EXPOSÉ ET MISE AU POINT BIBLIOGRAPHIQUE

L'INTERPRÉTATION DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE

Par Louis de BROGLIE

Résumé. — L'auteur fait une mise au point de la réinterprétation de la Mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution que, reprenant ses tentatives de 1924-1927, il a tenté, depuis 1951 de développer avec la collaboration d'un certain nombre de jeunes chercheurs. Il a particulièrement insisté sur des résultats récemment obtenus ainsi que sur des points de vue nouveaux qui se sont imposés à son esprit depuis ses exposés de 1954-1955.

Abstract. — Restatement of the interpretation of the wave mechanic by the double-solution theory, wich the author, beginning again his attempts of 1924-1927, tried to develop with the collaboration of several young scientists.
Some results recently obtained are specially made obvious, in connection with new points of wiew, which commanded the author's attention since his statements of the years 1954-1955.

1. **Préliminaires.** — Aucun physicien n'ignore aujourd'hui que la Mécanique ondulatoire a reçu depuis plus de trente ans une interprétation « purement probabiliste » dans laquelle l'onde associée au corpuscule n'est plus qu'une représentation de probabilité dépendant de l'état de nos informations à son sujet et susceptible de varier brusquement avec elles (réduction du paquet de probabilité au sens de Heisenberg), tandis que le corpuscule est conçu comme n'ayant pas de localisation permanente dans l'espace et, par suite, comme ne décrivant pas une trajectoire bien définie. Cette manière de concevoir le dualisme onde-corpuscule a reçu le nom de « complémentarité », notion assez peu précise que l'on a cherché à extrapoler, d'une façon un peu périlleuse, en dehors du domaine propre de la Physique.

Cette interprétation de la Mécanique ondulatoire, bien différente, je le rappellerai, de celle que j'avais envisagée au début de mes recherches, est due principalement à MM. Born, Bohr et Heisenberg dont les brillants travaux sont d'ailleurs dignes de la plus grande admiration. Elle a été assez rapidement adoptée par presque tous les théoriciens malgré les réserves expresses que faisaient à son sujet des esprits aussi éminents que MM. Einstein et Schrödinger et les objections qu'ils lui opposaient. Personnellement, après avoir proposé une interprétation tout à fait différente je me suis rallié à celle qui devenait « orthodoxe » et je l'ai enseignée pendant de longues années. Mais depuis 1951, à la suite notamment de tentatives faites à cette époque par MM. Bohm et Vigier, je me suis à nouveau demandé si ma première orientation vis-à-vis du problème posé par l'existence du dualisme onde-corpuscule n'était pas la bonne. Quelques années ont passé et il me semble que le moment est venu de faire une nouvelle mise au point de l'état de la question en tenant compte des progrès accomplis depuis mes exposés de 1953-1954.

2. **Difficultés soulevées par l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire.** — Les objections les plus fortes que l'on peut élever contre l'interprétation actuellement admise de la Mécanique ondulatoire sont relatives à la *non-localisation* du corpuscule dans cette interprétation. Elle admet, en effet, que, si l'état de nos connaissances sur un corpuscule est représenté par un train d'ondes Ψ étendu, le corpuscule est présent dans tous les points de ce train d'ondes avec une probabilité égale à $|\Psi|^2$: cette présence pourrait être qualifiée de « potentielle » et c'est seulement au moment où nous constatons la présence du corpuscule en un point du train d'ondes par une observation, que cette potentialité s'actualise pour employer un langage de philosophes. Une telle conception se heurte à des difficultés qui ont été signalées avec force et de diverses manières par MM. Einstein et Schrödinger. J'ai repris récemment l'analyse de ce genre de difficultés dans un volume consacré à la théorie de la mesure de von Neumann [1, *b*].

Ces objections pouvant être présentées de beaucoup de manières différentes, je me contenterai de développer l'une d'elles qui est un peu schématique, mais qui montre bien la nature des paradoxes auxquels on est amené. Considérons un corpuscule enfermé dans une boîte B dont les parois lui sont infranchissables. Son onde Ψ est répandue dans la boîte et le corpuscule est « potentiellement » présent dans toute la boîte B avec une probabilité localement égale à $|\Psi|^2$. Supposons que par un procédé quelconque, par exemple en glissant une double cloison en travers de la boîte B, on divise cette boîte en deux parties isolées B_1 et B_2 et qu'ensuite on transporte les deux boîtes B_1 et B_2 en deux lieux très éloignés par exemple à Paris et à Tokyo. Le corpuscule reste alors potentiellement présent dans l'ensemble des boîtes B_1 et B_2 et sa fonction d'onde Ψ comprend deux parties dont l'une Ψ_1 est localisée dans B_1 et l'autre Ψ_2 dans B_2. La fonction Ψ est donc alors de la forme :

$$\Psi = C_1 \Psi_1 + C_2 \Psi_2 \qquad (1)$$

où C_1 et C_2 sont deux constantes, généralement complexes, telles que $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$.

Les lois de probabilité de la mécanique ondulatoire nous disent que, si l'on fait à Paris, sur la boîte B_1 une expérience permettant de déceler la présence du corpuscule dans cette boîte, la probabilité pour que cette expérience donne un résultat positif est $|C_1|^2$ tandis que la probabilité pour qu'elle donne un résultat négatif est $|C_2|^2$. D'après l'interprétation usuelle, ceci aurait la signification suivante : le corpuscule étant présent « potentiellement » dans l'ensemble des deux boîtes avant l'expérience de localisation, il se localiserait brusquement dans la boîte B_1 à Paris dans le cas d'un résultat positif et il se localiserait brusquement dans la boîte B_2 à Tokyo dans le cas d'un résultat négatif. Une telle manière de voir ne me paraît pas admissible. La seule interprétation raisonnable me paraît être la suivante : le corpuscule était *avant* l'expérience de localisation dans l'une des deux boîtes B_1 et B_2, mais nous ignorions laquelle et les probabilités envisagées par la Mécanique ondulatoire usuelle traduisent cette ignorance ; si nous le décelons dans la boîte B_1, c'est qu'il y était déjà et si nous ne pouvons l'y déceler, c'est qu'il était dans la boîte B_2. Alors tout redevient clair parce que nous revenons à l'interprétation classique de la probabilité dont l'intervention résulte de notre ignorance. Mais, dès que l'on admet ce point de vue, il apparaît que la description du corpuscule par l'onde Ψ, bien que conduisant à une représentation parfaitement exacte des probabilités, ne nous donne pas une description *complète* de la réalité physique puisque le corpuscule doit avoir une localisation avant l'expérience qui la décèle et que l'onde Ψ ne nous dit rien à ce sujet.

L'exemple que nous venons de développer est un peu schématique, mais on peut en trouver un grand nombre d'autres : on y trouve toujours sous des aspects différents, la même difficulté fondamentale (1). Il ne servirait à rien pour l'éviter de faire appel au formalisme des matrices statistiques de von Neumann : ce formalisme n'ajoute rien aux principes de l'interprétation probabiliste de la Mécanique ondulatoire et, si on l'applique au cas simple étudié plus haut, on se rend compte que la difficulté subsiste intégralement : j'ai d'ailleurs étudié d'autre part (1) la théorie de von Neumann et montré qu'elle se heurte, tout comme le formalisme primitif, aux paradoxes liés à la non-localisation. Quant à la théorie quantique des champs qui contient plus de choses que le formalisme primitif de la Mécanique ondulatoire puisqu'elle permet de représenter l'interaction constante des particules chargées avec le champ électromagnétique ainsi que l'apparition et la disparition des particules, elle ne peut aucunement lever les difficultés en question : dans l'exemple étudié plus haut, l'intervention des phénomènes que la théorie quantique des champs permet de représenter ne permet pas de comprendre comment une expérience faite à Paris a pour résultat de localiser soit à Paris, soit à Tokyo, un corpuscule qui n'était précédemment localisé dans aucun de ces deux lieux.

Le fait que, dans le monde physique, tout est localisé à chaque instant du temps dans le système de référence employé est une des données premières de notre expérience : l'introduction des conceptions de la théorie de la Relativité et de l'espace-temps einsteinien ne change rien à cette conclusion. L'abandon de la localisation ne permet plus de se faire aucune image « intelligible » du monde physique et c'est là une conséquence si grave qu'il y a lieu de tout tenter pour y échapper.

Il y a d'ailleurs, dans l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire, d'autres difficultés et notamment en ce qui concerne le caractère de l'onde Ψ usuellement considérée. Il est, en effet, impossible de considérer cette onde Ψ comme ayant le caractère concret d'une réalité physique que l'on attribuait aux vibrations en Physique classique. La possibilité de « normer » l'onde Ψ en choisissant arbitrairement son amplitude, la nécessité de modifier cette onde quand nous obtenons de nouvelles informations sur l'état du corpuscule conduisent naturellement à la considérer à une simple représentation de probabilité sans caractère objectif. Mais cette conception totalement subjective de l'onde Ψ comporte de grandes difficultés : ce sont ses interférences qui règlent les localisations possibles du corpuscule et il est bien difficile, quand on réfléchit par exemple au phénomène de la diffraction des électrons, de ne pas admettre que l'onde est une réalité physique se propageant dans l'espace. De plus, les états quantifiés des systèmes atomiques, auxquels il est impossible de ne pas attribuer un caractère de réalité physique, sont déterminés par le fait que les ondes Ψ associées sont des ondes stationnaires dont les fréquences sont déterminées, comme les ondes stationnaires de la Physique classique, par un calcul de valeurs propres. Tout ceci ne permet pas de penser que les ondes Ψ soient de pures représentations subjectives de probabilités : *il faut qu'elles aient quelque chose d'objectif.* On se garde bien dans les exposés de Mécanique quantique ou de Mécanique ondulatoire de trop insister sur ce point et les auteurs semblent osciller sans cesse entre l'idée que l'onde Ψ est une simple représentation de probabilité et celle qu'elle est une réalité physique. Enseignant depuis plus de 30 ans la Mécanique ondulatoire, je sais que j'ai moi-même constamment effectué ce genre d'oscillation.

J'ai insisté sur les difficultés que présente la non-localisation du corpuscule et le caractère subjectif de l'onde Ψ dans l'interprétation actuelle, mais je n'ai pas parlé jusqu'ici de l'indéterminisme qui s'est en même temps introduit en Physique quantique, qui s'y est introduit presque nécessairement puisqu'établir un déterminisme, c'est établir une chaîne de relations dans le cadre de l'espace et du temps de sorte que l'abandon de la localisation entraîne celui du déterminisme. Mais les objections, qu'à la suite d'Einstein et de Schrödinger j'aperçois maintenant dans l'interprétation purement probabiliste actuelle de la Mécanique ondulatoire, se rattachent essentiellement à la non-localisation plutôt qu'à l'absence de déterminisme: on pourrait concevoir des particules localisées qui

(1) Voir paragraphe 9.

seraient animées d'un mouvement entièrement indéterminé et les difficultés signalées plus haut sur l'exemple des boîtes B_1 et B_2 disparaîtraient. Cependant l'établissement d'un déterminisme, d'une causalité (les deux termes sont assez difficiles à délimiter exactement) est conforme à la marche habituelle de la pensée scientifique. La théorie de la double solution dont je vais maintenant parler rétablit le déterminisme en même temps que la localisation, mais elle est obligée, nous le verrons, d'introduire aussi un élément aléatoire qui peut d'ailleurs être rattaché à un déterminisme caché. Mais, en dehors de toute discussion philosophique sur le déterminisme ou la causalité, le point essentiel reste pour moi le rétablissement de la localisation et de l'objectivité.

3. **Origine de la double solution.** — Ayant expliqué pour quelles raisons il me paraît souhaitable de faire une réinterprétation de la Mécanique ondulatoire dans un sens plus concret et avec rétablissement de la localisation, je veux maintenant rappeler les principes de l'interprétation que j'avais proposée en 1926-1927 et vers laquelle je suis revenu dans ces dernières années.

