\right]$ qui est encore infinie. Néammoins diverses formes de la théorie du champ soustractif ont été utilisées par certains auteurs notamment par MM. Bopp et Païs [8] [9] et plus récemment sous une forme modifiée par M. Feynman [10]. Aucune de ces tentatives ne parait cependant être définitive, ni posséder un sens physique bien clair.

Dans trois notes aux comptes rendus de l'Académie des Sciences [11] [12] [13], nous avons proposé d'adopter une forme nouvelle du champ vectoriel soustractif qui fournit pour l'énergie propre une valeur finie et qui d'ailleurs ramène aux considérations que nous avions développées en 1935, mais en permettant plus aisément, nous semble-t-il, de les justifier. Nous sommes parvenus à ces conceptions nouvelles par deux raisonnements donnés dans nos deux premières notes. Puis dans la troisième note nous avons expliqué pourquoi cette tentative ne se heurte pas aux mêmes difficultés que les précédentes : nous avons notamment montré qu'elle implique une réinterprétation des termes supplémentaires contenant la masse propre qui s'introduisent en théorie de la particule de spin 1 dans les équations de forme Maxwellienne, termes qu'on est amené à assimiler à des densités de charge et de courant.

Nous allons reprendre dans cet article l'exposé de ces points de vue nouveaux en suivant à peu près l'ordre de nos trois notes, mais en y ajoutant quelques compléments et commentaires.

2. Première manière d'introduire le champ soustractif [11]. Nous allons d'abord reprendre les considérations que nous avions développées dans notre note de 1935 [4]. Dans ce travail, adoptant les notations de la mécanique ondulatoire du photon, nous avons distingué les coordonnées XYZ de la charge (composantes du vecteur $\vec{R}$) et les variables xyz du champ (composantes du vecteur $\vec{r}$). L'expression de l'énergie d'interaction entre la charge et le champ dans un système de référence où la charge est en repos, est alors de la forme

$$(1) \qquad \iint V(\vec{r})\,\rho(\vec{R})\,\delta(\vec{r}-\vec{R})\,d\vec{r}\,d\vec{R}$$

où $\delta(\vec{r}-\vec{R})=\delta(x-X)\cdot\delta(y-Y)\cdot\delta(z-Z)$ est le produit de trois fonctions de Dirac et où $d\vec{r}$ et $d\vec{R}$ sont respectivement les éléments de volume $dy\,dy\,dz$ et $dX\,dY\,dZ$. L'expression (1) conduit, on ne le sait que trop, à une valeur infinie de l'énergie propre de la charge, charge implicitement supposée ponctuelle par l'introduction du facteur $\delta(\vec{r}-\vec{R})$. Pour éviter ce fâcheux résultat, nous suggérions de remplacer la fonction en aiguille infiniment fine $\delta(\vec{r}-\vec{R})$ par une fonction en aiguille extrêmement fine mais non infiniment fine, telle par exemple que l'exponentielle gaussienne $e^{-\frac{|\vec{r}-\vec{R}|^2}{\sigma^2}}$ où la constante très petite σ jouerait le rôle du rayon classique de l'électron. Cette substitution qui pourrait exprimer, pensions-nous, une sorte d'incertitude sur le point d'application du champ sur la charge, conduirait à une valeur finie pour l'énergie propre.

Malheureusement, nous l'avons dit plus haut, cette idée se heurte à des difficultés de variance relativiste. En effet, la variance correcte de l'équation (1) résulte du fait que le facteur δ se comporte comme la composante de temps d'un quadrivecteur d'espace-temps : l'intégrale $\int\delta\,d\tau=1$ est invariante. On peut mettre ce fait clairement en évidence en se plaçant au point de vue de la théorie multitemporelle de MM. Dirac, Fock et Podolsky[1] qui introduit des temps distincts t

[1] Voir [3] chapitre XIII.

et T pour le champ et pour la charge. On peut, en effet, écrire l'expression (1) dans un système galiléen quelconque sous la forme:

$$(2) \quad \left| \iint \sum_{1}^{4}{}_{\mu} A_\mu (xyzt) j_\mu (XYZT) \left(-\frac{1}{4\pi c} \frac{\partial D(0)}{\partial t} \right) dx\, dy\, dz\, dX\, dY dZ \right|_{t=T}$$

où A_μ et j_μ sont respectivement les composantes du quadrivecteur potentiel d'Univers et du quadrivecteur charge-courant. $D(0)$ est la forme que prend pour $k_0=0$ la fonction singulière invariante de Dirac-Heisenberg [1]

$$(3) \qquad D(k_0) = -\frac{1}{2\pi^2} \int \frac{\sin [kc(t-T) - \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{R})]}{k} dk$$

avec $k^2 = |\vec{k}|^2 + k_0^2$. On a, en effet, pour toute valeur de k_0

$$(4) \qquad \left| \frac{1}{c} \frac{\partial D(k_0)}{\partial t} \right|_{t=T} = -4\pi \delta (\vec{r} - \vec{R}).$$

Mais si l'on veut remplacer dans (1) la fonction δ par une fonction en aiguille très fine, on ne voit plus la manière d'assurer une variance relativiste correcte et l'idée proposée dans notre note de 1935 paraissait inacceptable.

Guidé par les idées des auteurs cités dans le premier paragraphe, nous allons maintenant introduire l'hypothèse du champ soustractif. Pour celà, nous allons introduire les potentiels de Wentzel [2] donnés (sous leur forme réelle en unités non rationalisées) par

$$(5) \qquad A_\mu (xyzt\, XYZT) = -\varepsilon \int_{-\infty}^{X_\mu} [D(0) - D(k_0)]\, dX_\mu$$

l'intégrale étant prise le long de la ligne d'Univers de la charge. La forme du crochet dans le second membre de (5) exprime l'hypothèse du champ soustractif. Il est aisé de voir que les A_μ satisfont aux équations

$$(6) \qquad \Box A_\mu = -k_0^2 \varepsilon \int_{-\infty}^{X_\mu} D(k_0)\, dX_\mu\, ; \quad \sum_\nu \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\nu} = \varepsilon [D(0) - D(k_0)]$$

[1] Voir [3] p. 118.
[2] Voir [3] p. 197 et ss. où les notations sont un peu différentes.

