INSTITUT DE FRANCE.

ACADÉMIE DES SCIENCES

Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. 249, p. 1426-1428, séance du 19 octobre 1959.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Deux remarques en relation avec le problème du disque tournant en théorie de la Relativité.* Note (*) de M. **Louis de Broglie**.

L'auteur développe deux remarques en relation avec le problème du disque tournant en théorie de la Relativité. La première montre l'existence d'un lien étroit entre la théorie relativiste des corps en rotation et l'idée de quantification. La seconde est relative à la rupture d'un corps en rotation par l'effet de la contraction de Lorentz.

A. La première des remarques que je vais développer, je l'avais faite, il y a environ 35 ans, mais je ne l'avais jamais publiée.

Considérons un train tournant avec une vitesse angulaire uniforme ω sur une voie circulaire C de rayon R de telle façon que l'avant du premier wagon touche l'arrière du dernier. Dans chaque wagon, est disposée une horloge ayant une période T_0 dans le système propre du wagon. Si l'on cherche à synchroniser toutes les horloges du train par le procédé de synchronisation d'Einstein, la transformation de Lorentz montre que, pour l'observateur galiléen qui voit tourner le train sur la voie circulaire avec la vitesse $v = \omega R$, les horloges placées dans deux wagons consécutifs, supposés de longueur infiniment petite dl, doivent après synchronisation donner des indications décalées de

$$dt = -\frac{\beta}{c}\frac{dl}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \left(\beta = \frac{v}{c} = \frac{\omega R}{c}\right). \tag{1}$$

Mais, et c'est là le point essentiel, cette synchronisation ne conduira à une détermination *uniforme* de la position des aiguilles des horloges tout le long du train que si l'on a

$$\int_C \frac{\beta}{c} \frac{dl}{\sqrt{1-\beta^2}} = n T_0 \qquad (n \text{ entier}). \tag{2}$$

Supposons maintenant que chaque horloge du train ait une « fréquence » égale à

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{h}{m_0 c^2} \tag{3}$$

dans le système propre de son wagon, h étant la constante de Planck, c la vitesse de la lumière dans le vide et m_0 la masse propre de l'horloge. Du point de vue de la Mécanique ondulatoire, ceci veut dire que nous assimilons chaque horloge à un corpuscule de masse propre m_0 qui serait doué, suivant l'hypothèse fondamentale de la Mécanique ondulatoire, d'une fréquence propre interne donnée par (3).

Portant (2) dans (1), nous obtenons

$$\int_C \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} dl = \int_0^{2\pi} p_\varphi \, d\varphi = nh \qquad (n \text{ entier}), \tag{3}$$

φ étant l'azimut et p_φ le moment cinétique de l'horloge par rapport au centre de C. Nous retrouvons ainsi la condition de quantification pour le mouvement d'une particule le long d'une trajectoire circulaire fermée telle qu'elle était admise par l'ancienne théorie des quanta.

En Mécanique ondulatoire, la quantité

$$d\Phi = \frac{2\pi}{h} p_\varphi \, d\varphi \tag{4}$$

représente la variation de la *phase* de l'onde associée au corpuscule quand l'azimut φ augmente de $d\varphi$ de sorte que la condition (3) exprime l'uniformité de cette phase le long de la trajectoire fermée comme je l'avais indiqué dès 1924 dans ma thèse de Doctorat.

On peut présenter ce qui précède un peu différemment en considérant un disque qui tourne d'un mouvement uniforme autour de son centre et une infinité de petites horloges de même période propre disposées le long d'un cercle centré sur l'axe du disque. On voit alors que la formule (1), dont dérive la formule (3) si l'on admet l'hypothèse (2), exprime la condition pour que la synchronisation des horloges soit uniforme.

Ces considérations, qu'on pourrait développer de diverses façons, montrent qu'il existe un lien profond entre la quantification et la manière, en général non univoque, dont est définie, en théorie de la Relativité, la variable temps à la surface d'un disque tournant [1] ou, plus généralement, à l'intérieur d'un corps en rotation. Et cette remarque, qui jette un pont entre la théorie des quanta et la théorie de la Relativité générale, pourrait peut-être, si elle était approfondie, conduire à mieux comprendre la nature de la quantification.

B. La seconde remarque que je voudrais présenter concerne le problème, si souvent discuté, de la rupture d'un disque solide en rotation par l'effet de la contraction de Lorentz.

Soit un disque circulaire solide en rotation autour de son centre. Chaque élément de sa circonférence périphérique doit subir la contraction de Lorentz tandis que la longueur de ses rayons reste invariable parce que, en chacun de leurs points, ils sont perpendiculaires à la vitesse locale du disque. Pour un observateur galiléen lié à l'axe fixe autour duquel tourne le disque, la circonférence du disque deviendra trop petite pour entourer toute sa surface. Beaucoup d'auteurs en ont conclu que, pour une contraction de Lorentz appréciable, le disque doit se fissurer radialement. Il y aurait donc rupture du disque solide par l'effet de la contraction de Lorentz.

Certains auteurs, pour éviter cette conclusion qui sans doute leur paraissait gênante, ont proposé l'hypothèse suivante : par suite d'une action de nature inconnue, le disque en rotation se contracterait radialement de telle façon que sa circonférence périphérique, bien que raccourcie par la contraction de Lorentz, resterait toujours suffisante pour envelopper exactement la surface du disque. Il n'y aurait pas alors de fissuration.

Cette hypothèse paraît un peu artificielle et il est facile de trouver un exemple où il semble bien que la rupture d'un corps solide par l'effet de la contraction de Lorentz doive nécessairement se produire. Considérons deux poulies de rayon r dont les axes parallèles sont situés à une distance D beaucoup plus grande que r. Une courroie qui passe sur les deux poulies a une longueur totale sensiblement égale à 2D (en raison de l'hypothèse $r \ll D$). Si les poulies se mettent à tourner en entraînant la courroie avec la vitesse $v = \beta c$, les brins parallèles de la courroie subiront la contraction de Lorentz et la longueur totale de la courroie deviendra sensiblement égale à $2D\sqrt{1-\beta^2}$. Comme la distance D des axes des poulies ne peut évidemment pas varier, une contraction de Lorentz appréciable devra nécessairement amener la rupture de la courroie. Il semble bien difficile ici d'éviter cette conséquence par une hypothèse analogue à celle qui a été proposée pour le disque tournant.

Le problème de la courroie en mouvement rapide n'est d'ailleurs pas sans relation avec celui du « voyageur de Langevin ». En effet, un être vivant transporté par la courroie en rotation doit vieillir moins vite qu'un observateur lié au bâti qui supporte les poulies.

(*) Séance du 12 octobre 1959.

(1) A. METZ, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 1460.