INSTITUT DE FRANCE.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 234, p. 265-268, séance du 14 janvier 1952).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la possibilité d'une interprétation causale et objective de la Mécanique ondulatoire.* Note de M. **LOUIS DE BROGLIE.**

L'auteur examine comment il pourrait être possible de reprendre l'interprétation causale et objective de la Mécanique ondulatoire qu'il avait proposée en 1927 sous le nom de « théorie de la double solution ».

Développant une remarque que j'ai récemment ajoutée à une Note de M. J.-P. Vigier ⁽¹⁾, je voudrais expliquer pourquoi ma pensée se reporte en ce moment vers une tentative que j'avais faite autrefois et ensuite abandonnée.

En 1926-27 ⁽²⁾, j'avais essayé de développer une interprétation causale et objective de la Mécanique ondulatoire en admettant l'hypothèse de la « double solution » suivant laquelle les équations linéaires de la Mécanique ondulatoire admettraient deux sortes de solutions : les solutions Ψ continues habituellement envisagées dont la nature statistique commençait alors à apparaître nettement et des solutions à singularité qui auraient une signification physique concrète et représenteraient des corpuscules bien localisés entourés d'un champ ondulatoire.

Arrêté par les difficultés mathématiques que présentait le développement complet de cette hypothèse, je m'étais ensuite rabattu sur une théorie plus simple (théorie de l'onde-pilote) où je considérais l'existence des corpuscules comme une donnée et je me contentais de déterminer le mouvement des corpuscules à partir de l'onde Ψ . J'ai exposé cette théorie de l'onde-pilote au

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 1010.

⁽²⁾ *J. Phys.*, 8, 1927, p. 225.

Conseil de Physique Solvay de 1927 où elle fut l'objet de nombreuses critiques et par la suite je fus amené à l'abandonner. Ainsi que je l'ai récemment signalé ⁽³⁾, cette théorie vient d'être reprise par M. David Bohm. Le travail de M. Bohm est très intéressant et ses analyses des procédés de mesure semblent de nature à permettre de répondre à certaines des critiques qui m'avaient été adressées en 1927, notamment par M. Pauli. Mais cette théorie de l'onde-pilote me paraît toujours se heurter à la difficulté fondamentale qui, bien plus que les objections de M. Pauli, m'avait conduit à l'abandonner : comme l'onde Ψ n'est certainement pas une réalité physique (ne serait-ce que parce que sa normalisation est arbitraire et qu'elle se propage en général dans un espace fictif de configuration) et qu'elle est seulement une représentation de probabilités dépendant de l'état de nos connaissances, je crois impossible d'obtenir une véritable interprétation causale et objective de la Mécanique ondulatoire en supposant que le corpuscule est guidé par l'onde Ψ .

Il en est différemment dans la théorie de la double solution dont je vais rappeler le principe. Si $\Psi = a e^{i\varphi}$ est une solution complexe du type continu de l'équation d'ondes, nous admettons qu'il existe aussi une solution de la forme

$$(1) \quad u(xyzt) = f(xyzt) e^{i\varphi(xyzt)},$$

où $\varphi(xyzt)$ est la *même* fonction que dans Ψ et où f présente une singularité en général mobile. La substitution de la solution Ψ dans l'équation d'ondes conduit à la relation de continuité, classique en Mécanique ondulatoire, qui exprime la conservation du fluide de probabilité et permet la normalisation permanente du Ψ . La substitution de la solution u dans l'équation d'ondes conduit exactement de même à la relation

$$(2) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial n} \frac{1}{m} \left| \text{grad } \varphi \right| + \frac{1}{2m} f \Delta \varphi = 0,$$

du moins dans le cas non relativiste; la variable n est comptée suivant la normale à la surface $\varphi = \text{const.}$ Il est naturel de supposer que, si l'on s'approche de la singularité en suivant cette normale, f et $\partial f / \partial n$ sont très grands et que $\partial f / \partial n \gg f$. On trouve alors pour la vitesse $\vec{v}$ du corpuscule la formule fondamentale.