De la définition des champs à partir des potentiels en notations d'Univers

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \tag{7}$$

nous tirons

$$\sum_\nu \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \frac{\partial}{\partial x_\mu} \sum_\nu \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\nu} - \sum_\nu \frac{\partial^2 A_\mu}{\partial x_\nu^2} \tag{8}$$

d'où pour $\mu = 4$

$$\operatorname{div} \vec{E} = -\varepsilon \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} [D(0) - D(k_0)] + k_0^2 \varepsilon \int_{-\infty}^{cT} D(k_0)\, d(cT) \tag{9}$$

En posant $t = T$ (égalisation des temps), on trouve en vertu de (4)

$$\operatorname{div} \vec{E} = k_0^2 \varepsilon \left| \int_{-\infty}^{cT} D(k_0)\, d(cT) \right|_{t=T} \tag{10}$$

Calculons le second membre dans un système de référence où la charge est immobile. A partir de la définition (3), on obtient avec l'aide du théorème des résidus

$$\left| \int_{-\infty}^{cT} D(k_0)\, d(cT) \right|_{t=T} = \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{|\vec{k}|^2 d|\vec{k}|}{k_0^2 + |\vec{k}|^2} \int_0^{\pi/2} e^{-|\vec{k}|.|\vec{r}|\cos\theta} \sin\theta\, d\theta \right] + \tag{11}$$

$$+ \text{ conjuguée } = \frac{e^{-k_0|\vec{r}-\vec{R}|}}{|\vec{r}-\vec{R}|}$$

d'où d'après (8)

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi \varepsilon f(\vec{r} - \vec{R}) \tag{12}$$

avec

$$f(\vec{r} - \vec{R}) = \frac{k_0^2}{4\pi} \frac{e^{-k_0|\vec{r}-\vec{R}|}}{|\vec{r}-\vec{R}|} \tag{13}$$

On vérifie que l'intégrale de f dans tout l'espace est égale à 1.

L'équation (12) nous montre que tout se passe comme si la charge ponctuelle ε de position $\vec{R}$ était remplacée par une distribution continue de charge totale ε et de densité

$$\sigma(r) = \varepsilon \frac{k_0^2}{4\pi} \frac{e^{-k_0|\vec{r}-\vec{R}|}}{|\vec{r}-\vec{R}|} \tag{14}$$

Il est remarquable que les fonctions f et σ ont la forme d'un potentiel de Yukawa. Il est non moins remarquable qu'une distribution d'électricité de densité (14) crée au point $\vec{r}$ (le point $\vec{R}$ étant pris comme origine) le potentiel scalaire

$$V(r) = \varepsilon \frac{1 - e^{-k_0 r}}{r} \tag{15}$$

qui est la différence d'un potentiel coulombien et d'un potentiel de Yukawa, résultat en accord avec l'hypothèse faite en choisissant la forme (5) pour les potentiels de Wentzel.

Nous sommes ainsi amené à substituer dans l'expression (1) la fonction $f(\vec{r}-\vec{R})$ à la fonction $\delta(\vec{r}-\vec{R})$, ce qui est conforme à notre suggestion de 1935.

De plus, on trouve ainsi une valeur finie pour l'énergie propre de la charge ponctuelle devenue ici équivalente à une distribution étendue de densité donnée par (14). En effet, l'énergie propre d'une telle distribution est

$$W_0 = \frac{1}{2}\iint \frac{\sigma(\vec{r_1})\,\sigma(\vec{r_2})}{r_{12}}\,d\vec{r_1}\,d\vec{r_2} = \frac{\varepsilon^2 k_0}{4} \tag{16}$$

Nous développerons au paragraphe 4 les calculs qui conduisent très aisément aux formules (15) et (16).

Les définitions (5) et la formule (15) peuvent s'interpréter en disant qu'il existe entre les charges, en plus de l'interaction photonique, une interaction mésonique ($k_0 \neq 0$). L'interaction électromagnétique complète ferait donc intervenir à la fois des photons et des mésons (neutres). L'intervention de la densité $\sigma(r)$ permet de faire le calcul de l'interaction comme si elle était du type Maxwellien classique.

Dans ce paragraphe, nous sommes ainsi parvenu à des idées nouvelles en suivant la voie qui nous est la première apparue, c'est-à-dire en partant de la théorie multitemporelle. Nous allons maintenant exposer une autre manière très instructive de retrouver les mêmes résultats en partant de la théorie générale des particules de spin 1.

3. Deuxième manière d'introduire l'hypothèse du champ soustractif [12]. Dans la théorie générale des particules de spin 1, on trouve que le champ «électrique» $\vec{E}_{k_0}$ d'une particule de spin 1 obéit à la relation [1]

$$\operatorname{div} \vec{E}_{k_0} = -k_0^2 V_{k_0} \tag{17}$$

[1] Voir [3] p. 38.

V_{k_0} étant le potentiel scalaire correspondant. k_0 est une constante qui caractérise la particule et qui est reliée à sa masse propre m_0 par la relation

$$k_0 = \frac{2\pi}{h} m_0 c \tag{18}$$

h étant la constante de Planck.

Dans la Mécanique ondulatoire du photon, on suppose que les photons sont des particules de spin 1 de masse μ_0 non rigoureusement nulle, mais extraordinairement petite. La contante k_0 correspondante a une valeur extraordinairement petite $\gamma = \frac{2\pi}{h} \mu_0 c$ et si l'on fait tendre vers zéro la valeur de γ, on retrouve à la limite pour le champ photonique les équations classiques de Maxwell. Pour le champ photonique, l'équation (18) prend la forme

$$\operatorname{div} \vec{E}_\gamma = - \gamma^2 V_\gamma \, . \tag{19}$$

Introduisons maintenant l'hypothèse du champ soustractif en supposant que le champ électromagnétique total est formé par la superposition d'un champ photonique de constante évanouissante γ et d'un champ mésonique de constante $k_0 >> \gamma$. On aura alors pour le champ électrique total

$$\operatorname{div} \vec{E} = \operatorname{div} (\vec{E}_\gamma + \vec{E}_{k_0}) = - \gamma^2 V_\gamma - k_0^2 V_{k_0} \, . \tag{20}$$

L'hypothèse du champ soustractif comporte la précision supplémentaire suivante: la création du champ photonique par le corpuscule électrisé s'exprime en lui atribuant une charge électrique ε au sens ordinaire du mot tandis que la création du champ mésonique par le corpuscule s'exprime en lui attribuant une «charge mésonique» ε_1 égale à $-\varepsilon$.