Dans mes premiers travaux sur la Mécanique ondulatoire qui remontent à 1923, j'avais clairement aperçu qu'il fallait d'une façon générale associer au mouvement de tout corpuscule la propagation d'une onde. Mais l'onde homogène que j'avais été amené à considérer et qui est devenue l'onde Ψ de la Mécanique ondulatoire usuelle ne me paraissait pas décrire exactement la réalité physique : seule, sa *phase* directement reliée au mouvement du corpuscule me semblait avoir une signification profonde et c'est pourquoi j'avais d'abord nommé l'onde que j'associais au corpuscule « l'onde de phase ». Pourquoi avais-je ainsi attaché beaucoup plus d'importance à la phase de cette onde qu'à son amplitude ? Il y avait à cela deux raisons. La première était que ma découverte reposait essentiellement sur une analyse, faite suivant les conceptions relativistes, du rapport qui existe entre la fréquence d'une horloge en mouvement et celle d'une onde en propagation. J'avais remarqué que ces deux sortes de fréquences ne se transforment pas de même lors d'une transformation de Lorentz et que, pour cette raison, si une horloge se déplace au sein d'une onde en propagation, elle ne peut rester en phase avec cette onde que si elle a un mouvement parfaitement déterminé. Si l'on conçoit le corpuscule comme une sorte d'horloge qui doit rester en phase avec une onde qui l'environne, l'accord des phases implique une relation bien définie entre la propagation de l'onde et le mouvement du corpuscule.

Appliquant cette idée au cas le plus simple, j'avais reconnu qu'à la propagation d'une onde plane monochromatique doit être associé le mouvement rectiligne et uniforme d'un corpuscule et, en m'inspirant, pour introduire la constante h de Planck de la théorie des quanta de lumière d'Einstein, j'étais parvenu aux relations fondamentales :

$$W = h\nu \qquad \lambda = \frac{h}{p} \tag{2}$$

reliant l'énergie W et la quantité de mouvement p du corpuscule à la fréquence ν et à la longueur d'onde λ de l'onde associée. Ces relations que j'avais généralisées de diverses façons et dont j'avais pu tirer des conséquences intéressantes, sont restées à la base de la Mécanique ondulatoire et ont été brillamment confirmées par la découverte de la diffraction des électrons. Mais, comme elles ne faisaient intervenir, pour les relier au mouvement du corpuscule, que des éléments provenant de la phase φ de l'onde, j'attribuais à cette phase beaucoup plus d'importance qu'à l'amplitude de l'onde.

C'est qu'en effet, et c'est là la deuxième raison à laquelle je faisais allusion plus haut, l'amplitude continue des ondes que je considérais, en particulier l'amplitude constante des ondes planes monochromatiques, ne me paraissait pas avoir une signification physique aussi nette que la phase. Ne donnant aucune prérogative particulière à aucun point de l'espace, elle n'était pas susceptible de représenter la position du corpuscule : tout au plus, pouvait-on supposer, comme on le fit bientôt, qu'elle donnait par son carré la « probabilité de présence » du corpuscule en chaque point. Mais cette idée ne me donnait pas entière satisfaction et je rêvais d'un phénomène ondulatoire global donnant, dans le cadre de l'espace et du temps, une description unitaire du dualisme onde-corpuscule.

Peu après, d'autres savants tels que MM. Schrödinger et Born, influencés à la fois par mes travaux et par la Mécanique quantique de M. Heisenberg, faisaient faire de grands progrès à la Mécanique ondulatoire. Et il devenait de plus en plus évident que l'onde Ψ avec son amplitude continue ne pouvait servir qu'à des prévisions statistiques : ainsi s'orientait-on presque inévitablement vers cette interprétation « purement probabiliste » dont MM. Born, Bohr et Heisenberg furent les principaux promoteurs et qui, s'appuyant sur un formalisme élégant emprunté à l'analyse linéaire, a triomphé depuis lors.

Étonné de cette évolution qui ne me paraissait conforme ni à la mission explicative de la Physique théorique, ni à mes intuitions primitives, j'ai été amené à penser, vers 1925-1927, qu'il y avait lieu de considérer dans tout problème de Mécanique ondulatoire deux solutions couplées de l'équation des ondes : l'une, l'onde Ψ, dont la phase peut être interprétée physiquement, mais qui, en raison du caractère continu de son amplitude, n'a qu'une signification probabiliste et subjective, l'autre, l'onde u, ayant même phase que l'onde Ψ, mais dont l'amplitude présenterait autour d'un point de l'espace de très hautes valeurs (je disais alors qu'elle présentait en ce point une singularité au sens mathématique). L'onde u serait la véritable description de la réalité physique : elle fournit l'image du corpuscule, que je jugeais nécessaire d'obtenir, où celui-ci apparaît comme une forte « inhomogénéité » localisée dans une très petite région au sein d'un phénomène ondulatoire étendu auquel il est intimement incorporé. Et, grâce au parallélisme que postulait ma théorie entre l'onde u réalité objective et l'onde Ψ construction de notre esprit, il me semblait possible de justifier les propriétés de prévision statistique que l'on venait à juste titre d'attribuer à l'onde Ψ. Je reviendrai plus loin sur les relations entre l'onde u et l'onde Ψ telles qu'elles se sont précisées dans mon esprit pendant ces dernières années.

J'avais désigné l'idée assez subtile que je viens de rappeler par le nom de « théorie de la double solution » et je l'avais exposée dans un article paru dans le *Journal de Physique* de mai 1927 [2] : elle représentait dans toute sa complexité ma véritable pensée. Mais, pour la commodité de l'exposé et pour éviter d'avoir à donner des justifications mathématiques difficiles, j'en avais présenté aussi (notamment au Conseil de Physique Solvay d'octobre 1927) une forme simplifiée que j'avais appelée la « théorie de l'onde-pilote » : elle consistait à considérer le corpuscule comme une réalité physique donnée *a priori* et de le supposer guidé, piloté, par l'onde Ψ usuelle. Cette manière de présenter mes conceptions avait l'inconvénient, que n'avait pas la théorie primitive de la double solution, de faire guider le corpuscule, considéré comme une réalité objective, par une onde dont je reconnaissais déjà, avec tous les autres théoriciens, le caractère statistique et subjectif. L'accueil peu favorable fait à ce moment à mes conceptions m'amena en 1928 à les abandonner et à me rallier à l'interprétation purement probabiliste de la Mécanique ondulatoire admise par la plupart des autres physiciens. C'est seulement à partir de 1951 que je me suis à nouveau demandé si, au fond, ma première orientation n'était pas la bonne.

4. **La formule du guidage.** — Dans mon mémoire de 1927, j'avais développé un raisonnement qui m'avait conduit à la conclusion suivante : si, suivant les conceptions de la théorie de la double solution, l'onde u présente une région singulière extrêmement petite où son amplitude prend des valeurs très élevées et si elle possède dans l'image hydrodynamique les mêmes lignes de courant que la solution Ψ qui lui est couplée, alors la région singulière doit se déplacer en suivant l'une des lignes de courant communes à u et Ψ. A l'époque où j'écrivais, on ne connaissait encore que deux formes de l'équation des ondes de la Mécanique ondulatoire, l'équation non relativiste de Schrödinger et l'équation relativiste dite de Klein-Gordon, qui envisagent toutes deux une fonction d'onde définie à l'aide d'une seule composante invariante.

En raisonnant sur l'équation non relativiste de Schrödinger, j'avais à envisager deux solutions couplées, la solution $\Psi = a\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ où a et φ sont des fonctions réelles et continues et la solution $u = f\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ où φ est la même fonction que dans Ψ et où l'amplitude f possède des valeurs très élevées dans une région singulière. La formule qui, dans ma théorie, donnait la vitesse, en chaque point de sa trajectoire, du corpuscule identifié à cette région singulière avait la forme simple suivante :

$$\boldsymbol{v} = -\frac{1}{m}\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi \qquad (3)$$

m étant la masse du corpuscule, et si la propagation de l'onde s'effectuait à l'approximation de l'optique géométrique, on pouvait en identifiant φ avec la fonction S de Jacobi retomber sur une formule bien connue dans la théorie d'Hamilton Jacobi de la Mécanique analytique classique.

La formule que je viens d'écrire et qu'on peut nommer la « formule du guidage » m'avait permis de montrer que le corpuscule se trouvait ainsi obéir à une dynamique où intervenait, à côté de forces du type classique, une force quantique dérivant d'un « potentien quantique » et traduisant la réaction sur le corpuscule du phénomène ondulatoire étendu auquel il se trouvait *incorporé* en tant que région singulière. Pour cette raison, le corpuscule ne doit pas être soumis uniquement aux seules forces du type classique qui s'exercent sur lui le long de sa trajectoire, sans subir par leur action aucune répercussion de la présence d'obstacles qui pourraient se trouver au loin, en dehors de la trajectoire ; dans ma conception, le mouvement du corpuscule incorporé à l'onde u devait subir en outre, par l'intermédiaire du potentiel quantique, l'influence de tous les obstacles susceptibles d'entraver la libre propagation du phénomène ondulatoire étendu dont il était solidaire et, naturellement, j'apercevais dans cette circonstance une explication possible des phénomènes d'interférence et de diffraction.

J'avais pu, dès 1927, trouver la forme de la « formule du guidage » dans le cas où l'on part de l'équation d'onde de Klein-Gordon : je n'indique pas ici cette forme qui est un peu plus compliquée que celle donnée plus haut. Mais, depuis, l'introduction du spin en Mécanique ondulatoire a fait apparaître d'autres formes des équations d'ondes où figure une fonction d'onde à plusieurs composantes. Celles de ces équations qui sont les plus anciennement connues et les plus fondamentales sont celles qui s'appliquent aux corpuscules de spin $\frac{h}{4\pi}$ comme les électrons : ce sont les célèbres équations de Dirac. Pour les particules à spin plus élevé, c'est à-dire dont le spin est un multiple entier de $\frac{h}{4\pi}$, d'autres équations d'ondes, dont la forme été bien étudiée, doivent être employées.

Pour établir la forme de la formule du guidage dans ces cas plus généraux, on peut employer une méthode qui d'ailleurs est déjà applicable aux équations de Schrödinger et de Klein-Gordon. On part de la remarque que, dans tous les cas, on peut associer à la propagation de l'onde un écoulement hydrodynamique conservatif [1] défini par une densité ρ et un vecteur « densité de flux » $\rho\boldsymbol{v}$ qui sont donnés par des expressions bilinéaires de la fonction d'onde et de la fonction conjuguée et qui obéissent à la relation

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}\,(\rho\boldsymbol{v}) = 0.$$

En divisant $\rho\boldsymbol{v}$ par ρ, on obtient l'expression de la vitesse $\boldsymbol{v}$ et c'est cette vitesse qui est considérée comme la vitesse avec laquelle le corpuscule décrit la « ligne de courant » constituant sa trajectoire : on obtient ainsi la formule du guidage. Ainsi dans le cas simple de l'équation de Schrödinger où la fonction d'onde unique Ψ peut s'écrire $\Psi = a\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ avec a et φ réels on a :

$$\rho = |\Psi|^2 = a^2 \qquad \rho\boldsymbol{v} = -\frac{1}{m}a^2\,\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi \qquad (4)$$

et l'on retrouve immédiatement comme expression de la vitesse $\boldsymbol{v}$ la formule de guidage précédemment indiquée.

La même méthode, qui fournit également la formule

[1] Introduit primitivement par Madelung dès 1926.

du guidage dans le cas de l'équation de Klein-Gordon, est applicable aux équations de Dirac et fournit une formule du guidage parfaitement définie. Pour les particules de spin supérieur à $\frac{h}{4\pi}$, la méthode est encore applicable, mais elle peut soulever quelques difficultés car il peut arriver que la densité ρ ne soit pas définie positive : je n'insisterai pas sur ces difficultés dont la véritable signification n'est pas bien connue à l'heure actuelle.

5. **La probabilité de présence et sa justification en théorie de la double solution.** — La grandeur ρ désignant la densité dont nous venons de parler, on admet en Mécanique ondulatoire (du moins dans tous les cas où ρ est définie positive) que la probabilité de déceler par une observation la présence du corpuscule dans un élément de volume $d\tau$ est égale à $\rho\, d\tau$. Dans le cas de l'équation de Schrödinger, cette probabilité est donc $|\Psi|^2\, d\tau = a^2\, d\tau$. Dans la théorie de la double solution où le mouvement du corpuscule localisé est bien déterminé, il faut pouvoir justifier cette affirmation qui est certainement exacte.

Le fluide fictif dont l'écoulement est associé à la propagation de l'onde en Mécanique ondulatoire étant conservatif, on a l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\,(\rho \boldsymbol{v}) = 0. \tag{5}$$

Dans la théorie de la double solution où la vitesse du corpuscule est définie par la formule du guidage comme il a été expliqué plus haut, le corpuscule bien localisé dans l'espace suit l'une des lignes de courant de l'écoulement hydrodynamique. Si l'on réfléchit à cette circonstance, on est assez naturellement amené, comme je l'avais fait autrefois, à en déduire l'affirmation suivante : quand on ignore laquelle des trajectoires définies par la formule du guidage est effectivement suivie par le corpuscule (et cette ignorance paraît d'ailleurs imposée, en raison de l'existence du quantum d'action, par la nature même des observations que nous pouvons faire), la probabilité de présence du corpuscule dans un élément $d\tau$ de l'espace physique doit être considérée comme proportionnelle à $\rho\, d\tau$.

