INSTITUT DE FRANCE

ACADÉMIE DES SCIENCES

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 246, p. 2077-2079, séance du 9 avril 1958.)

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Tentative de raccord entre l'équation de Heisenberg et l'équation de l'onde* u *en théorie de la double solution.* Note (*) de M. **Louis de Broglie**.

L'auteur cherche à rattacher à une équation non linéaire du type de Heisenberg, l'équation d'ondes non linéaire envisagée par la théorie de la double solution à l'aide d'une hypothèse faisant intervenir le milieu subquantique entièrement chaotique de MM. Bohm et Vigier.

Partons d'une équation de Heisenberg :

$$L(u) + l^2 u^* A u . u = 0, \tag{1}$$

où L est un opérateur linéaire qui dépend du type de corpuscule envisagé, l une constante et A un opérateur du type des α de Dirac, au besoin généralisés.

Pour être en accord avec la théorie de la double solution, il faudrait montrer que, du moins en dehors de la très petite région singulière où u a de très grandes valeurs, on retrouve l'équation admise par la théorie de la double solution sous sa forme non linéaire.

$$L(u) + k^2 u + N(u) = 0 \tag{2}$$

avec ici $N(u) = l^2 u^* A u . u$, k étant une constante dépendant de la masse propre m_0 du corpuscule (par exemple, si L correspond à l'équation de Klein-Gordon, on aura $k = m_0 c/\hbar$).

Or il paraît difficile de passer de (1) à (2) et cela m'a amené à envisager le problème d'une manière un peu différente qui paraît très intéressante. Pour le faire, nous allons supposer que, dans la fonction d'onde figurant dans l'équation de Heisenberg, nous devons comprendre non seulement la fonction d'onde u du corpuscule considéré, mais aussi la fonction d'onde U_0 entièrement chaotique qui doit caractériser le milieu « subquantique » imaginé par MM. Bohm et Vigier. Nous écrirons donc à la place de (1) :

$$L(U) + l^2 U^* A U . U = 0, \tag{3}$$

avec $U = U_0 + u$ où $u = u_0 + v$ est la fonction d'onde de la double solution. Dans la description du milieu subquantique proposée par M. Vigier et ses collaborateurs, U_0 serait la fonction d'onde entièrement chaotique qui décrirait l'ensemble des « cellules » de ce milieu, chaque cellule comprenant sans doute une petite région singulière centrale et constituant ainsi un corpuscule « caché » dans ce que nous appelons le « vide ». La fonction u_0 serait la fonction d'onde de celle de ces cellules subquantiques qui « émergeant » au niveau microphysique, constituerait le corpuscule observable et organiserait tout autour d'elle dans le milieu support une onde v cohérente avec u_0. L'équation (3) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} L(U_0) + L(u) + l^2[U_0^* A U_0 + U_0^* A u + u^* A U_0 + u^* A u] U_0 \\ + l^2[U_0^* A U_0 + U_0^* A u + u^* A U_0 + u^* A u] u = 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Il paraît naturel de diviser cette équation en deux parties séparées

$$L(U_0) + l^2[U_0^* A U_0 + U_0^* A u + u^* A U_0 + u^* A u] U_0 = 0 \tag{5}$$

$$L(u) + l^2[U_0^* A U_0 + U_0^* A u + u^* A U_0 + u^* A u] u = 0. \tag{6}$$

On peut alors considérer l'équation (5) comme réglant l'évolution de U_0 dans le milieu subquantique et l'équation (6) comme réglant l'évolution de u au niveau microphysique.

Or il semble légitime de négliger l'action de u sur l'évolution de U_0, c'est-à-dire de négliger les termes en u dans l'équation (5) qui se réduit alors à

$$L(U_0) + l^2 U_0^* A U_0 . U_0 = 0. \tag{7}$$

Telle serait l'équation d'ondes du milieu subquantique valable à l'intérieur de toutes les « cellules » qui n'auraient aucun lien de cohérence entre elles de sorte que U_0 serait entièrement chaotique.

En ce qui concerne (6) qui doit être l'équation d'évolution de l'onde cohérente u au niveau microphysique, nous pouvons supposer que les termes en U_0 et U_0^*, qui sont chaotiques et très rapidement variables dans l'espace, doivent être remplacés par leurs valeurs moyennes. De plus, en raison même du caractère chaotique de U_0 et de U_0^*, on doit pouvoir considérer que les valeurs moyennes $\overline{U_0^* A u}$ et $\overline{u^* A U_0}$ sont nulles, ce qui permet d'écrire (5) sous la forme

$$L(u) + l^2 \overline{U_0^* A U_0}\, u + l^2 u^* A u . u = 0, \qquad \text{avec} \quad \overline{U_0^* A U_0} \neq 0 \tag{8}$$

ou encore

(9) $$L(u) + k^2 u + l^2 u^* A u . u = 0$$

en posant

(10) $$k^2 = l^2 \overline{U_0^* A U_0}.$$

Finalement, nous avons bien passé ainsi de l'équation (3) qui est du type (1) à l'équation (9) qui est du type (2), comme cela paraissait souhaitable.

Les résultats précédents suggèrent les remarques suivantes :

1° La formule (10), où k s'exprime en fonction de m_0, détermine la masse propre du corpuscule à partir d'une valeur moyenne prise sur l'onde chaotique U_0 correspondante du milieu subquantique. Cette conséquence présente une certaine analogie avec le calcul de la masse dans la théorie de Heisenberg, théorie d'ailleurs très différente de celle-ci notamment parce qu'elle n'admet pas la localisation des corpuscules.

2° L'hypothèse que u_0 est la partie de U_0 qui a « émergé » au niveau microphysique observable en organisant l'onde v dans l'espace environnant pourrait permettre de préciser les relations entre le milieu subquantique et le niveau microphysique observable.

On pourrait naturellement chercher à étendre les considérations précédentes à des équations de Heisenberg autres que (1).

(*) Séance du 31 mars 1958.

GAUTHIER-VILLARS,
ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
153576-58 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55. Imprimé en France.