La Mécanique ondulatoire du photon [1] conduit alors à la valeur suivante (en unités non rationalisées) pour le potentiel scalaire «photonique» que le corpuscule supposé placé à l'origine des coordonées crée autour de lui

$$V_\gamma = \varepsilon \frac{e^{-\gamma r}}{r} - 4\pi \frac{\varepsilon}{\gamma^2} \delta(\vec{r}) \, . \tag{21}$$

Le premier terme est le potentiel «quasi-coulombien» qui se réduit au potentiel coulombien ordinaire si $\gamma = 0$. Le second terme que nous avons nommé «potentiel de coïncidence» est caractéristique de la Méca-

[1] Voir [3] p. 172 et ss.

nique ondulatoire du photon : nous en avons indiqué ailleurs [1] le rôle physique qui va apparaitre dans ce qui suit.

Nous avons de même pour le potentiel mésonique

$$\mathrm{V}_{k_0} = \varepsilon_1 \frac{e^{-k_0 r}}{r} - 4\pi \frac{\varepsilon_1}{k_0^2} \delta(\vec{r}) \tag{22}$$

d'où, en substituant (21) et (22) dans (17) et (19)

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{\mathrm{E}}_{k_0} &= - k_0^2 \varepsilon_1 \frac{e^{-k_0 r}}{r} + 4\pi \varepsilon_1 \delta(\vec{r}) \\ \operatorname{div} \vec{\mathrm{E}}_{\gamma} &= - \gamma^2 \varepsilon \frac{e^{-\gamma r}}{r} + 4\pi \varepsilon \delta(\vec{r}) \end{aligned} \qquad (\varepsilon_1 = - \varepsilon). \tag{23}$$

On voit ainsi que le rôle du potentiel de coïncidence est de faire apparaitre au second membre les termes qui expriment que la charge ponctuelle est la source du champ. En partant de cette idée sur le rôle de la charge, on aurait pu d'ailleurs écrire directement les équations (23).

En additionnant ces équations, on obtient pour le champ total

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{\mathrm{E}} &= - \gamma^2 \varepsilon \frac{e^{-\gamma r}}{r} - 4\pi \varepsilon \delta(\vec{r}) + k_0^2 \varepsilon \frac{e^{-k_0 r}}{r} + 4\pi \varepsilon \delta(\vec{r}) \\ &= 4\pi \varepsilon \left[\frac{k_0^2}{4\pi} \frac{e^{-k_0 r}}{r} - \frac{\gamma^2}{4\pi} \frac{e^{-\gamma r}}{r} \right]. \end{aligned} \tag{24}$$

Le fait fondamental, c'est que les termes en $\delta(\vec{r})$ qui sont à l'origine des valeurs infinies de l'énergie propre, ont disparu du second membre de (24).

L'équation (24) exprime que pour le champ électrique total $\vec{\mathrm{E}}$ tout se passe comme si c'était un champ électrique ordinaire et comme si la particule ponctuelle chargée était remplacée par une distribution électrique continue de densité

$$\sigma(r) = \varepsilon \left[\frac{k_0^2}{4\pi} \frac{e^{-k_0 r}}{r} - \frac{\gamma^2}{4\pi} \frac{e^{-\gamma r}}{r} \right] \tag{25}$$

expression qui pour $\gamma \rightarrow 0$ se réduit à l'expression (14) du précédent paragraphe.

Le potentiel scalaire créé autour d'elle par la distribution de densité (25) est

$$\mathrm{V}(r) = \varepsilon \frac{e^{-\gamma r} - e^{-k_0 r}}{r} \tag{26}$$

[1] Voir [1], tome II, p. 126.

diférence d'un potentiel quasi-coulombien et d'un potentiel mésonique.

Nous montrerons au paragraphe suivant que l'énergie propre de la particule chargée est, avec l'expression (25) de la densité σ, égale à

$$W_0 = \frac{\varepsilon^2}{4} \frac{(k_0-\gamma)^2}{k_0+\gamma} \tag{27}$$

valeur qui se réduit à $\dfrac{\varepsilon^2 k_0}{4}$ pour $\gamma \to 0$.

Au paragraphe 5, nous discuterons plus longuement le sens des calculs que nous venons d'effectuer et nous montrerons que, tandis que les charges ε et $\varepsilon_1 = -\varepsilon$ créent séparément le champ photonique et le champ mésonique, c'est la somme des deux champs qui agit sur la particule chargée.

4. Quelques calculs. Nous allons d'abord montrer que la densité $\sigma(r)$ crée le potentiel $V(r)$. Raisonnons d'abord sur l'expression (14) de σ. L'équation classique

$$\Delta V = -\operatorname{div} \vec{E} = -4\pi\sigma \tag{28}$$

nous donne en coordonnées polaires, la charge ponctuelle étant à l'origine

$$\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2}(rV) = -4\pi \cdot \varepsilon \frac{k_0^2}{4\pi} \frac{e^{-k_0 r}}{r} \tag{29}$$

équation qui, simplifiée et intégrée deux fois, nous donne

$$V(r) = \frac{C - \varepsilon e^{-k_0 r}}{r} + D \tag{30}$$

Le potentiel $V(r)$ doit être nul à l'infini et se réduire au potentiel coulombien $\dfrac{\varepsilon}{r}$ si l'on élimine le champ mésonique en posant $k_0 = \infty$: donc $C = \varepsilon$ et $D = 0$ et nous retrouvons l'expression (15).

On peut aussi calculer $V(r)$ au point P par la formule

$$V(P) = \int \frac{\sigma(M)}{\overline{MP}} d\tau_M \tag{31}$$

et ce calcul facile conduit de nouveau à l'équation (15).