Cependant si naturelle que paraisse cette conclusion, elle ne s'impose pas d'une façon rigoureuse et je vais expliquer pourquoi. Considérons à un instant donné un petit élément $d\tau$ du fluide fictif qu'on peut considérer comme contenant $\rho\, d\tau$ molécules de ce fluide : au cours du temps cet élément de volume balaie l'intérieur d'un petit « tube de courant » infiniment délié, formé par l'ensemble des lignes de courant de ces molécules fictives. L'équation de continuité peut alors s'interpréter en disant : tout le long du tube de courant, le produit $\rho\, d\tau$ garde une valeur constante bien que ρ et $d\tau$ puissent varier séparément. Mais, comme nous n'avons aucune raison d'admettre *a priori* qu'un même tube de courant remplit tout l'espace physique, la constance de la quantité $\rho\, d\tau$ le long d'une ligne de courant ne nous permet pas d'en conclure rigoureusement que $\rho\, d\tau$ est la probabilité de présence du corpuscule dans l'élément $d\tau$ quand nous ignorons la ligne de courant qu'il parcourt.

La difficulté que l'on rencontre ici est tout à fait analogue (sans être entièrement identique) à celle que l'on rencontrait en Mécanique statistique classique quand on représentait toutes les évolutions possibles d'un système mécanique par le mouvement d'un nuage de points représentatifs dans l'extension-en-phase correspondante. On était ainsi conduit à considérer un fluide fictif dans l'extension-en-phase et, si l'on considère un élément $d\tau$ de l'extension-en-phase qui contient $\rho\, d\tau$ points représentatifs et qui balaie au cours du temps un tube infiniment délié de trajectoires de ces points, non seulement, comme le fluide fictif se conserve, $\rho\, d\tau$ est constant le long d'un tube de trajectoire, mais le théorème bien connu de Liouville nous apprend que le volume de $d\tau$ se conserve aussi, bien que sa forme varie en général. Ainsi ici ρ et $d\tau$ se conservent indépendamment et c'est là la différence avec le cas que nous avions été amenés à considérer plus haut.

Les premiers promoteurs de la Mécanique statistique avaient cru pouvoir en déduire que la probabilité pour que le point représentatif d'un système se trouve contenu dans un élément $d\tau$ de son extension-en-phase est proportionnelle au volume de $d\tau$. Mais cette conclusion se heurte à la même difficulté que nous avons rencontrée ci-dessus quand nous avons essayé de justifier, dans la théorie de la double solution, la signification probabiliste de la grandeur $\rho\, d\tau$ de la Mécanique ondulatoire. Pour lever cette objection en Mécanique statistique, on y a introduit l'hypothèse dite ergodique suivant laquelle tout se passerait comme si un même tube de trajectoire en se repliant indéfiniment sur lui-même remplissait finalement toute l'extension-en-phase de sorte qu'alors la conservation de $d\tau$ le long de ce tube justifierait entièrement la signification statistique attribuée à $d\tau$.

On peut d'ailleurs envisager l'hypothèse ergodique d'une manière un peu différente qui se rapproche de l'hypothèse du « Chaos moléculaire » de Boltzmann. Si l'évolution mécanique du système se poursuivait régulièrement sans perturbations, il ne serait pas justifié d'une façon générale d'admettre qu'un même tube de trajectoires non perturbées remplisse tout l'espace des phases. Mais on peut supposer que le mouvement du système soit soumis à de constantes perturbations aléatoires qu'on peut interpréter comme provenant des perturbations extérieures ou comme traduisant le « chaos moléculaire » dû aux incessantes collisions des molécules. Alors le point représentatif du système, et par suite l'élément $d\tau$ qui lui est lié, passera continuellement d'un tube de trajectoires non perturbées à un tube voisin avec conservation du $d\tau$: on pourra alors considérer le même élément comme parcourant successivement tous les tronçons de trajectoires non perturbées et balayant ainsi l'ensemble de l'extension en phase, ce qui justifiera l'hypothèse qui est à la base de la Mécanique statistique.

Revenons maintenant à la justification dans la théorie de la double solution du rôle de probabilité de présence joué en Mécanique ondulatoire par la densité ρ (c'est-à-dire dans le cas de l'équation de Schrödinger par $|\Psi|^2$). Ici c'est le produit $\rho\, d\tau$ qui se conserve le long des tubes de lignes de courant ou, ce qui revient au même si l'on admet la formule du guidage, le long des tubes de trajectoires. Pour qu'on puisse en déduire que $\rho\, d\tau$ est la probabilité de présence du corpuscule, il faudrait qu'un même tube de trajectoires s'enroule indéfiniment dans la portion de l'espace physique accessible au corpuscule de manière à la remplir entièrement : or une telle hypothèse ne paraît pas exacte. Dans un important mémoire [3], MM. Bohm et Vigier ont présenté une justification de l'interprétation statistique de ρ en introduisant une hypothèse de continuelles perturbations aléatoires analogue à celle que nous avons envisagée plus haut en Mécanique statistique. D'après eux, le corpuscule serait soumis à de perpétuelles perturbations aléatoires provenant soit d'actions extérieures, soit plutôt, dans leur pensée, d'interactions entre le corpuscule et un milieu sous-jacent et caché (nous reviendrons plus loin sur cette idée). Si l'on admet que ces perturbations aléatoires sont représentables par l'apparition momentanée dans l'équation des ondes de petits potentiels perturbateurs, l'équation de continuité restera valable pendant les périodes de perturbations et la grandeur $\rho\, d\tau$ restera constante le long d'un tube de courant, même dans ses portions perturbées. Alors un même élément $d\tau$ passera constamment d'un tube de courant non perturbé au tube voisin avec conservation de $\rho\, d\tau$. On pourra donc finalement le considérer comme décrivant successivement tous les tronçons de tubes de courant non perturbés de façon à balayer, avec conservation de $\rho\, d\tau$, tout l'ensemble de la région de l'espace physique accessible au corpuscule et ceci permettra de considérer la densité ρ comme mesurant la probabilité locale du corpuscule.

Telle est la marche du raisonnement qui a été développé avec plus de détails par MM. Bohm et Vigier dans leur mémoire : ils ont, en particulier, évalué le temps (extrêmement court) au bout duquel on peut considérer la répartition en $|\Psi|^2$ de la probabilité de présence comme réalisée. Leur travail permet d'espérer que l'on pourra considérer la justification de la signification statistique du $|\Psi|^2$ comme établie avec à peu près autant de solidité que les bases de la Mécanique statistique, ce qui ne serait déjà pas si mal.

MM. Bohm et Vigier considèrent les perturbations aléatoires auxquelles ils supposent le corpuscule constamment soumis comme dues à l'action qu'exerce sur lui un niveau profond et caché que M. Bohm a le premier introduit sous le nom de « niveau subquantique ». L'idée que les particules observables au niveau quantique, microphysique, émergent en quelque sorte d'un niveau plus profond qui nous reste caché est très intéressante : elle est suggérée à l'heure actuelle par des faits nombreux et nous y reviendrons plus loin (1).

6. **Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules et la théorie de la double solution.** — Depuis les travaux de M. Schrödinger de 1927, on admet en Mécanique ondulatoire que le mouvement d'un ensemble de corpuscule en interaction peut, à l'approximation non relativiste, être représenté par la propagation d'une onde dans l'espace de configuration du système constitué avec l'ensemble des coordonnées des N corpuscules du système. La quantité $|\Psi|^2$, carré de l'amplitude de l'onde Ψ dans l'espace de configuration, multipliée par un élément de volume $d\tau = dx_1 \ldots dz_N$ de cet espace, donne la probabilité de présence du point représentatif du système dans l'élément, c'est-à-dire la probabilité de présence *simultanée* du corpuscule numéroté 1 dans l'élément de volume $d\tau_1 = dx_1\, dy_1\, dz_1$ de l'espace physique, du corpuscule numéroté 2 dans l'élément de volume $d\tau_2 = dx_2\, dy_2\, dz_2$ de l'espace physique etc... Le succès remporté par cette méthode de calcul dans des domaines très divers, et notamment dans les innombrables applications qui en sont faites actuellement en Chimie quantique, ne permet pas de douter que les résultats fournis par cette méthode dans son domaine de validité soient exacts,

Néanmoins, malgré ses succès, cette Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules dans l'espace de configuration présente un caractère véritablement paradoxal. D'abord, rentrant dans le cadre général d'une théorie qui nie la localisation permanente des corpuscules dans l'espace physique, elle envisage cependant l'espace abstrait formé par la réunion des coordonnées des divers corpuscules du système. Or quelle idée intelligible peut-on se faire des coordonnées d'un corpuscule qui n'est pas localisé dans l'espace physique ? D'autre part, il apparaît comme peu admissible que le mouvement d'un système de corpuscules ne puisse être décrit que dans le cadre, visiblement abstrait et fictif, de l'espace de configuration et en puisse pas être représenté dans l'espace physique réel à trois dimensions. Ces difficultés ne se présentaient pas en Mécanique classique : on s'y servait fréquemment de l'espace de configuration comme d'un moyen commode pour étudier l'évolution d'un système de points matériels en interaction, mais ce n'était là qu'un procédé de calcul et l'on ne mettait pas en doute que le mouvement des points matériels s'effectuait en réalité dans l'espace physique. Au contraire, en Mécanique ondulatoire des systèmes, l'emploi *obligatoire* de la représentation dans l'espace de configuration a quelque chose de bien étrange.

Nous devons maintenant examiner comment la question se présente du point de vue de la théorie de la double solution qui doit évidemment revenir à la représentation des systèmes dans l'espace physique, mais qui doit aussi expliquer le succès de la méthode de calcul de Schrödinger dans l'espace de configuration.

En théorie de la double solution, chaque corpuscule d'un système constitue une très petite région singulière au sein d'une onde en propagation dans l'espace physique, région qui décrit dans son mouvement l'une des lignes de courant de l'onde. La propagation de l'onde individuelle de chacun des corpuscules est constamment influencée par l'interaction, traduite par la présence de potentiels d'interaction dans l'équation d'ondes, de tous les autres corpuscules en mouvement. L'ensemble des trajectoires ainsi « corrélées » des corpuscules du système peut évidemment être représenté par la trajectoire d'un point représentatif dans l'espace de configuration : on est alors naturellement amené à admettre que cette dernière trajectoire coïncide avec l'une des lignes de courant de la propagation de l'onde Ψ fictive de Schrödinger dans l'espace de configuration. Mais, en y réfléchissant, on s'aperçoit que, du point de vue de la double solution, la représentation du mouvement du système par l'onde Ψ de Schrö-

(1) Notons que si l'on tient compte des perturbations Bohm-Vigier, le mouvement des corpuscules est finalement une sorte de mouvement brownien superposé au mouvement d'ensemble défini par la formule du guidage.

dinger dans l'espace de configuration est une représentation « appauvrie » : en effet, si elle peut représenter exactement par l'ensemble des lignes de courant d'une onde Ψ tout un ensemble de mouvement des corpuscules du système dans l'espace physique, elle ne représente aucunement les diverses propagations d'ondes qui leur sont associées dans cet espace physique.

La théorie de la double solution trouve donc devant elle la tâche difficile d'analyser exactement les relations qui peuvent exister entre d'une part les mouvements corpusculaires et les propagations d'ondes associées qui se trouvent corrélés dans l'espace physique et d'autre part la représentation des mouvements corrélés par l'onde Ψ dans l'espace de configuration. J'avais fait dès mon mémoire de 1927 un premier effort dans ce sens [2] et je l'ai repris en 1952-1953 quand je suis revenu aux conceptions de la double solution [1, *a*], mais toutes ces tentatives étaient insuffisantes. Cependant le problème est d'une grande importance pour la théorie de la double solution car, pour pouvoir admettre l'image qu'elle propose (N propagations d'ondes dans l'espace physique portant chacune une région singulière), il est absolument indispensable que cette image permette d'expliquer le succès de la Mécanique ondulatoire de Schrödinger dans l'espace de configuration. Une des principales objections qui ont été faites dans ces derniers temps aux tentatives tendant au rétablissement de la localisation des corpuscules dans l'espace physique est fondée sur l'obligation d'employer l'espace de configuration pour représenter le mouvement d'un ensemble de corpuscules en Mécanique ondulatoire. Une étude plus approfondie du problème s'imposait donc : je l'ai poursuivie depuis environ 4 ans avec l'aide très efficace de M. Joaõ Andrade e Silva [4]. Je vais exposer les principaux résultats auxquels nous sommes parvenus en me bornant au cas simple d'un système comprenant seulement deux corpuscules, la généralisation au cas d'un système de plus de deux corpuscules pouvant se faire, la plupart du temps, sans grande difficulté.