$$(3) \quad \vec{v} \equiv \frac{-\frac{\partial f}{\partial t}}{\frac{\partial f}{\partial n}} = -\frac{1}{m} \overrightarrow{\text{grad } \varphi}.$$

Tout se passe donc *en apparence* comme si le corpuscule était guidé par

⁽³⁾ *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 641.

l'onde Ψ , mais, comme φ serait *aussi* la phase de l'onde physique u , on obtiendrait ainsi une véritable théorie causale et objective de la Mécanique ondulatoire. De plus, on démontre que si l'on ignore quelle est la trajectoire suivie par le corpuscule, la probabilité de le trouver en un point M à un instant t sera $|\Psi(M, t)|^2$.

Mais il faudrait établir l'existence des solutions du type u . Or un raisonnement donné par Sommerfeld ⁽⁴⁾ montre qu'il ne peut pas exister, dans un problème d'états quantifiés de solutions à singularité des équations d'ondes linéaires ayant la même fréquence qu'une onde Ψ stationnaire. Ce résultat prouve qu'il n'est pas possible de considérer, comme je le faisais en 1927, l'onde u comme une solution des équations linéaires de la Mécanique ondulatoire possédant une singularité au sens mathématique usuel du mot. Mais on pourrait peut-être échapper à cette objection en appelant « singularité » une très petite région singulière, en général mobile, où la fonction u prendrait une valeur si grande que l'équation d'ondes y changerait de forme, par exemple deviendrait *non linéaire*, l'équation linéaire usuelle n'étant valable pour u qu'en dehors de cette région singulière. Le raisonnement qui conduit à la formule (3) appliqué au voisinage immédiat de la région singulière paraît pouvoir subsister. Il y aurait donc quelque espoir de pouvoir ainsi raccorder la théorie de la double solution avec les idées de M. Einstein qui a toujours cherché à représenter les particules comme des régions singulières du champ et peut-être aussi à la raccorder à la théorie électromagnétique non linéaire de M. Born.

Un point important serait de justifier la formule (3) dans le cas d'un système de corpuscules en interaction, φ étant alors la phase de l'onde Ψ dans l'espace de configuration. Il faudrait montrer que ceci résulte des interactions entre les singularités d'ondes du type u se propageant dans l'espace à trois dimensions. J'avais esquissé une démonstration de ce genre dans mon article du *Journal de Physique* ⁽⁵⁾ en considérant l'espace de configuration comme défini par les coordonnées des singularités. Si l'on parvenait à consolider cette démonstration, on pourrait se représenter le mouvement des singularités en interaction comme s'accomplissant dans l'espace physique sans être obligé de faire appel à l'espace fictif de configuration. Poursuivant dans cette voie, on pourrait obtenir une interprétation physique du principe de Pauli si l'on parvenait à montrer que pour les Fermions l'onde u ne peut comporter qu'une singularité tandis qu'elle pourrait en comporter plusieurs dans le cas de Bosons.

L'existence de régions singulières du champ u permettrait sans doute de rendre à l'électron une structure dont les théories quantiques paraissent présen-

⁽⁴⁾ Il est reproduit dans mon livre « De la Mécanique ondulatoire à la théorie du Noyau », Paris, Hermann, 3, 1949, p. 42 et 33.

⁽⁵⁾ *Loc. cit.*, § 10.

tement ressentir le besoin. Il se pourrait aussi, en accord avec une idée de M. Bohm, que dans le noyau se présentent des circonstances non prévues par les théories actuelles et qui seraient dues, dans notre manière de voir, à un empiètement des régions singulières.

Tout ceci ne constitue assurément qu'un programme assez vague dont la réalisation se heurterait à bien des difficultés. Néanmoins il ne serait pas inutile de chercher à reprendre les idées que je viens de rappeler pour voir si, plus ou moins complétées ou modifiées, elles ne pourraient pas fournir une interprétation causale et objective de la Mécanique ondulatoire conforme aux idées maintes fois développées par M. Einstein (⁶).

(⁶) Voir en particulier l'article final de M. Einstein dans le livre « *Albert Einstein philosopher and scientist* » [Library of living philosopher Evanston, Illinois, 1949].