Si, au lieu d'utiliser la forme (14) de la densité, on emploie la forme (25), ce qui revient à supposer non nulle la masse propre du photon, l'équation (28) s'écrit

$$\frac{d^2}{dr^2}(r\mathrm{V}) = -\,k_0^2\,\varepsilon\,e^{-k_0 r} + \gamma^2\,\varepsilon\,e^{-\gamma r} \tag{32}$$

équation dont l'intégrale générale est

$$\mathrm{V}(r) = \frac{\varepsilon\,e^{-\gamma r} - \varepsilon\,e^{-k_0 r} + C}{r} + \mathrm{D} \tag{33}$$

D doit être nul puisque $\mathrm{V}(r)$ est nul à l'infini et C doit aussi être nul parce que, pour $k_0 \to \infty$, $\mathrm{V}(r)$ doit se réduire au potentiel quasi-coulombien. On retrouve bien ainsi la forme (26) de $\mathrm{V}(r)$. Un calcul basé sur la formule (31) donnerait naturellement le même résultat.

Calculons maintenant l'énergie propre de la charge. Elle est donnée par

$$\mathrm{W}_0 = \frac{1}{2}\int \sigma(r)\,\mathrm{V}(r)\,d\tau \tag{34}$$

Avec l'expression (14) de la densité, on trouve

$$\begin{aligned}\mathrm{W}_0 &= \frac{1}{2}\int_0^\infty \varepsilon\,\frac{k_0^2}{4\pi}\,\frac{e^{-k_0 r}}{r}\cdot\varepsilon\,\frac{1-e^{-k_0 r}}{r}\,4\pi r^2\,dr = \\ &= \frac{\varepsilon^2 k_0^2}{2}\int_0^\infty \left(e^{-k_0 r} - e^{-2k_0 r}\right)dr = \frac{\varepsilon^2 k_0}{4}\end{aligned} \tag{35}$$

résultat précédemment annoncé.

Avec l'expression (25) de la densité, un calcul à peine plus compliqué donne

$$\mathrm{W}_0 = \frac{\varepsilon^2}{4}\,\frac{(k_0-\gamma)^2}{k_0+\gamma} \tag{36}$$

valeur annoncée qui, bien entendu, se réduit à (35) si $\gamma \to 0$.

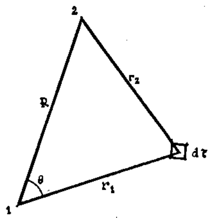
Il est instructif de calculer l'énergie mutuelle de deux particules ponctuelles de même charge ε situées à une distance R l'une de l'autre. Si $\sigma_2(\mathrm{M})$ est la densité électrique au point M pour la deuxième particule et si $\mathrm{V}_1(\mathrm{M})$ est le potentiel scalaire créé au point M par la distribution continue équivalente à la 1ère particule, on a pour cette énergie mutuelle

$$\mathrm{W}(\mathrm{R}) = \int \sigma_2(\mathrm{M})\,\mathrm{V}_1(\mathrm{M})\,d\tau_{\mathrm{M}} \tag{37}$$

Si l'on désigne par r_1 et r_2 les distances respectives de l'élément d'intégration $d\tau$ aux deux particules et si l'on adopte pour la densité σ la forme (25), on trouve

$$\text{(38)} \qquad W(R) = \varepsilon^2 \int \left(\frac{k_0^2}{4\pi} \frac{e^{-k_0 r_2}}{r_2} - \frac{\gamma^2}{4\pi} \frac{e^{-\gamma r_2}}{r_2} \right) \frac{e^{-\gamma r_1} - e^{-k_0 r_1}}{r_1} 4\pi r_1^2 \, dr_1$$

comme on le voit sur la figure suivante



$$r_2 = \sqrt{r_1^2 + R^2 - 2 r_1 R \cos\theta}$$

Un calcul sans difficulté fournit le résultat suivant

$$\text{(39)} \qquad W(R) = \varepsilon^2 \frac{k_0^2+\gamma^2}{k_0^2-\gamma^2} \frac{e^{-\gamma R} - e^{-k_0 R}}{R} - \frac{\varepsilon^2}{2} \left(k_0 e^{-k_0 R} + \gamma e^{-\gamma R} \right)$$

Nous en concluons que l'énergie propre d'une particule de charge ε doit être égale à

$$\text{(40)} \qquad W_0 = \frac{1}{2} \lim_{R \to 0} W(R) = \frac{\varepsilon^2}{4} \frac{(k_0 - \gamma)^2}{k_0 + \gamma}$$

en accord avec (36)

En faisant $\gamma = 0$ dans les calculs précédents, on obtient le résultat correspondant à l'adoption de la densité (14).

Puisque tout se passe comme si l'on avait affaire à un champ électromagnétique classique de masse nulle, on doit, suivant une méthode bien connue, retrouver tous les résultats précédents en considérant l'interaction entre deux particules chargées comme résultant d'un échange virtuel entre ces particules de particules de spin 1 et de masse propre nulle, mais on doit ici avoir soin d'introduire dans l'Hamiltonien d'interaction le facteur $f(\vec{r} - \vec{R})$ correspondant à la densité σ par la formule $f(\vec{r} - \vec{R}) = \frac{1}{\varepsilon} \sigma(\vec{r} - \vec{R})$. Des calculs un peu longs que nous ne reproduirons pas prouvent qu'il en est bien ainsi.

5. Examen plus approfondi de la forme donnée à l'hypothèse du champ soustractif [13]. Il convient maintenir d'étudier de plus près la façon dont nous avons introduit la théorie du champ soustractif pour voir comment l'hypothèse ainsi présentée échappe à l'objection fondamentale que nous avons signalée au paragraphe 1.

Considérons d'abord le champ d'une particule de spin 1 et de constante k_0. Soit un corpuscule de spin 1/2 ponctuel et chargé qui est placé au point choisi comme origine des coordonnées et qui se trouve en interaction avec ce champ. Désignons par ε le coefficient d'interaction, c'est à dire la charge du corpuscule par rapport au champ. (Si le champ est photonique, ε est la charge électrique au sens usuel).

La théorie des particules de spin 1 conduit à écrire pour le champ correspondant les équations Maxwelliennes suivantes (en unités non rationalisées avec champs réels)

$$(41)\qquad \begin{array}{ll} a)\ -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{\mathrm{H}}}{\partial t} = \mathrm{rot}\,\vec{\mathrm{E}} & c)\ \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{\mathrm{E}}}{\partial t} = k_0^2\vec{\mathrm{A}} + \mathrm{rot}\,\vec{\mathrm{H}} - 4\pi\varepsilon\,\delta(\vec{r})\dfrac{\vec{v}}{c} \\ b)\ \mathrm{div}\,\vec{\mathrm{H}} = 0 & d)\ \mathrm{div}\,\vec{\mathrm{E}} = -k_0^2\mathrm{V} + 4\pi\varepsilon\,\delta(\vec{r}) \end{array}$$

Dans les seconds membres des deux dernières équations, la présence du terme en $\varepsilon\,\delta(\vec{r})$ indique que c'est la charge ponctuelle ε qui crée le champ.