Il convient d'abord de faire une remarque très importante. Quand dans la théorie de la double solution, on considère un mouvement d'un système de deux corpuscules, il existe dans l'espace physique deux trajectoires corrélées T_1 et T_2, qui sont les lignes de courant de deux propagations d'ondes corrélées O_1 et O_2. Si l'on considère ensuite une autre mouvement du système où les deux corpuscules décrivent deux autres trajectoires corrélées T'_1 et T'_2, ces deux trajectoires seront lignes de courant de deux propagations d'ondes *différentes* de O_1 et O_2 : ceci résulte du fait que la propagation de chaque onde individuelle est influencée par le mouvement du corpuscule lié à l'autre onde. Il y a là une différence essentielle entre le cas d'un corpuscule en mouvement dans un champ extérieur donné et celui de deux corpuscules en interaction : dans le premier cas toutes les lignes de courant d'une *même* propagation d'ondes dans l'espace physique sont des trajectoires possibles du corpuscule tandis que dans le second cas, sur chaque couple de propagations d'ondes corrélées O_1 et O_2 dans l'espace physique, il y a un *seul* couple de lignes de courant corrélées qui sont des trajectoires possibles.

Cherchons maintenant à établir une correspondance satisfaisante entre notre image du système dans l'espace physique et la représentation de la Mécanique ondulatoire dans l'espace de configuration. Si nous désignons par $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{r}_1$ et $\boldsymbol{r}_2$ les rayons vecteurs qui repèrent respectivement dans l'espace physique la position d'un point courant de cet espace et celles de chacun des deux corpuscules, les ondes associées aux deux corpuscules peuvent être représentées par les formules :

$$\Psi_1(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_2, t) = a_1(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_2, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi_1(\mathbf{r},\mathbf{r}_2,t)}\,; \tag{6}$$

$$\Psi_2(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, t) = a_2(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi_2(\mathbf{r},\mathbf{r}_1,t)}.$$

L'application de la formule du guidage nous donne alors :

$$\boldsymbol{v}_1 = -\frac{1}{m_1}\left[\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi_1\right]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_1} \quad \boldsymbol{v}_2 = -\frac{1}{m_2}\left[\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi_2\right]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_2}. \tag{7}$$

Le couple des trajectoires corrélées T_1 et T_2 des deux corpuscules est représenté dans l'espace de configuration à six dimensions correspondant au système par la trajectoire unique T du point figuratif qui est une ligne de courant de la fonction d'onde de Schrödinger

$$\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t) = a(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,t)}. \tag{8}$$

Il est naturel, comme on s'en rend compte aisément, d'appliquer la formule du guidage dans l'espace de configuration sous la forme

$$\boldsymbol{v}_i = -\frac{1}{m_i}\overrightarrow{\text{grad}_i}\ \varphi \qquad (i = 1, 2) \tag{9}$$

où grad φ est le vecteur dont les composantes sont $\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}, \frac{\partial\varphi}{\partial y_i}, \frac{\partial\varphi}{\partial z_i}$.

La comparaison des formules (7) et (8) suggère d'établir entre les phases φ, φ_1 et φ_2 les relations :

$$\overrightarrow{\text{grad}_1}\ \varphi = \left[\overrightarrow{\text{grad}_1}\ \varphi\right]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_1} \quad \overrightarrow{\text{grad}_2}\ \varphi = \left[\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi_2\right]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_2} \tag{10}$$

qui permettent, connaissant les valeurs de φ_1 et φ_2 sur les trajectoires corrélées T_1 et T_2 de l'espace physique, de calculer les valeurs de la phase φ sur la trajectoire T de l'espace de configuration.

Ce résultat obtenu, la comparaison entre les deux équations de continuité individuelles dans l'espace physique et l'équation de continuité dans l'espace de configuration montre que si $a_1(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_2, t)$ et $a_2(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}, t)$ sont les amplitudes de Ψ_1 et Ψ_2, on doit poser pour l'amplitude de l'onde dans l'espace de configuration

$$a(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t) = a_1(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t).a_2(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t). \tag{11}$$

On peut en donner une démonstration analytique détaillée, mais on peut le voir plus rapidement de la façon suivante. Soient $d\tau_1$ et $d\tau_2$ deux éléments de volume infiniment petits qui sont entraînés suivant la formule du guidage le long des trajectoires T_1 et T_2 : les équations de continuité individuelles dans l'espace physique entraînent que les grandeurs $a_1^2\, d\tau_1$ et $a_2^2\, d\tau_2$ se conservent le long de T_1 et T_2. Mais aux éléments de volume corrélés $d\tau_1$ et $d\tau_2$, correspond un élément de volume $d\tau = d\tau_1 . d\tau_2$ de l'espace de configuration qui y décrit suivant la formule du guidage la trajectoire T et l'équation de continuité de l'onde Ψ montre que la grandeur $a^2\, d\tau$ se conserve le long de T. On voit alors immédiatement qu'en adoptant pour a la valeur (11), la conservation de $a^2\, d\tau$ le long de T résulte des conservations de $a_1^2\, d\tau_1$ et de $a_2^2\, d\tau_2$ le long de T_1 et de T_2.

Finalement les formules (10) et (11) nous permettent, quand nous connaissons les valeurs des fonctions Ψ_1 et Ψ_2 sur les trajectoires corrélées T_1 et T_2, de calculer les valeurs de la fonction Ψ le long de la trajectoire T correspondante. Nous pouvons alors nous représenter le passage de la représentation dans l'espace physique à la représentation dans l'espace de configuration comme il suit. Si, dans l'espace physique, nous partons de deux ondes corrélées O_1 et O_2 portant deux trajectoires corrélées T_1 et T_2 et si nous faisons varier d'une façon continue les conditions initiales, nous aurons à envisager une infinité d'ondes corrélées O_1 et O_2 correspondant à des trajectoires corrélées T_1 et T_2. Le passage de l'espace physique à l'espace de configuration consistera à « prélever » sur chaque paire d'ondes corrélées les deux trajectoires corrélées correspondantes avec les valeurs de a_1, a_2, φ_1 et φ_2 qu'elles portent (¹) et à constituer par la réunion de ces trajectoires les trajectoires-lignes de courant de l'espace de configuration avec les valeurs de Ψ qui leur correspondent d'après (10) et (11). On voit bien que l'on obtiendra ainsi une image « appauvrie » de ce qui se passe dans l'espace physique puisque, pour chaque couple de propagations corrélées O_1 et O_2, nous ne conservons dans l'espace de configuration que ce qui concerne les trajectoires corrélées T_1 et T_2 en nous désintéressant de tout le reste des ondes O_1 et O_2.

L'onde Ψ ainsi obtenue à partir des ondes individuelles Ψ_1 et Ψ_2 par les formules (10) et (11) doit obéir à l'équation bien connue de Schrödinger dans l'espace de configuration. Or on peut voir que, pour qu'il en soit ainsi, il faut que les équations d'ondes individuelles des deux corpuscules dans l'espace physique contiennent, à côté des termes de « potentiels quantiques » individuels, des termes de « potentiels quantiques mutuels ». Ceci est assez naturel. Puisque chaque corpuscule subit une réaction de sa propre onde exprimée par son potentiel quantique individuel, on comprend qu'il puisse aussi subir des réactions de la part des ondes des corpuscules avec lesquels il est en interaction et ce sont ces réactions qui seraient exprimées par les potentiels quantiques mutuels. La forme de ces potentiels quantiques mutuels est facile à trouver dans le cas d'un système de deux corpuscules. Dans le cas de plus de deux corpuscules, la question est plus difficile, mais M. Andrade e Silva est parvenu à la résoudre en donnant d'une façon univoque la forme des potentiels quantiques mutuels dans le cas général [4, *b*].

Nous rencontrons maintenant pour les systèmes de corpuscules une difficulté qui s'était déjà présentée pour nous dans le cas d'un seul corpuscule. Le fait que la grandeur $a^2\, d\tau$ garde une valeur constante le long d'une ligne de courant dans l'espace de configuration ne suffit pas pour nous autoriser à affirmer que $a^2\, d\tau$ mesure la probabilité de présence du point figuratif du système dans l'élément $d\tau$. Il faudrait pour cela qu'un même tube de courant, en se repliant indéfiniment sur lui-même, remplisse totalement la portion accessible de l'espace de configuration. Il est tout naturel de chercher ici encore à introduire une hypothèse de perturbations aléatoires du type Bohm-Vigier de façon que le point représentatif du système sautant constamment d'une trajectoire non perturbée à une autre dans l'espace de configuration se trouve très rapidement parcourir tous les tronçons de trajectoires non perturbées. Mais ici se présente une complication par rapport à ce que nous avons vu au paragraphe 5. On doit évidemment se représenter les perturbations aléatoires Bohm-Vigier comme agissant sur les corpuscules dans l'espace physique et les introduire sous forme de potentiels perturbateurs dans les équations d'ondes individuelles. Dans le cas d'un seul corpuscule dans un champ donné, on pouvait considérer toutes les lignes de courant d'une même onde comme étant des trajectoires non perturbées possibles et raisonner sur les brusques passages aléatoires d'une de ces trajectoires à une autre : dans le cas d'un système en interaction, toute perturbation du mouvement de l'un des corpuscules réagit immédiatement sur le mouvement des autres et les couples de trajectoires corrélées sont des lignes de courant de propagation d'ondes *différentes*. Ceci exige que l'on reprenne sur des bases nouvelles et plus compliquées le raisonnement de MM. Bohm et Vigier. C'est ce qu'a fait récemment M. Andrade e Silva [4, *c*] qui paraît être ainsi parvenu à une justification satisfaisante de la signification statistique de la grandeur $a^2 = |\Psi|^2$ dans l'espace de configuration.

Les considérations qui précèdent, bien que demandant encore à être précisées et complétées, paraissent conduire à pouvoir concilier l'exactitude des prévisions statistiques de la Mécanique ondulatoire dans l'espace de configuration avec la localisation des corpuscules dans l'espace physique. Ainsi se trouverait levée l'une des plus importantes objections que l'on pouvait faire au rétablissement de cette localisation. Peut-être pourrait-on aller plus loin encore dans cette voie et arriver à expliquer pourquoi, pour les systèmes de corpuscules identiques, l'on doit se limiter aux fonctions d'onde Ψ symétriques ou antisymétriques. Peut-être même, après introduction du spin, pourrait-on décrire ainsi l'origine physique du principe d'exclusion de Pauli pour les fermions, origine qui, à l'heure actuelle, est entièrement inconnue. Mais tous ces problèmes ne sont pas encore résolus.

7. Les idées d'Einstein sur les champs et les corpuscules et l'introduction de la non-linéarité dans la théorie de la double solution. — Mes premières tentatives d'interprétation de la Mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution en 1926-1927 m'avaient été probablement, plus ou moins consciemment, suggérées par les conceptions auxquelles Einstein était parvenu à la suite de ses travaux sur la Relativité généralisée. Il avait été amené à admettre que le monde physique doit être entièrement décrit à l'aide de champs (ou peut-être d'un champ unique) bien défini en tout point de l'espace-temps et obéissant à des équations de propagation bien déterminées et probablement non-linéaires. L'idée essentielle d'Einstein

(¹) Ainsi que la valeur de certaines des dérivées de a_1, a_2, φ_1, φ_2.

était donc que la totalité de la réalité physique (y compris les corpuscules) devait pouvoir être décrite par des solutions appropriées des équations du champ. Dans la théorie idéale qu'il rêvait, il n'y avait pas de place dans les équations pour des termes représentant des sources indépendantes du champ (comme les termes en ρ et $\rho \boldsymbol{v}$ dans les seconds membres des équations de Lorentz). La raison en est que si l'on n'exclut pas formellement les termes de sources, les équations différentielles du champ, même en se donnant les conditions initiales et les conditions aux limites, ne suffisent pas à déterminer le champ total. « Une théorie cohérente du champ exige, écrivait-il, que tous les éléments qui y figurent soient continus non seulement dans le temps, mais aussi dans l'espace et en tous les points de l'espace. De là vient que la particule n'a pas de place comme concept fondamental dans une théorie du champ. »

Cette attitude d'Einstein ne signifiait nullement qu'il niait l'existence des corpuscules : il considérait, au contraire, cette existence comme un fait incontestable. Mais il pensait que le corpuscule n'est pas un élément qui se surajoute au champ pour ainsi dire de l'extérieur et qu'il doit bien plutôt appartenir à la structure même du champ et en constituer une sorte d'anomalie locale. Pour lui, les champs existant dans la nature (qu'ils fussent gravifiques, électromagnétiques ou autres), champs qui peut-être ne sont que divers aspects d'un champ fondamental unique, devaient toujours comporter de très petites régions où leur valeur deviendrait extrêmement grande et qui répondraient à la notion usuelle de corpuscules. On a donné à ce type de champs le nom expressif de « champs à bosse » (bunched fields).

