INSTITUT DE FRANCE.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 235, p. 1453-1455, séance du 10 décembre 1952.)

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *La Mécanique ondulatoire des systèmes de particules de même nature et la théorie de la double solution.* Note (*) de M. **LOUIS DE BROGLIE.**

Etendant au cas des particules de même nature les résultats obtenus dans une Note précédente, l'Auteur montre qu'en théorie de la double solution le fait que les diverses singularités d'une même onde sont interchangeables doit entraîner le caractère symétrique ou antisymétrique de l'onde Ψ dans l'espace de configuration.

Dans une Note récente ⁽¹⁾ nous avons analysé le passage de la Mécanique ondulatoire dans un champ donné à la Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules dans l'espace de configuration quand on adopte le point de vue de la double solution. Nous avons raisonné sur un système de deux corpuscules de nature différente ($m_1 \neq m_2$). Nous voulons analyser ce qui se passe dans le cas de deux corpuscules de même nature ($m_1 = m_2 = m$).

L'étude d'un tel système en Mécanique ondulatoire usuelle montre que, si les régions de présence possible des deux particules empiètent l'une sur l'autre, il est nécessaire de supposer que l'onde Ψ du système dans l'espace de configuration est soit symétrique, soit antisymétrique ⁽²⁾.

Comme les équations d'ondes des deux particules sont les mêmes, il est naturel de supposer que, si les trains d'ondes u empiètent en partie, les ondes u

(*) Séance du 1^{er} décembre 1952.

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 235, 1952, p. 1345.

⁽²⁾ Voir *Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules*, 2^e éd., Gauthier-Villars, 1950, p. 131 et suiv.

se superposent et forment finalement une seule onde que l'on peut écrire sous la forme

$$u(x, y, z, t) = f(x, y, z, t) e^{\frac{2\pi i}{h} \varphi(x, y, z, t)}$$

l'amplitude f ayant ici deux singularités ponctuelles distinctes. En d'autres termes, les ondes individuelles des deux particules $u_1(\vec{R}, \vec{r}_{12}, t)$ et $u_2(\vec{R}, \vec{r}_{12}, t)$ doivent se superposer pour former une onde unique à deux singularités.

Employons les notations de la Note citée au début; supposons l'une des singularités située au point $\vec{R}_i$ et l'autre à la distance $\vec{r}_{12}$ de $\vec{R}_i$. Nous devons avoir

$$(1) \quad \varphi_1(\vec{R}_i, \vec{r}_{12}, t) = \varphi_2(\vec{R}_i, \vec{r}_{12}, t) \quad \text{pour } i = 1, 2,$$

d'où d'après les formules (8) de la Note précédente

$$(2) \quad \varphi_{11}(\vec{R}_i, t) = \varphi_{22}(\vec{R}_i, t); \quad \varphi(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t) = \varphi_{11}(\vec{R}_1, t) + \varphi_{11}(\vec{R}_2, t) + \varphi_{12}(\vec{r}_{12}, t),$$

$\varphi(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t)$ désignant la phase de l'onde Ψ du système dans l'espace de configuration

De même pour les amplitudes des ondes Ψ individuelles (définies quand on suppose connu pour chaque corpuscule le mouvement de l'autre corpuscule), on devra avoir

$$(3) \quad a_1(\vec{R}_i, \vec{r}_{12}, t) = a_2(\vec{R}_i, \vec{r}_{12}, t) \quad \text{pour } i = 1, 2$$

et l'on tire alors de la définition des potentiels quantiques et des formules (10) de la Note précédente

$$(4) \quad Q_{11}(\vec{R}_i, t) = Q_{22}(\vec{R}_i, t); \quad Q(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t) = Q_{11}(\vec{R}_1, t) + Q_{11}(\vec{R}_2, t) + Q_{12}(\vec{r}_{12}, t).$$

Ces formules, comme les formules (2), résultent d'ailleurs du fait que les deux singularités sont sans individualité et peuvent être échangées sans que rien ne soit modifié dans l'état ondulatoire.

Donc le potentiel quantique dans l'espace de configuration

$$(5) \quad Q(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t) = -\frac{h^2}{8\pi^2 m} \frac{(\Delta_1 + \Delta_2) a(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t)}{a(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t)}$$

doit être symétrique en $\vec{R}_1$ et $\vec{R}_2$.

Si $A(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t)$ est l'amplitude d'une solution quelconque (non symétrique) de l'équation de propagation des ondes Ψ dans l'espace de configuration, on devra former une combinaison linéaire de la forme

$$(6) \quad a(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t) = CA(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t) + DA(\vec{R}_2, \vec{R}_1, \vec{r}_{12}, t)$$

où C et D sont des constantes complexes, telle que la quantité (où $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$)

$$\frac{C \Delta A(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t) + D \Delta A(\vec{R}_2, \vec{R}_1, \vec{r}_{12}, t)}{CA(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{r}_{12}, t) + DA(\vec{R}_2, \vec{R}_1, \vec{r}_{12}, t)} \sim Q$$

soit insensible à la permutation de $\vec{R}_1$ et de $\vec{R}_2$, c'est-à-dire à l'échange des positions des deux singularités. En écrivant explicitement cette condition, on trouve aisément $C^2 = D^2$, c'est-à-dire $|C| = |D|$ et $2 \arg C = 2 \arg D + 2n\pi$, d'où

$$(7) \quad C = |C| e^{i\alpha}, \quad D = \pm |C| e^{i\alpha} = \pm C.$$

Ces formules expriment qu'on ne doit admettre pour l'onde Ψ dans l'espace de configuration que les formes symétriques ou les formes antisymétriques, conformément au résultat classique de la Mécanique ondulatoire des systèmes formés de particules de même nature. Mais ici, en accord avec l'idée que nous avons développée dans une Note antérieure (¹), ce résultat apparaît comme découlant du fait que les ondes u de corpuscules de même nature, quand elles empiètent dans l'espace, doivent se fondre en une onde unique comportant plusieurs singularités dont les rôles sont interchangeables parce que des singularités appartenant à une même onde ne possèdent pas d'individualité.

(¹) *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 265.