Un raisonnement tout à fait semblable à celui que l'on fait en théorie ordinaire de Maxwell conduit à attribuer au champ la densité d'énergie

$$(42)\qquad w = \frac{1}{8\pi}(\mathrm{E}^2 + \mathrm{H}^2) + \frac{k_0^2}{8\pi}(\mathrm{A}^2 + \mathrm{V}^2)$$

ce qui est l'expression classique augmentée d'un terme en k_0^2 dépendant des potentiels.

Si l'on multiplie les équations (41 c) et (41 d) respectivement par $\vec{\mathrm{A}}$ et par V et si l'on ajoute, on obtient aisément

$$(43)\qquad \int w\,d\tau = \frac{1}{2}\int \varepsilon\left(\mathrm{V} + \frac{\vec{v}}{c}\cdot\vec{\mathrm{A}}\right)\delta(\vec{r})\,d\tau$$

D'autre part, quand on veut en Mécanique ondulatoire du photon introduire les interactions entre la charge et le champ, on est amené à prendre comme terme d'interaction dans l'Hamiltonien [1]

$$(44)\qquad \mathrm{H}^{(1)} = \varepsilon(\mathrm{V}_{op}\cdot 1 + \vec{\mathrm{A}}_{op}\cdot\vec{\alpha})\,\delta(\vec{r} - \vec{\mathrm{R}})$$

[1] Voir [3], p. 152.

où V_{op} et $\vec{A}_{op}$ sont les opérateurs correspondant au potentiel scalaire et au potentiel vecteur et où 1 et $-c\vec{\alpha}$ sont les matrices opérateurs qui correspondent, en théorie de Dirac, à la densité de charge et à la densité de courant. Malheureusement en calculant à partir de l'Hamiltonien d'interaction (44) l'énergie propre du corpuscule chargé, on trouve toujours, que le champ soit photonique ou mésonique, une valeur infinie. On retombe ainsi sur l'obstacle qui arrête depuis vingt ans le développement de la théorie quantique des champs.

Mais supposons maintenant qu'en interaction avec le corpuscule chargé, il y ait deux champs que nous distinguerons par les indices 1 et 2. Nous devrons écrire

$$(45)\qquad \begin{array}{ll} a)\ \ -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{H}_i}{\partial t} = \mathrm{rot}\, E_i & c)\ \ \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{E}_i}{\partial t} = k_{oi}^2 \vec{A}_i + \mathrm{rot}\, \vec{H}_i - 4\pi\, \varepsilon_i \dfrac{\vec{v}}{c}\, \delta(\vec{r}) \\ b)\ \ \mathrm{div}\, \vec{H}_i = 0 & d)\ \ \mathrm{div}\, \vec{E}_i = -\, k_{oi}^2 V + 4\pi\, \varepsilon_i\, \delta(\vec{r}) \end{array}$$

avec $i=1$ et $i=2$. Nous exprimons ainsi que, pour la création du champ d'indice i, le corpuscule chargé agit comme s'il avait la charge ε_i.

L'hypothèse du champ soustractif consiste à poser $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = \varepsilon$. Si le champ 1 n'agit que sur la charge ε_1 et le champ 2 sur la charge ε_2, on trouvera en recommençant les calculs faits plus haut l'expression de la densité d'énergie

$$(46)\qquad w = \sum_1^2{}_i \left[\frac{1}{8\pi}(E_i^2 + H_i^2) + \frac{k_{oi}^2}{8\pi}(A_i^2 + V_i^2)\right]$$

puis la relation

$$(47)\qquad \int w\, d\tau = \frac{1}{2}\int \varepsilon \left[(V_1 - V_2) + \frac{\vec{v}}{c}\cdot(\vec{A}_1 - \vec{A}_2)\right] \delta(\vec{r})\, d\tau$$

et la même hypothèse conduira à poser dans la théorie quantique des interactions

$$(48)\qquad H^{(1)} = \varepsilon\left[(V_1 - V_2)\cdot 1 + (\vec{A}_1 - \vec{A}_2)\cdot\vec{\alpha}\right]\delta(\vec{r} - \vec{R})$$

Cette forme de l'Hamiltonien d'interaction donne pour la valeur de l'énergie mutuelle de deux charges pour lesquelles $\varepsilon = \varepsilon_A$ et $\varepsilon = \varepsilon_B$ situées à la distance R l'une de l'autre la valeur

$$(49)\qquad W(R) = \varepsilon_A\, \varepsilon_B \left(\frac{e^{-k_{01}R}}{R} + \frac{e^{-k_{02}R}}{R}\right)$$

et, en raison du signe +, on trouve encore pour l'énergie propre

$W_0 = \frac{1}{2} \lim\limits_{R \to 0} W(R)$ une valeur infinie. La substitution du signe — au signe + ne peut pas se justifier dans une théorie à champs vectoriels comme celle-ci. C'est là l'objection rencontrée jusqu'ici par la théorie du champ soustractif.

Mais il est facile de se rendre compte que le signe + de la formule (49) provient justement de l'hypothèse que chaque champ n'agit que sur la charge de même indice. Or la nouvelle forme que nous proposons pour la théorie du champ soustractif revient à supposer que chaque charge ε_i, bien que créant seulement le champ de même indice, subit l'action du champ total $1+2$. Si, partant des équations (45), nous reprenons le raisonnement qui conduit à la formule (46), mais en supposant que chaque charge ε_i subit l'action du champ total $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$, le terme $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\frac{\vec{v}}{c}(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$ qui dans la théorie classique représenterait le travail par unité de temps sera nul (puisque $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$), mais nous verrons apparaître des termes en $(-k_{01}^2 \vec{A}_1 - k_{02}^2 \vec{A}_2)(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$ qui peuvent être interprétés comme un travail du champ électrique ignoré de la théorie habituelle. Ceci revient à *réinterpréter* les termes en k_0^2 dans les équations Maxwelliennes de la particule de spin 1 et à les considérer comme définissant des densités de charge et de courant. Alors le raisonnement qui conduit à la formule (47) nous donnera une formule qui dans le cas électrostatique se réduira à

$$(50) \qquad \int \frac{E^2}{8\pi} d\tau = -\frac{1}{2} \int \left(\frac{k_{01}^2}{4\pi} V_1 + \frac{k_{02}}{8\pi} V_2 \right) (V_1 + V_2) d\tau .$$

Le premier membre peut être considéré comme l'énergie du champ électrostatique qui se comporte donc comme un champ électrostatique classique (de masse propre nulle) tandis que l'intégrale du second membre, où l'on posera $V_1 = \varepsilon \frac{e^{-k_{01} r}}{r}$ et $V_2 = -\varepsilon \frac{e^{-k_{02} r}}{r}$, donnera l'énergie propre de la particule. On est ainsi aisément ramené aux conclusions des paragraphes précédents puisqu'on retrouve la formule (34).