Le désir d'Einstein d'incorporer le corpuscule dans le champ devait bientôt le conduire à obtenir un très important résultat. Dans la théorie de la Relativité générale, on admet, en plus des équations du champ $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = T_{ik}$ où le tenseur T joue le rôle de source du champ gravifique, un postulat supplémentaire qui en est indépendant : le mouvement d'un point matériel dans l'espace-temps rendu courbe par la présence du reste de la matière doit s'effectuer suivant une géodésique de l'espace-temps. Toujours guidé par l'idée que toute l'évolution du monde matériel doit être entièrement déterminée par les seules équations du champ, Einstein a cherché à démontrer à partir des seules équations (1) $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = 0$ que, s'il existe une région extrêmement petite où le champ prend des valeurs extrêmement élevées (autour d'une singularité ponctuelle du champ extérieur), le mouvement dans l'espace au cours du temps de cette petite région est nécessairement représenté par une ligne d'Univers qui est une géodésique du champ extérieur. Il a pu donner une démonstration de cet important théorème en 1927 dans un mémoire écrit en collaboration avec M. Grommer : une démonstration analogue avait d'ailleurs été donnée dès l'année précédente par M. Georges Darmois. Depuis un grand nombre d'auteurs ont repris cette démonstration sous des formes différentes et, dans une thèse récente, M. Pham Tan Hoang l'a présentée sous une forme particulièrement satisfaisante. On trouvera l'exposé du problème avec la bibliographie dans un récent ouvrage de Mme Tonnelat [5]. Ainsi les seules équations du champ gravifique imposent au corpuscule conçu comme une région singulière (bosse) du champ une sorte de « guidage » par le champ environnant et il est essentiel de remarquer que ce résultat ne peut être obtenu, nous y reviendrons plus loin, qu'en raison du caractère non-linéaire des équations du champ.

(1) Débarrassée du second membre en T_{ik}.

Transposées en Mécanique ondulatoire, les conceptions générales d'Einstein sur l'incorporation du corpuscule au champ conduisent naturellement à l'onde u de la théorie de la double solution qui est un champ à bosse. Mais (et c'est ici que les conceptions d'Einstein apparaissent en un sens comme insuffisantes) ce champ doit être un champ *ondulatoire*, c'est-à-dire périodique, de façon à pouvoir retrouver dans le cas de l'onde monochromatique les relations fondamentales [2] où figure la constante de Planck et introduire ainsi les quanta. Et tout naturellement on est ainsi conduit à penser que le champ ondulatoire u obéit à une équation non-linéaire et que le guidage de la bosse, c'est-à-dire du corpuscule, résulte de cette non-linéarité.

Il est facile de se rendre compte que la non-linéarité qui s'introduit ainsi dans la propagation de l'onde u doit être très *localisée*, c'est-à-dire qu'elle ne doit intervenir d'une façon importante que dans la très petite région qui constitue le corpuscule au sens étroit du mot. C'est seulement dans cette très petite région, en général mobile, que, l'onde u y prenant de très grandes valeurs, les termes non-linéaires de l'équation d'ondes ont une influence sensible. En dehors de cette région, ces termes doivent être négligeables et l'équation d'ondes de u doit se réduire sensiblement à l'équation linéaire de l'onde Ψ. Pourquoi doit-il en être ainsi ? Parce que nous savons que l'onde Ψ permet de prévoir des phénomènes physiques observables tels que les effets d'interférences et de diffraction ou, par un calcul de valeurs propres, les énergies des états stationnaires d'un atome. Cette circonstance me paraît rendre indispensable d'admettre que l'équation des ondes u doit *presque partout* coïncider avec l'équation linéaire des ondes Ψ : ce n'est que dans les très petites régions singulières où les valeurs de u sont très élevées (et peut-être sur les bords abrupts de trains d'ondes où les dérivées u peuvent être très grandes) que la non-linéarité peut se manifester. La non-linéarité très localisée que nous introduisons ainsi dans la propagation des ondes paraît donc très différente de la non-linéarité non localisée introduite par M. Heisenberg et d'autres auteurs qui ne traduit pas une localisation des corpuscules.

Einstein a beaucoup insisté sur une propriété importante des équations non-linéaires. Si les équations d'un certain champ sont linéaires, on peut toujours trouver une solution à singularité de cette équation telle que la singularité ait un mouvement prescrit à l'avance. On peut d'ailleurs ajouter à cette solution à singularité une solution continue quelconque et cette adjonction n'a aucune influence sur le mouvement de la singularité. On doit en conclure que le guidage d'une région singulière par un champ continu est impossible si les équations sont linéaires. Il n'en est plus du tout de même si les équations du champ ne sont plus linéaires car on n'obtient plus alors une solution en ajoutant plusieurs solutions : la non-linéarité crée une sorte de solidarité entre des solutions qui auraient été indépendantes si l'approximation linéaire avait été valable partout. Il apparaît donc que le guidage d'une région singulière par une onde continue, telle qu'elle est postulée par la théorie de la double solution, implique la présence de termes non-linéaires dans l'équation d'ondes. On peut se demander alors comment j'ai pu obtenir une justification du guidage en partant d'une équation d'onde linéaire. Si l'on examine les formes que j'ai données successivement à cette justification, on s'aperçoit de la chose suivante. J'ai considéré deux solutions, l'une régulière et l'autre singulière, de l'équation linéaire et j'ai admis qu'elles avaient même phase ou, ce qui est plus général, mêmes lignes de courant. Or, dans le cadre d'une théorie linéaire, un tel postulat est entièrement arbitraire puisqu'il n'y saurait exister aucun lien nécessaire entre deux solutions différentes. Au contraire, dans une théorie non-linéaire, les solutions ne sont plus indépendantes et l'on peut comprendre l'origine d'une condition de coïncidence des lignes de courant. Je pense donc que, dans mes raisonnements, l'existence d'une non-linéarité de l'équation des ondes se trouvait dissimulée derrière le postulat arbitrairement admis sur les lignes de courant et que seule une théorie non-linéaire pourrait permettre une démonstration rigoureuse de la formule du guidage.

La détermination de la forme des termes non-linéaires qu'il convient d'introduire dans les équations d'ondes usuelles pour obtenir les équations non-linéaires de l'onde u est une question difficile et à peine abordable aujourd'hui. De nombreuses tentatives ont été faites, en dehors de toute préoccupation de double solution et de localisation des corpuscules, pour introduire des termes non-linéaires dans les équations d'ondes de la Mécanique ondulatoire : je citerai celles de M. Rosen et de M. Heisenberg. En France, M. Gérard Petiau a fait, dans ces dernières années, de très importantes recherches sur ces types d'équations non-linéaires et leurs solutions : M. et Mme Destouches ont aussi fait dans ce domaine des études en liaison plus directe avec la théorie de la double solution [6]. Mais la question reste très ouverte et je ne veux pas m'étendre davantage sur ce sujet.

8. **La relation entre onde u et ondes Ψ.** — Ce qui précède va nous permettre de préciser la forme de l'onde u et sa relation avec l'onde statistique Ψ usuellement considérée.

Nous admetons que l'onde u obéit à une équation qui est non-linéaire dans la région singulière, mais qui se réduit sensiblement en dehors à l'équation linéaire de la Mécanique ondulatoire (suivant les cas, équation de Schrödinger, de Klein-Gordon, de Dirac, etc...). Dans le domaine linéaire extérieur à la région singulière, on peut trouver une solution u_0 qui a une valeur très faible dès qu'on s'éloigne de la région singulière, mais qui croît très rapidement au voisinage de cette région et qui comporterait une singularité mathématique dans cette région si l'équation linéaire y restait valable [1]. On doit pouvoir trouver aussi une solution continue v, ayant mêmes lignes de courant, du type usuel en Mécanique ondulatoire. Par superposition on aura à l'extérieur de la région singulière une solution de la forme :

$$u = u_0 + v. \tag{12}$$

La solution (12) se prolongera dans la région singulière non-linéaire, mais la décomposition de u en u_0 et v n'y aura plus aucun sens et il est même possible, en conformité avec certaines vues d'Einstein, que la fonction u n'y présente aucune singularité mathématique. La non-linéarité régnant dans cette région aura pour effet de rendre solidaires à l'extérieur les deux ondes u_0 et v qui seraient indépendantes si la linéarité régnait partout. Ainsi s'expliquerait comment la région singulière, siège des grandes valeurs de u, pourrait sembler être guidée par l'onde v et suivre ses lignes de courant. Ce guidage, exprimé par la formule du guidage, aurait pour effet que l'onde u dans la région singulière reste toujours en phase avec l'onde v environnante. Nous retrouvons ici, en assimilant la région singulière au corpuscule, l'image qui m'avait orienté au début de mes recherches : la très petite région singulière constituant le corpuscule, siège d'un phénomène périodique que l'on peut assimiler à une horloge, se déplacerait au sein de l'onde v, dont elle est intimement solidaire, de façon à rester constamment en phase avec elle.

Et maintenant, nous allons être en état de comprendre la véritable relation qui existe entre l'onde v et l'onde Ψ et l'origine du caractère hybride, mi-subjectif, mi-objectif, que l'on attribue ordinairement à l'onde Ψ. Comme l'onde Ψ, représentation de probabilité, doit être construite d'après nos informations sur l'état du corpuscule, on peut la définir, si nos informations sont exactes, comme partout proportionnelle à l'onde v en posant $\Psi = Cv$. Comme l'onde u et par suite sa partie extérieur v sont supposées avoir une réalité objective, elles doivent avoir partout une valeur bien déterminée. Au contraire, nous sommes libres de « normer » l'onde Ψ comme nous le voulons, ce qui se fera par un choix convenable de la constante C. L'onde Ψ ainsi définie, étant proportionnelle à v, obéit à l'équation linéaire usuelle de la Mécanique ondulatoire, ce qui est satisfaisant. D'ailleurs l'onde Ψ ne saurait obéir à une équation non-linéaire car le principe de superposition est une condition nécessaire de la signification statistique attribuée à Ψ et implique la linéarité.

Le mystère du double caractère subjectif et objectif de l'onde Ψ se trouve ainsi dissipé. L'onde v étant objective peut déterminer des phénomènes physiques tels que les interférences, la diffraction, les valeurs quantifiées de l'énergie des systèmes atomiques ; l'onde Ψ, elle, est une pure représentation de probabilités à caractère subjectif. Mais, comme l'onde Ψ doit en principe être calquée sur l'onde v par la relation $\Psi = Cv$, on a pu avoir l'impression que c'était l'onde Ψ qui produisait les phénomènes physiques indiqués plus haut. Ceci explique le caractère hybride, très peu satisfaisant, que l'on a été amené à attribuer à l'onde Ψ dans l'exposé de la Mécanique ondulatoire. Il se peut même que l'interprétation proposée soit la seule susceptible de lever l'énigne de la double nature subjective et objective de l'onde Ψ.

[1] Les solutions du type u_0 ont été effectivement calculées dans divers cas particuliers.

J'ai expliqué ailleurs en détail (1) comment le caractère extrêmement localisé de la « bosse » greffée sur l'onde v semble permettre de retrouver sans modifications appréciables la prévision des phénomènes d'interférences et de diffraction et le calcul des valeurs propres des systèmes quantifiés. C'est pour retrouver ces résultats qu'il paraît bien nécessaire d'admettre l'extrême localisation des régions « non-linéaires » (2).

9. **La Mesure en Mécanique ondulatoire et les relations d'incertitude de Heisenberg.** — J'ai consacré assez récemment un petit volume à la théorie de la Mesure en Mécanique ondulatoire [1, *b*] telle qu'elle a été développée naguère par M. von Neumann pour en faire une critique et la comparer avec la théorie de la double solution. Je voudrais résumer rapidement les principales conclusions de cette étude.