En somme, ce formalisme substitue à l'ensemble de deux champs opposés de masse propre non nulle un seul champ électromagnétique classique (de masse propre nulle) avec réinterprétation en termes de densité de charge et de courant des termes en k_0^2 figurant dans les équations Maxwelliennes des champs. Le fait que les termes en

$-k_0^2 V$ et $-k_0^2 \vec{A}$ soient assimilés à des densités de charge et de courant ne surprendra pas ceux qui ont étudié la Mécanique ondulatoire du Photon car dans cette théorie les opérateurs V_{op} et $\vec{A}_{op}$ sont étroitement apparentés aux opérateurs qui définissent les densités de charge et de courant en théorie de Dirac.

6. Eléments de matrice et variance relativiste. Nous sommes ainsi amenés à prendre comme opérateur représentant dans l'Hamiltonien du système charge+champ l'interaction entre la charge et les ondes transversales du champ le terme

$$H^{(1)} = [V_{op} \cdot 1 + \vec{A}_{op} \cdot \vec{\alpha}] f(\vec{r} - \vec{R}) \tag{51}$$

où $f(\vec{r} - \vec{R})$ a la forme précisée plus haut. L'introduction du facteur f réalise une sorte d'élimination de l'ensemble des actions coulombiennes et laplaciennes quasi-statiques. Nous avons d'ailleurs signalé au paragraphe 2 que la forme (51) de $H^{(1)}$ se heurte à des difficultés du point de vue de l'invariance relativiste. Nous allons regarder les choses de plus près en supposant pour simplifier que nous puissions négliger les termes en γ.

Adoptons d'abord provisoirement l'expression (51). L'élément de matrice d'interaction qui correspond à la transition faisant passer la charge d'un état de mouvement rectiligne et uniforme à un autre état de mouvement rectiligne et uniforme avec absorption de rayonnement s'écrit

$$\iint \Psi^{(2)*}(\vec{R}, t)[V(\vec{r}, t) \cdot 1 + \vec{A}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\alpha}]\, \Psi^{(1)}(\vec{R}, t) f(\vec{r} - \vec{R})\, d\vec{r}\, d\vec{R}. \tag{52}$$

Dans cette expression $V(\vec{r}, t)$ et $\vec{A}(\vec{r}, t)$ sont les composantes du quadrivecteur Potentiel d'Univers de la radiation absorbée qui sont de la forme

$$A_j(\vec{r}, t) = A_j^{(0)} e^{i[kct - \vec{k} \cdot \vec{r}]} \tag{53}$$

avec $k = |\vec{k}|$. Les fonctions $\Psi^{(1)}(\vec{R}, t)$ et $\Psi^{(2)}(\vec{R}, t)$ sont les fonctions d'onde (du type de Dirac) qui décrivent respectivement l'état initial et l'état final du corpuscule chargé : leurs composantes sont de la forme

$$\Psi_k^{(1)}(\vec{R}, t) = a_k^{(1)} e^{i[K_1 ct - \vec{K}_1 \cdot \vec{R}]}; \qquad \Psi_k^{(2)}(\vec{R}, t) = a_k^{(2)} e^{i[K_2 ct - \vec{K}_2 \cdot \vec{R}]} \tag{54}$$

avec

$$K_1^2 = |\vec{K}_1|^2 + \frac{4\pi^2}{h^2} m_0^2 c^2 \qquad K_2^2 = |\vec{K}_2|^2 + \frac{4\pi^2}{h^2} m_0^2 c^2 \tag{55}$$

m_0 étant la masse propre du corpuscule chargé.

Le vecteur $\vec{K}=\vec{K}_1-\vec{K}_2$ mesure, au facteur $\frac{2\pi}{h}$ près, la variation de la quantité de mouvement de la charge lors de la transition et le scalaire $K=K_2-K_1$ mesure de même, au facteur $\frac{2\pi}{hc}$ près, la variation correspondante de l'énergie. Malgré l'existence des relations (55), il n'y a aucune relation générale entre K et $|\vec{K}|$.

Si l'on a affaire à une émission de rayonnement, il faut dans (57) changer V et $\vec{A}$ en les quantités complexes conjuguées V^* et $\vec{A}^*$. La conservation de la quantité de mouvement qui a toujours lieu donne $\vec{K}=\pm\vec{k}$ suivant qu'il y a absorption ou émission de sorte que l'on a dans les deux cas

$$|K|^2 = |\vec{k}|^2 = k^2. \tag{56}$$

Mais on n'a pas $K=k$ car la conservation de l'énergie n'a pas lieu en général dans une transition élémentaire [1].

En introduisant dans (52) l'expression (53) des potentiels, on trouve que la composante A_j apparait dans le terme d'interaction par le terme

$$A_j^{(0)}\, e^{i[kct-\vec{k}.\vec{R}]} \int e^{-ik(\vec{r}-\vec{R})} f(\vec{r}-\vec{R})\, d\vec{r} \tag{57}$$

En prenant $\vec{r}-\vec{R}$ comme variable d'intégration on voit que l'intégrale précédente est égale au coefficient de Fourier $c(\vec{k})$ dans le développement

$$f(\vec{r}) = \frac{k_0^2}{\cancel{8}\pi}\frac{e^{-k_0 r}}{r} = \frac{1}{8\pi^3}\int c(\vec{k})\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\, d\vec{k} \tag{58}$$ 4

Le calcul de ce coefficient est aisé et l'on trouve, compte tenu de (56)

$$c(\vec{k}) = c(\vec{K}) = \frac{k_0^2}{k_0^2+|\vec{k}|^2} = \frac{k_0^2}{k_0^2+|\vec{K}|^2} \tag{59}$$

L'expression (52) prend alors la forme

$$\int \Psi^{(2)*}(\vec{R},t)\,[V(\vec{R},t)\cdot 1 - \vec{A}(\vec{R},t)\cdot\vec{\alpha}]\,\Psi^{(1)}(\vec{R},t)\,\frac{k_0^2}{k_0^2+|\vec{K}|^2}\,d\vec{R} \tag{60}$$

L'élément de matrice d'interaction correspondant à la transition considérée sera donc celui qu'emploie la théorie quantique des champs usuelle, mais multiplié par le facteur $c(\vec{K})$ donné par (59).

[1] Voir [3], p. 162 et 168.

Seulement l'expression (60) n'est par satisfaisante du point de vue de la variance relativiste : elle n'est valable qu'à l'approximation quasi-statique. Comme on le voit en étudiant la déduction du potentiel de Coulomb et de la formule de Möller par l'échange virtuel de particules[1], l'approximation quasi-statique en question est caractérisée par $K \simeq 0$ ou plus précisément par le fait que le rapport $\frac{K}{|\vec{K}|}$, toujours inférieur à 1, est négligeable devant l'unité. Il nous faut chercher à nous affranchir de cette approximation et, pour obtenir une variance relativiste correcte, il nous faut trouver une expression générale où tout se passe comme si $f(\vec{r}-\vec{R})$ était remplacée par une quantité se transformant, lors d'une transformation de Lorentz, comme la composante de temps d'un quadrivecteur.

Or[2], comme $\frac{d\vec{k}}{k} = \frac{d\vec{k}}{|\vec{k}|}$ est un invariant, la quantité $kc(\vec{k}) = |\vec{K}|c(\vec{K})$ se transforme comme $f(r)$ d'après (58). Donc, si dans «le système propre» la quantité précédente a la valeur $|\vec{K}_0|c(\vec{K}_0)$ qui correspond au cas quasi-statique, elle devra dans le système de l'observateur qui observe la transition avoir la valeur

$$|\vec{K}|c(\vec{K}) = \frac{k_0^2}{k_0^2 + |\vec{K}_0|^2} |\vec{K}_0| \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{61}$$

où βc est la vitesse relative du système propre par rapport à l'observateur et où $|\vec{K}_0|$ doit être exprimé en fonction de $|\vec{K}|$ et de K.

Mais qu'est-ce que ce système propre dont nous venons de parler ? On peut définir un système propre lié à l'état initial du corpuscule puisque cet état initial correspond à un mouvement rectiligne et uniforme, mais pour la même raison on peut tout aussi bien définir un système propre lié à l'état final et il n'y a aucune raison de préférer l'un à l'autre. Cette difficulté a été très bien aperçue par M. Arthur March dans ses recherches [5] : pour la surmonter, il a proposé un artifice ingénieux qui fait intervenir symétriquement les deux états, mais cela ne parait pas pleinement satisfaisant.

Au lieu de considérer les systèmes propres liés à l'état initial et à l'état final, nous allons chercher à définir un *système propre lié à la transition elle-même*. Pour cela, nous considérerons une transformation

[1] Voir [3] p. 171 et 176.
[2] Voir [3] p. 110.

de Lorentz effectuée à partir du système de référence de l'observateur avec un vitesse $\vec{\beta} c$ parallèle au vecteur $\vec{K}$ et nous définirons le système propre lié à la transition par la condition que K soit nul dans ce système, c'est à dire que le cas quasi-statique y soit rigoureusement réalisé. Or les quantités $\vec{K}$ et K étant des différences de quantité de mouvement et d'énergie se transforment comme les composantes d'un quadrivecteur d'espace-temps de telle sorte qu'on a dans le système propre lié à la transition

$$(62) \qquad K_0 = \frac{K - \beta |\vec{K}|}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad |\vec{K}_0| = \frac{|\vec{K}| - \beta K}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

La condition $K_0 = 0$ qui définit le système propre en question donne

$$(63) \qquad \beta = \frac{K}{|\vec{K}|} \leqslant 1 \qquad |\vec{K}_0| = \sqrt{|\vec{K}|^2 - K^2} = |\vec{K}| \sqrt{1-\beta^2}$$

D'après (61), puisque l'approximation quasi-statique est valable dans le système propre ainsi défini, nous devons avoir dans le système de l'observateur d'après (63)

$$(64) \qquad c(\vec{K}) = \frac{|K_0|}{|\vec{K}|} \frac{k_0^2}{k_0^2 + |\vec{K}_0|^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{k_0^2}{k_0^2 + |\vec{K}|^2 - K^2}$$

En définitive, dans le système de l'observateur, l'élément de matrice relative à la transition considérée s'obtiendra en multipliant la valeur qu'on lui attribue habituellement par le facteur (64) et cet énoncé est correct du point de vue de la variance relativiste.

M. March [5] en faisant intervenir symétriquement les systèmes propres liés à l'état initial et à l'état final avait pu rendre compte du fait expérimental suivant : les électrons, particules électrisées légères, sont capables d'interagir avec des rayonnements de très haut quantum (plusieurs centaines de M. e. v.) tandis que les mésons usuels de rayonnement cosmique (mésons μ) semblent insensibles à ces rayonnements. La formule (64) permet aussi de prévoir ce fait. Pour les rayonnements de très grand quantum, on a $|\vec{K}| >> k_0$. D'autre part, $\vec{K}$ étant donné, K sera (on le voit aisément) d'autant plus petit que la masse propre du corpuscule chargé est plus grande. Pour l'électron de faible masse, K sera de l'ordre de $|\vec{K}|$ et le facteur (64) est voisin de l'unité d'où une possibilité d'interaction notable. Pour les mésons cosmiques beaucoup plus lourds, K est très petit devant $|\vec{K}|$ et par suite le facteur (64) est très petit, d'où une interaction très faible.

7. Généralisation et application au champ nucléaire. Nous avons jusqu'ici considéré seulement le cas des corpuscules électrisés et nous avons limité à deux le nombre des champs qui interviennent dans l'interaction. Il est facile de développer une théorie plus générale qui est affranchie de ces restrictions.