Un premier point qui me paraît essentiel, c'est que la mesure de la position d'un corpuscule joue en Microphysique un rôle particulier : elle se réduit, en effet, à la *constatation* de la présence d'un corpuscule en une petite région de l'espace. Évidemment le corpuscule n'est pas directement observable, mais sa présence peut être décelée par l'observation d'un phénomène macroscopique localisé dont il provoque le déclenchement. L'analyse de l'observation des localisations corpusculaires dans les plaques photographiques, les chambres de Wilson, etc... montre bien qu'il en est toujours ainsi. L'appareil de mesure qui, dans certains cas, peut servir à mesurer le phénomène macroscopique déclenché (courant électrique par exemple) joue un rôle beaucoup moins important qu'on ne l'a dit.

Contrairement à ce qu'affirme la théorie trop abstraite connue en Mécanique quantique usuelle sous le nom de « théorie des représentations », la position d'un corpuscule joue donc un rôle tout à fait différent de celui des autres grandeurs mesurables : sa mesure résulte de la constatation directe d'une localisation tandis que la mesure des autres grandeurs, telles que les quantités de mouvement, exige, nous le verrons, l'intervention d'un dispositif particulier où l'observation d'une localisation corpusculaire permet, avec intervention d'un principe de conservation, d'évaluer la valeur de la grandeur mesurée (3). On est amené ainsi à attribuer (et c'est là le point de vue de la théorie de la double solution) un sens plus direct de la probabilité de présence $|\Psi|^2$ dans le cas de l'équation de Schrödinger) qu'aux autres probabilités définies par la théorie usuelle. La probabilité de présence correspond à un état de probabilité qui existe déjà *avant* la mesure tandis que les autres probabilités définies par la théorie usuelle, par exemple celles qui se rapportent aux composantes de la quantité de mouvement, *correspondent à un état de probabilité qui n'existe qu'après* l'action du dispositif de mesure. Pour mieux comprendre ce point essentiel, on se reportera à l'ouvrage cité plus haut (p. 71 et ss).

(1) Voir [1, *c*] p. 155 à 158 et [1, *b*], p. 63 à 70.

(2) Faisons encore une remarque importante. Lorsqu'un processus physique (correspondant par exemple à l'action d'un dispositif de mesure) dissocie l'onde u d'un corpuscule en plusieurs portions occupant des régions spatialement séparées et qu'une information nous apprend que le corpuscule est présent dans l'une de ces régions, nous devons poser $C = 0$ dans toutes les régions autres que celle-là de façon à y annuler la probabilité de présence du corpuscule. On peut ainsi interpréter la « réduction du paquet de probabilité » en respectant le caractère objectif de l'onde u.

(3) Ce point est très important : la symétrie complète que l'on admet généralement entre la représentation q et la représentation p me paraît inexacte parce que les composantes de Fourier d'une onde n'existent *isolément* qu'après qu'un processus physique les a isolées en rompant leurs relations de phase.

Déjà dans le cas simple où l'on constate la présence locale d'un corpuscule par exemple à l'aide d'une impression photographique observable, il me paraît impossible d'admettre que le corpuscule se localise au moment où se produit l'effet local observable : si le corpuscule produit un effet local observable, c'est qu'il était *déjà* lui-même localisé en cet endroit. Einstein l'avait montré très clairement dès le Conseil Sovay de 1927 par un raisonnement qui me paraît avoir gardé toute sa force (1). En analysant maintenant la mesure des grandeurs autres que la position, nous allons retrouver avec encore plus d'évidence la nécessité d'admettre une localisation permanente du corpuscule.

Plaçons-nous d'abord dans le cas où l'on veut mesurer une grandeur (autre que la position) d'un corpuscule sans faire intervenir un autre corpuscule. On devra alors employer un dispositif macroscopique dont l'effet sera finalement de séparer dans l'espace des trains d'ondes correspondant à une valeur donnée de la grandeur à mesurer. En localisant ensuite le corpuscule dans l'une de ces régions séparées, on pourra attribuer à la grandeur considérée une valeur bien déterminée après l'action du dispositif de mesure. Ainsi la mesure résultera comme toujours d'une localisation de corpuscule. Comme exemple simple d'une telle expérience de mesure, considérons un photon associé à un train d'ondes formé par la superposition de plusieurs ondes monochromatiques et plaçons sur leur passage un dispositif du type « réseau » : ce dispositif a pour effet de répartir dans des régions séparées de l'espace les différentes composantes monochromatiques et, si nous décelons la présence du photon dans l'une de ces régions, par exemple par une impression photographique, nous pourrons dire quelles étaient l'énergie et la quantité de mouvement après l'action du réseau.

Nous pouvons analyser ce genre de mesure de la façon suivante. Supposons que nous voulions mesurer une grandeur A attachée au corpuscule. Le train d'ondes initial R_0 étant représenté par la fonction d'onde $\Psi = \sum_k C_k \varphi_k$ où φ_k est la fonction propre qui correspond à la valeur propre α_k de A, nous envoyons ce train d'ondes sur un dispositif (le réseau dans l'exemple précédent) qui sépare les compoxantes $C_k \varphi_k$ en les localisant dans des régions séparées R_k de l'espace L'observation d'un phénomène macroscopique déclenché par le corpuscule dans la région R_j permet alors d'affirmer que la grandeur A du corpuscule avait après l'action du dispositif la valeur α_j et nous aurons ainsi effectué une mesure de A. Le formalisme de la Mécanique ondulatoire usuelle nous affirme alors que la valeur α_j a la probabilité $|C_j|^2$ d'être ainsi obtenue. Il serait déraisonnable d'admettre que, quand nous observons la présence du corpuscule dans la région R_j, c'est cette observation qui le localise dans cette région :

(1) [1, *b*], page 87.

la seule interprétation raisonnable est d'admettre qu'après l'action du dispositif le corpuscule se trouvait déjà localisé dans la région R_j avant de produire le déclenchement du phénomène macroscopique qui nous permet de l'y localiser. Contrairement à l'interprétation usuellement admise, la théorie de la double solution rend parfaitement compte de cette circonstance : parti d'un point inconnu de R_0, le corpuscule possède à chaque instant un mouvement entièrement déterminé par la formule du guidage (compte tenu des perturbations Bohm-Vigier) et ce mouvement l'amène dans l'une des régions R_k. On démontre facilement que la probabilité pour que le corpuscule parvienne ainsi dans la région R_j est bien donnée par $|C_j|^2$.

Une autre méthode de mesure fréquemment utilisée, notamment pour la mesure des énergies et des quantités de mouvement, consiste à faire entrer le corpuscule étudié en interaction momentanée, par exemple dans un choc, avec un autre corpuscule que je nommerai pour la clarté de l'exposition « le corpuscule indicateur ». Pendant l'interaction le mouvement des corpuscules est représenté par la Mécanique ondulatoire des systèmes dans l'espace de configuration que la théorie de la double solution peut interpréter comme nous l'avons vu précédemment. Après la fin de l'interaction, les deux corpuscules peuvent se trouver dans toute une série de couples de trains d'ondes corrélées $R_1 - R'_1$, $R_2 - R'_2$ ... etc., la corrélation de ces trains d'ondes satisfaisant aux principes de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. Si alors le corpuscule indicateur manifeste sa présence dans le train d'ondes R'_n en y déclenchant un phénomène macroscopique observable, on sera sûr que le corpuscule étudié se trouve dans le train d'ondes R_n corrélé de R'_n et l'on pourra en déduire la valeur, après le choc, de sa quantité de mouvement et de son énergie. Ce procédé de mesure est, en somme, celui qui est couramment employé dans l'étude des particules récemment découvertes quand on les étudie à l'aide des chambres de Wilson, des chambres à bulle ou des émulsions photographiques. Ici il est tout à fait impossible d'admettre que ce soit l'observation du phénomène déclenché par le corpuscule indicateur dans R'_n qui localise le corpuscule étudié (sur lequel on n'agit aucunement) dans R_n, d'autant plus que R_n et R'_n peuvent alors se trouver très loin l'un de l'autre. Il est absolument nécessaire d'admettre qu'à la fin du processus de choc et *avant que l'on ait fait aucune observation*, les deux corpuscules sont localisés dans deux trains d'ondes corrélés, ce dont la théorie de la double solution rend compte sans difficulté. Nous retrouvons ici, sous une forme particulièrement démonstrative, la preuve qu'il est nécessaire de rétablir la localisation des corpuscules.

Je renverrai pour une étude plus détaillée de ces questions aux chapitres VI et VII de mon livre sur la théorie de la Mesure, et je dirai maintenant quelques mots sur l'interprétation des relations d'incertitude de Heisenberg. On sait qu'en désignant par q_i l'une des coordonnées d'un corpuscule et par p_i la composante canoniquement conjuguée de sa quantité de mouvement, on peut écrire les relations d'incertitude de Heisenberg sous la forme valable en ordre de grandeur

$$\Delta q_i . \Delta p_i \geqslant h \qquad (13)$$

On peut aussi mettre ces relations sous une forme plus précise en faisant intervenir les « dispersions » correspondant aux lois de probabilité pour les valeurs de q_i et de p_i. Quelle est la signification physique de ces relations ? D'après la façon même dont on peut les démontrer à partir des principes de la Mécanique ondulatoire, elles signifient qu'après une opération quelconque de mesure il subsiste toujours sur les valeurs de q_i et de p_i des incertitudes telles que les relations (13) soient satisfaites. Ceci est confirmé par l'analyse des procédés de mesure faite autrefois par MM. Bohr et Heisenberg, montrant comment les incertitudes Δq_i et Δp_i s'introduisent nécessairement par suite de l'existence du quantum d'action. Par une extension qui me paraît tout à fait injustifiée, on en a conclu que le corpuscule ne possède en général ni avant, ni après la mesure une position et une quantité de mouvement bien déterminées. La seule chose qui soit bien établie, c'est qu'en raison de l'existence du quantum d'action tout dispositif de mesure agissant sur un corpuscule perturbe son état et ne peut nous fournir simultanément les valeurs exactes après la mesure des grandeurs canoniquement conjuguées q_i et p_i. Il n'en résulte nullement que le corpuscule ne puisse avoir avant et après l'action du dispositif de mesure une position et une vitesse bien déterminées : une analyse faite dans le cadre de la double solution le montre très clairement.

Notre conclusion est donc que, dans la théorie de la double solution, les incertitudes de Heisenberg gardent toute leur signification, mais qu'elles doivent être interprétées avec précaution et ne pas être identifiées avec de véritables indéterminations.

10. **La conception du champ doublement unitaire d'Einstein et le milieu subquantique de Bohm-Vigier.** Revenons sur la conception du champ *doublement* unitaire d'Einstein. Elle suppose que l'ensemble de la réalité physique devrait pouvoir être représenté à l'aide d'un champ fondamental unique défini en tous points de l'espace-temps que nous nommerons, pour abréger, le « champ de base ». De ce champ de base, tous les champs qu'ils soient gravifiques, électromagnétiques ou associés à des particules matérielles devraient être des modalités, c'est-à-dire qu'ils devraient être des solutions particulières des équations du champ de base : c'est là le premier caractère unitaire de la théorie. De plus, les diverses sortes de corpuscules devraient être incorporées au champ sous forme de régions de haute concentration et en constituer des accidents très localisés comme le suppose la théorie de la double solution : c'est là le second caractère unitaire des conceptions d'Einstein. Ajoutons que les équations du champ doivent être non linéaires, l'influence de la non-linéarité ne se manifestent d'ailleurs d'une façon sensible que dans les régions de haute concentration du champ.

Les diverses tentatives qui ont été faites pour donner une forme précise aux conceptions d'Einstein, pour très intéressantes qu'elles soient, sont restées incomplètes. Ainsi les théories unitaires d'Einstein et de Schrödinger cherchent à fondre le champ électromagnétique et le champ de gravitation, mais elles ignorent les champs associés, au sens de la Mécanique ondulatoire, aux particules matérielles. Les théories de Mie et de Born-Infeld incorporent d'une manière non-linéaire les corpuscules électrisés au champ électromagnétique, mais elles ne réalisent aucune unification des diverses catégories de champs.

D'ailleurs aucune de ces théories ne parvient à introduire naturellement ni les quanta, ni les conceptions de la Mécanique ondulatoire. La raison me paraît en être la suivante : elles méconnaissent toutes la nécessité d'introduire un champ de base *ondulatoire*, et non quasi-statique. Comme je l'ai déjà dit, Einstein sur ce point semble ne pas avoir vu clair pour une raison sur laquelle nous reviendrons plus loin. Dans ces derniers temps, diverses tentatives ont été faites pour développer des théories à caractère doublement unitaire admettant l'existence d'un champ de base à nature ondulatoire. Je citerai seulement un très intéressant travail de M. Lanczos [7] ainsi que deux mémoires non encore publiés de M. Lawrence Schmid et de M. J. P. Vigier [8], ce dernier retrouvant ainsi pour le champ de base une équation non linéaire de même forme que celle qui est à la base de la récente théorie de Heisenberg et Pauli. Sans insister sur le détail de ces tentatives, je vais maintenant exposer comment le problème me paraît se poser aujourd'hui.

Si l'on admet l'idée d'un champ de base ondulatoire, ce champ doit être un champ spinoriel. M. Schmid en a très bien expliqué la raison en écrivant : « Si le champ de base était vectoriel, on ne pourrait construire avec lui que des champs vectoriels tandis que, s'il est spinoriel, on pourra construire avec lui des champs spinoriels et vectoriels. » Or les deux types de champs sont nécessaires : on sait, en effet, que les fermions dont le spin est un multiple impair de $\frac{h}{4\pi}$ sont associés à des ondes spinorielles tandis que les bosons dont le spin est un multiple pair de $\frac{h}{4\pi}$ sont associés à des ondes vectorielles. Cette conception que le champ de base dont dérivent tous les autres champs associés aux particules est spinoriel est d'ailleurs tout à fait en accord avec la manière dont j'avais développé naguère la théorie générale des particules par la méthode que j'avais appelée « méthode de fusion » [9]. Cette méthode consiste, en effet, essentiellement à déduire toutes les équations d'ondes, respectivement spinorielles et vectorielles, des fermions et des bosons en prenant comme équation de base l'équation spinorielle de Dirac.

Pourquoi Einstein ne voulait-il pas attribuer au champ de base un caractère ondulatoire ? C'est qu'un tel champ lui paraissait devoir comporter une répartition spectrale et que, s'il en était ainsi, on perdait l'invariance par rapport à la transformation de Lorentz puisqu'une répartition spectrale ne peut pas être invariante pour cette transformation. Le champ de base posséderait alors des propriétés différentes pour des observateurs galiléens en mouvement relatif et pourrait constituer pour ces observateurs une sorte de repère universel analogue à l'éther des théories classiques, ce qui est contraire aux exigences de la théorie de la Relativité. Mais on peut opposer à cette objection une curieuse échappatoire qui a été signalée, il y a quelques années par M. Dirac [10]. Elle consiste à assimiler le champ de base à *un gaz homogène de particules indépendantes* dont les quantités de mouvement sont réparties uniformément en grandeur et en direction.

Précisons ce point intéressant. L'état stationnaire d'un gaz de particules indépendantes est complètement déterminé si l'on connaît l'expression $f(x, y, z, p_x, p_y, p_z)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}p_x\,\mathrm{d}p_y\,\mathrm{d}p_z = f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,\mathrm{d}\boldsymbol{p}$ qui donne la répartition des points représentatifs des particules dans l'extension-en-phase à six dimensions. Considérons alors un premier observateur galiléen et un élément $\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1 . \mathrm{d}\boldsymbol{p}_1$ de son extension-en-phase. Pour un deuxième observateur galiléen en mouvement relatif par rapport au premier avec la vitesse βc les points représentatifs qui, pour le premier observateur occupaient l'élément d'extension-en-phase $\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1 . \mathrm{d}\boldsymbol{p}_1$, occupent pour le second un élément d'extension-en-phase $\mathrm{d}\boldsymbol{r}_2 . \mathrm{d}\boldsymbol{p}_2$. Les formules relativistes qui expriment la transformation des vitesses et celle des composantes du vecteur Impulsion d'Univers lors de la transformation de Lorentz qui fait passer du premier observateur au second montrent que l'on a

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}_2 = \mathrm{d}\boldsymbol{r}_1 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{\beta}{c}v_z} \qquad \mathrm{d}\boldsymbol{p}_2 = \mathrm{d}\boldsymbol{p}_1 \frac{1+\frac{\beta}{c}v_z}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{14}$$

v_z étant la composante de vitesse dans le sens du mouvement relatif qui correspond à $\boldsymbol{p}_1$. On en tire

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1 . \mathrm{d}\boldsymbol{p}_1 = \mathrm{d}\boldsymbol{r}_2\,\mathrm{d}\boldsymbol{p}_2 \tag{15}$$

formule qui exprime l'invariance relativiste de l'élément d'extension-en-phase. On voit alors que si dans l'expression $f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,\mathrm{d}\boldsymbol{p}$ la fonction f ne se réduit pas à une constante, les propriétés du gaz *ne sont pas* les mêmes pour les deux observateurs : transposée dans le langage ondulatoire, cette conclusion conduit à l'objection d'Einstein. Mais si la fonction f se réduit à une constante (qui est nécessairement invariante), le gaz a les mêmes propriétés pour tous les observateurs galiléens et cet « éther de Dirac » n'est plus en contradiction avec le principe de Relativité.

On peut cependant adresser une critique à cette conception du champ de base. Si la répartition des particules du gaz de Dirac est donné par l'expression $C\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} . \mathrm{d}\boldsymbol{p}$, toutes les valeurs, même infiniment grandes, de l'énergie et de la quantité de mouvement sont présentes, ce qui peut paraître physiquement peu acceptable. On pourrait supposer que pour les très grandes valeurs de $\boldsymbol{p}$, la valeur de la constante C tombe rapidement à zéro, mais alors l'invariance relativiste de l'éther de Dirac n'est plus rigoureuse. Cependant, en prenant suffisamment grande la valeur de $\boldsymbol{p}$ pour laquelle C tombe à zéro, seuls des observateurs dont la vitesse par rapport à cet éther serait infiniment voisine de c pourraient s'apercevoir de leur mouvement relatif par rapport à cet éther et il semble que cela suffise pour écarter l'objection.

Il est tout naturel d'identifier le champ de base conçu comme un éther de Dirac avec le milieu subquantique de Bohm-Vigier. Nous sommes ainsi amenés à distinguer trois « niveaux » de la réalité physique : d'abord le *niveau macroscopique* des phénomènes à notre échelle qui est l'objet de la Physique classique : puis le *niveau microphysique ou quantique* où se manifestent les particules de matière et de lumière avec intervention des quanta et qui, échappant à nos observations directes, a pu cependant être indirectement exploré depuis plus d'un demi-siècle : enfin, plus profond et plus caché encore, le *niveau subquantique.* Les développements contemporains de la Physique quantique ont apporté de nombreux indices de l'existence d'un niveau subquantique. Apparitions et disparitions de particules (qui ont conduit, dans le cas des paires électrons-positon, à la conception due à Dirac d'un océan d'électrons à énergie négative qui resteraient cachés, même au niveau microphysique), création et annihilation des photons, interactions s'exprimant par des échanges de corpuscules dits « virtuels » qui semblent échapper au niveau microphysique, nécessité pour rendre compte de l'effet Lamb-Retherford et du moment magnétique légèrement anormal de l'électron de faire intervenir la constante interaction des particules avec le « vide » qui les entoure, tout cela semble bien indiquer que le niveau microphysique est en contact permanent avec un niveau plus caché. Le vide nous apparaît ainsi assez paradoxalement comme doué de propriétés physiques importantes, comme susceptible de polarisation et même, d'après un calcul de M. Bohm relatif à l'énergie du zéro absolu, comme le siège d'une quantité formidable d'énergie (10^{27} joules par centimètre cube !)

Il semble donc bien que partout, même dans ce que nous nommons le vide, le milieu subquantique soit présent et qu'il forme une substructure dont le niveau microphysique n'est que la superstructure. Pourquoi cette substructure échappe-t-elle totalement à nos observations ? Sans doute parce qu'assimilable à l'éther de Dirac, il est entièrement chaotique et ne produit au niveau microphysique que des effets nuls en moyenne. Immense réservoir d'énergie et de quantité de mouvement, le milieu subquantique, siège d'ondulations de très hautes fréquences entièrement incoordonnées, contiendrait de très petites régions de concentration constituant des particules « cachées » totalement inobservables. Mais dans ce milieu chaotique, pourraient s'organiser des propagations d'ondes ayant le caractère d'un écoulement d'ensemble entraînant une région de haute concentration : ce serait là les ondes u avec leur région singulière décelable au niveau microphysique parce qu'elles échapperaient au caractère chaotique du milieu subquantique. Ainsi les corpuscules associés aux ondes u émergeraient en quelque sorte du milieu subquantique dont ils constitueraient la superstructure, mais ils resteraient en constante interaction avec lui, ce qui permettrait d'expliquer les faits qui ont été rappelés plus haut.

Il convient encore de remarquer que la non-linéarité des équations du champ de base, et par conséquent des ondes u, serait sans doute à l'origine de toutes les interactions entre les corpuscules décelables ou cachés. Ici encore, nous rejoignons une idée d'Einstein qui, envisageant le cas particulier des interactions entre le champ électromagnétique et les charges électriques, affirmait que, dans les équations de Lorentz, il fallait supprimer les termes de source (en ρ et $\rho\boldsymbol{v}$) et les remplacer par des termes non linéaires, ces termes non linéaires devant déterminer la structure du champ et des charges et *toutes leurs interactions.*

Les idées développées dans le présent paragraphe, bien qu'appuyées sur certaines indications théoriques et expérimentales, sont évidemment audacieuses et ne constituent guère qu'un programme. Elles font néanmoins entrevoir une très belle image synthétique de la réalité physique et forme pour la théorie de la double solution une sorte de grandiose toile de fond.

11. Quelques mots sur la théorie des particules. — Une des caractéristiques les plus remarquables des découvertes expérimentales en Microphysique depuis une trentaine d'années a été la découverte d'un nombre considérable de particules fondamentales, la plupart d'ailleurs très instables et d'une très courte durée de vie.

Jusqu'en 1930, on ne connaissait encore que les deux particules stables de la matière, l'électron et le proton, ainsi que le photon de la lumière. Mais, en 1931-1932, en même temps qu'on commence à admettre sans preuve expérimentale directe l'existence du neutrino, on découvre le neutron, puis l'électron positif. Une idée importante nouvelle s'introduit alors dans la théorie : celle que non seulement les noyaux d'atomes qui sont complexes, mais même les particules fondamentales considérées comme simples se transforment aisément les unes dans les autres. Ainsi l'électron et le proton, qui comme constituants des noyaux peuvent être réunis sous le nom de nucléons, se transforment aisément l'un en l'autre avec émission d'un électron positif ou négatif et d'un neutrino. De même un photon peut se transformer en une paire électron-positon ou inversement.

En 1937, fut découverte une particule de masse intermédiaire entre celle de l'électron et celle du proton, particule appelée aujourd'hui le méson μ et dont la masse vaut 207 fois celle de l'électron. On a cru pendant quelque temps que ce méson μ était la particule dont l'existence avait été prévue par M. Yukawa dans un mémoire célèbre paru peu auparavant. Mais une dizaine d'années plus tard, on a découvert une autre sorte de mésons, les mésons π, de masse voisine de 274 fois celle de l'électron, et c'est le méson π qui nous apparaît aujourd'hui comme le véritable méson de Yukawa. Enfin, depuis dix ans, on a reconnu l'existence non seulement d'une autre sorte de mésons, les mésons K, de masse voisine de 965 fois celle de l'électron, mais d'autres particules encore nommées Λ^0, Σ ou Ξ dont la masse est supérieure à celle du proton et qu'on nomme pour cette raison des hypérons.

La découverte et l'identification de toutes ces particules a été progressive et parfois assez pénible. Il en est résulté une situation théorique assez confuse. On a reconnu que pour caractériser chaque sorte de particule, il fallait lui attribuer, en dehors de sa masse, de sa charge électrique et de sa durée de vie, d'autres caractéristiques nouvelles introduites plus ou moins empiriquement auxquelles on a donné les noms de spin isotopique I, de nombre baryonique N et de nombre d'étrangeté S. Grâce à l'introduction de ces caractéristiques, on a pu établir une classification probablement encore assez provisoire, des particules et l'on a abouti à une formule certainement importante qui exprime la charge électrique Q à l'aide des grandeurs I, N et S. C'est la formule de Gell-Mann.

$$Q = I + \frac{N + S}{2} \tag{16}$$

mais cette formule a un caractère tout à fait empirique.

En face de cette situation, les théories actuellement admises se trouvent dans une position assez difficile. Comme elles nient la localisation dans l'espace des particules et s'interdisent par suite toute représentation de leur structure, elles ne peuvent raisonner qu'en s'appuyant sur des considérations de symétrie et de théorie des groupes déduites des équations d'ondes ou des lois d'interaction qu'on attribue à ces particules. Malgré l'intérêt des résultats ainsi obtenus, il est douteux qu'ils puissent nous fournir une connaissance complète de la nature des particules.