Avant de le faire, nous voulons préciser un point qui peut prêter à confusion dans l'état actuel des dénominations employées par les physiciens. Nous avons appelé «champ mésonique» le champ lié à des particules de spin 1 autres que les photons. Nous devons donc logiquement réserver ici le nom de «méson» à des particules de spin 1. Or le méson cosmique usuel ou méson μ parait posséder le spin $^1/_2$: ce serait donc un électron lourd, corpuscule chargé de spin $^1/_2$, et non un méson au sens où nous l'entendons ici. Par contre, le méson π plus récemment découvert qui parait avoir le spin 1 serait pour nous un vrai méson et nous allons voir que notre théorie conduit à penser qu'il doit exister d'autres vrais mésons ayant une masse différente. Il est évident que la nomenclature actuelle est défectueese puisque le même mot «méson» sert à désigner des particules de spin différent dont les propriétés sont pour cette raison fondamentalement distinctes.

Pour généraliser les conceptions précédemment exposées, considérons un corpuscule de spin $^1/_2$ en interaction avec n champs de particules de spin 1. Soient $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \cdots \varepsilon_n$ les «charges» du corpuscule par rapport à ces divers champs. Si l'on reprend la théorie développée aux paragraphes 2 et 3, ou voit que, pour que le corpuscule chargé ait une énergie propre finie, c'est à dire pour que les termes en δ s'éliminent, il faut avoir

$$\sum_1^n {}_i\, \varepsilon_i = 0 \tag{65}$$

On obtient alors pour la densité $\sigma(r)$ précédemment définie

$$\sigma(r) = -\sum_1^n {}_i \frac{\varepsilon_i}{4\pi} k_{0i}^2 \frac{e^{-k_{0i} r}}{r} \tag{66}$$

Le potentiel $V(r)$ créé par cette distribution est

$$V(r) = \sum_1^n {}_i\, \varepsilon_i \frac{e^{-k_{oi} r}}{r} \tag{67}$$

et l'énergie propre W_0 du corpuscule chargé est donnée par

$$\begin{aligned} W_0 &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \sum_1^n {}_i\, \varepsilon_i \frac{e^{-k_{oi} r}}{r} \left(-\sum_1^n {}_j \frac{\varepsilon_j}{4\pi} k_{oj}^2 \frac{e^{-k_{oj} r}}{r} \right) 4\pi r^2 \, dr \\ &= -\frac{1}{4} \sum_1^n {}_i \sum_1^n {}_j\, \varepsilon_i \varepsilon_j \frac{k_{oi}^2 + k_{oj}^2}{k_{oi} + k_{oj}}. \end{aligned} \tag{68}$$

Dans le cas où le corpuscule chargé est électrisé, l'une des charges ε_i est une charge électrique au sens usuel du mot. Si de plus il y a seulement intervention de deux champs, un champ photonique et un champ mésonique, on posera

$$n = 2 \qquad \varepsilon_2 = -\varepsilon_1 = -\varepsilon \qquad k_{10} = \gamma \qquad k_{20} = k_0$$

et les formules (66), (67) et (68) nous redonneront les formules (25), (26) et (27).

La forme des relations qui nous venons d'obtenir nous permet de déduire quelques conséquences d'un grand interêt. Comme il parait probable que tout corpuscule de spin 1/2 doit être en interaction avec au moins un champ de particules de spin 1 (pour n'être pas complètement isolé), la formule (65) nous permet d'énoncer le résultant suivant:

«Tout corpuscule de spin 1/2 doit être en interaction avec au moins *deux* champs et la somme des charges correspondantes doit être nulle».

Si le corpuscule est électrisé, l'un des champs est photonique, les autres mésoniques. Si le corpuscule est électriquement neutre, tous les champs avec lesquels il est en interaction sont mésoniques. Comme il existe des corpuscules neutres de spin 1/2 (neutrons, neutrinos), on peut en déduire la conséquence suivante:

«Il existe au moins deux espèces de mésons de spin 1 et de masse différente».

L'interêt des conclusions auxquelles nous parvenons ainsi saute aux yeux. De plus, la liaison qui se trouve ainsi établie entre les divers champs et les charges correspondantes parait pouvoir servir de guide dans le développement de la théorie des champs nucléaires dont l'état actuel est encore très imparfait. On peut donc espérer que les idées contenues dans le présent travail, en dehors de l'importance qu'elles paraissent avoir pour la solution du problème des énergies infinies, seront susceptibles de contribuer aussi aux progrès de la Physique nucléaire.

INSTITUT HENRI POINCARÉ, PARIS.

BIBLIOGRAPHIE

[1] *Une nouvelle théorie de la Lumière: la Mécanique ondulatoire du photon*, 2 volumes, Hermann, Paris, 1940-42.

[2] *Théorie générale des particules à spin*, Gauthier Villars, Paris, 1943.

[3] *La Mécanique ondulatoire du Photon et la théorie quantique des champs électromagnétiques*, Gauthier Villars, Paris, 1949.

[4] *Comptes rendus Académie des Sciences,* **200**, 1935, p. 361.

[5] Arthur March, *Naturwissenchaften*, **31**, 1943, p. 49;
Idem, *Acta physica Austriaca,* 1, 1943, p. 19;
Idem, *Quantentheorie der Wellenfeldes und kleinste Länge* — Jora, Innsbrück, 1947.
Idem, *Natur und Erkenntniss* — Springer, Vienne, 1948.

[6] Nathan Rosen, *Physical Review*, **72**, 1947, p. 298.

[7] E. C. G. Stueckelberg, *Nature*, **144**, 1939, p. 118 et *Helvetica Physica Acta,* **14**, 1941, p. 51.

[8] F. Bopp, *Annalen der Physik*, **38**, 1940, p. 345 et **42**, 1943, p. 575.

[9] A. Païs, *Verhandelingen der Nederlandsche Akademie.* 1ª sectie, Deel XIX, N° 1, Amsterdam, 1947.

[10] R. P. Feynman, *Physical Review*, **74**, 1948, p. 939.

[11] *Comptes rendus Académie des Sciences*, **229**, 1949, p. 157.

[12] *Comptes rendus Académie des Sciences*, **229**, 1949, p. 269.

[13] *Comptes rendus Académie des Sciences,* **229**, 1949, p. 401.