Plusieurs raisons expérimentales et théoriques conduisent à penser qu'il faudrait rétablir la notion de dimensions d'une particule et réintroduire des grandeurs analogues au « rayon » classique de l'électron. De plus, pour pouvoir interpréter la signification physique du spin isotopique, du nombre baryonique et du nombre d'étrangeté définis jusqu'à présent d'une façon purement formelle, il faudrait les rattacher à la structure interne de la particule. Mais comment réintroduire d'une manière intelligible les dimensions et la structure interne des particules si la particule est quelque chose qui n'est pas localisée dans l'espace ? Ici encore le rétablissement de la localisation me paraît extrêmement souhaitable.

Un effort très vigoureux a été tenté en ce sens dans ces dernières années par M. Vigier et ses collaborateurs. Il a eu pour point de départ des études très approfondies effectuées par MM. Takabayasi, Bohm, Vigier, Hillion, Halbwachs et Lochak (1) sur l'hydrodynamique des fluides relativistes et, en particulier, sur celle qui correspond aux équations d'onde de Dirac. Ces études ont conduit leurs auteurs à une théorie de la rotation relativiste d'une « gouttelette liquide » : elle a fait apparaître des effets compliqués et jusqu'ici ignorés qui sont spécifiquement relativistes et qui fournissent des images nouvelles pour la description d'un objet en rotation. Comme il existe toujours, nous l'avons vu, une analogie étroite entre une image hydrodynamique et une propagation ondulatoire, on peut considérer une gouttelette liquide en tourbillonnement relativiste comme une image de la région singulière d'une particule à spin conçue suivant le modèle de la double solution. Il est alors naturel de chercher à identifier certaines des caractéristiques nouvelles introduites par l'hydrodynamique relativiste avec les grandeurs qui caractérisent la particule et qui se trouvent ainsi rattachées à sa structure interne. La quantification du modèle de particules ainsi obtenu a conduit M. Vigier et ses collaborateurs, dans les tentatives successives qu'ils ont faites, soit à la formule de Gell-Mann, soit à des formules analogues, mais toujours en parvenant à une interprétation des grandeurs à spin isotopique, nombre baryonique, nombre d'étrangeté... se rattachant directement au modèle structural adopté. Ces tentatives sont en constant développement et n'ont pas pris encore leur forme définitive, mais il y a là une voie pleine de promesses. Il est permis de croire que, dans le domaine de la théorie des particules, le rétablissement de la localisation se montrera nécessaire et fructueux.

Reste le problème de la masse. Les masses des particules fondamentales, généralement exprimées en prenant celle de l'électron comme unité, forment une suite d'apparence incohérente et l'on n'est pas encore parvenu à les relier par une relation, même empirique. Du point de vue de la théorie de la double solution, la masse d'une particule devrait résulter de la structure interne quantifiée de la particule, c'est-à-dire de ce qui passe dans sa région singulière où le champ ondulatoire obéit à des lois non linéaires : c'est dire la difficulté du problème. Pour autant qu'on puisse dire quelque chose sur une question aussi complexe, il semble qu'on puisse adopter deux attitudes différentes. Ou bien on admettra que la totalité (ou la presque totalité) de la masse de la particule résulte de la quantification de son champ intérieur et alors la masse apparaîtra comme une propriété de la particule. Ou bien, pour se rapprocher un peu des idées de M. Heisenberg, d'ailleurs très différentes dans leurs principes, on admettra que la masse d'une particule résulte de l'interaction, sans doute non linéaire, de cette particule avec toutes les autres particules de l'Univers, celles qui sont observables au niveau microphysique et probablement celles qui sont ensevelies dans le milieu subquantique. Il serait prématuré de choisir entre ces deux alternatives, mais il paraît assez probable que la détermination théorique de la masse des particules ne pourra s'effectuer d'une façon claire qu'en faisant intervenir leur structure interne, ce qui à mon avis implique nécessairement un retour à la localisation dans l'espace.

12. **Difficiles problèmes non résolus en théorie de la double solution.** — Je voudrais, pour terminer, mentionner quelques problèmes très difficiles, intimement reliés à l'énigme de la dualité onde-corpuscule ; je les ai étudiés à la fin d'un de mes ouvrages [1, *a*], mais il faut reconnaître que, dans le cadre de la théorie de la double solution, ils ne sont, à l'heure actuelle, aucunement résolus.

Je citerai d'abord le fait suivant : quand l'onde d'un corpuscule est formée par une superposition d'ondes monochromatiques, même si le champ extérieur est nul ou permanent, même si l'on fait abstraction des perturbations Bohm-Vigier, l'énergie que la formule du guidage attribue au corpuscule est constamment variable : seule sa moyenne pondérée pour toutes les positions possibles du corpuscule est constante. Cette circonstance est reliée au fait que les potentiels quantiques introduits par la théorie sont fonctions du temps. La conservation de l'énergie, ainsi d'ailleurs que celle de la quantité de mouvement, semblent donc en défaut. Il convient d'ailleurs d'observer que, même dans la théorie habituelle, il n'y a pas dans le cas d'une superposition d'ondes monochromatiques une véritable conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement puisque ces grandeurs ont en général toute une série de valeurs possibles et non pas une valeur bien déterminée. En théorie de la double solution, on pourrait essayer de « sauver » les principes de conservation en admettant qu'il y a un échange constant d'énergie et de quantité de mouvement, par l'intermédiaire des potentiels quantiques, entre le corpuscule et le milieu subquantique sous-jacent, mais ce n'est là qu'une suggestion.

Passons à une autre difficulté. Dans la théorie usuelle de la propagation des ondes qui repose sur des équations linéaires, les trains d'ondes en se propageant

(1) Je ne donne pas ici la bibliographie, déjà très abondante, de ces travaux.

s'étalent dans l'espace et corrélativement leur amplitude va s'en s'affaiblissant. L'étude mathématique de cet étalement montre qu'il est lié au fait que, dans la théorie linéaire des ondes, les trains d'ondes étant représentés par des superpositions d'ondes planes monochromatiques, ces ondes planes se propagent indépendamment les unes des autres en se déphasant et il en résulte l'étalement et l'affaiblissement progressifs du train d'ondes. Au point de vue de la théorie de la double solution, il semble en résulter une conséquence difficile à admettre : en effet, à l'extérieur de la région singulière, l'onde u doit se réduire à l'onde v qui obéit sensiblement à l'équation de la Mécanique ondulatoire : si donc l'on considère une région singulière, une bosse, implantée sur un train d'ondes v, la partie extérieure v de l'onde u devrait s'étaler en s'affaiblissant et l'onde u devrait tendre à se réduire à sa région singulière. En langage imagé, cela signifierait que le corpuscule devrait progressivement « perdre son onde ». L'intervention de la non-linéarité pourrait peut-être ici nous tirer d'embarras. D'une part, dans la région singulière, la non-linéarité doit être prépondérante et doit avoir pour effet de souder fortement ensemble les termes u_0 et v, ce qui pourrait avoir pour résultat d'empêcher le corpuscule de perdre son onde. D'autre part, remarque qui peut avoir de l'importance, la non-linéarité, peu sensible dans le corps du train d'ondes, pourrait réapparaître sur ses bords où les dérivées de u peuvent prendre de grandes valeurs : il y a là aussi une circonstance qui pourrait s'opposer à l'étalement du train d'ondes. Il semble donc que la théorie non linéaire des ondes u pourrait permettre d'obtenir des groupes d'ondes sans étalement, représentant par exemple un corpuscule qui se déplacerait d'un mouvement rectiligne et uniforme sans aucun affaiblissement du phénomène ondulatoire environnant.

Néanmoins, on peut aussi envisager pour ce genre de difficultés une autre solution qui paraît s'imposer dans d'autres cas tel que celui que nous allons maintenant étudier. Cette solution, c'est que l'onde v extérieure au corpuscule, après avoir subi un certain taux d'affaiblissement, puisse brusquement se reconstituer en reprenant une amplitude plus grande par une sorte de déclenchement dont on trouve beaucoup d'exemples dans les phénomènes non linéaires (oscillations de relaxation par exemple). Considérons un corpuscule qui traverse un écran absorbant. L'interprétation de faits expérimentaux incontestables impose, notamment dans le cas de la lumière et des photons, d'admettre que chaque fois qu'un corpuscule parvient à traverser l'écran sans être absorbé, il en sort avec une onde affaiblie. Si donc un corpuscule traverse successivement un nombre extrêmement grand d'écrans absorbants, il en sortira avec une onde v qui sera en quelque sorte infiniment affaiblie. Or en recevant sur un dispositif d'interférences les corpuscules qui auront traversé toute cette série d'écrans, on pourra obtenir un phénomène d'interférences où l'onde v, bien qu'infiniment faible, guide toujours le corpuscule vers une frange brillante où il se révèle avec la totalité de son énergie qui, elle, n'est aucunement affaiblie. Comment concevoir qu'une onde v, *quelque faible qu'elle soit*, puisse continuer à guider le corpuscule ? La difficulté est grande pour la théorie de la double solution, mais elle est, je crois, aussi grande dans l'interprétation probabiliste actuelle : en effet, dans cette interprétation, on doit dire qu'une onde de probabilité peut, si faible qu'elle soit, provoquer un phénomène d'interférences. L'objection reste la même avec la difficulté supplémentaire qu'on ne conçoit guère comment une onde de probabilité peut provoquer un phénomène. Mais, comme je l'ai indiqué plus haut, le caractère non linéaire de la théorie de la double solution sous sa forme actuelle pourrait permettre d'envisager une explication : l'onde v extérieure pourrait s'affaiblir considérablement sans que la liaison entre le corpuscule et l'onde en soit affectée, mais, quand cet affaiblissement atteindrait un certain taux critique, un brusque processus à caractère non linéaire amènerait une reconstitution de l'onde v avec son amplitude normale primitive. On comprendrait alors comment des photons provenant d'une nébuleuse lointaine pourraient donner lieu à des phénomènes d'interférences avec une énergie $h\nu$ aucunement affaiblie malgré l'incroyable affaiblissement que leur onde individuelle aurait dû subir, d'après les conceptions actuelles, en s'éparpillant à travers l'espace sidéral.

Les hypothèses que nous venons d'envisager sont évidemment très hardies et resteront douteuses tant qu'on n'aura pas pu les appuyer sur des calculs précis, mais elles ont l'intérêt de suggérer une idée générale assez séduisante. Il se pourrait que toutes les difficultés conceptuelles que rencontre la Mécanique quantique actuelle et son incapacité de nous offrir une image intelligible des phénomènes proviennent de ce qu'elle s'est enfermée *a priori* dans un formalisme linéaire alors que tous les phénomènes de la Physique paraissent bien être essentiellement non linéaires et ne devenir approximativement linéaires que dans des domaines limités.

Disons encore un mot au sujet des transitions brusques entre états stationnaires d'un système quantifié, conception introduite par M. Bohr avec le succès que l'on connaît dans sa théorie de l'atome. M. Bohr n'a pas tardé à penser que nous ne pouvons d'aucune manière nous représenter ces transitions quantiques, ce qu'il a exprimé en disant qu'elles « transcendaient » le cadre de l'espace et du temps. Est-ce bien sûr et faut-il renoncer aussi aisément à nous faire une représentation des phénomènes physiques ? Ces transitions brusques, qui sont liées à une interaction entre électron et champ électromagnétique, ne seraient-elles pas des processus extrêmement rapides, mais cependant de durée finie, analogues à ces passages brusques d'un état stable à un autre qui sont si fréquents en Mécanique non linéaire ? Je pose la question sans pouvoir naturellement y répondre avec certitude.

La théorie de la double solution, si elle parvenait à son but, devrait bien entendu rendre compte des succès de la théorie quantique des champs qui est si en vogue aujourd'hui parmi les théoriciens. Issue de la Mécanique ondulatoire par l'intermédiaire du procédé de seconde quantification, suggérée aussi par une analogie peut-être un peu factice entre le champ électromagnétique et un ensemble d'oscillateurs, la théorie quantique des champs fournit un formalisme cohérent qui contient certainement une grande part de vérité puisqu'il a permis de représenter d'importants phénomènes physiques comme l'effet Lamb-Retherford et la valeur légèrement anormale du moment magnétique de l'électron. Son grand mérite, à mes yeux, a été, en étudiant la création et la disparition des photons et des paires d'électrons et en analysant plus finement les réactions entre charges électriques et champs électromagnétiques, de nous avoir fait de plus en plus soupçonner l'existence d'un milieu sous-jacent avec lequel les particules du niveau quantique observable seraient en constante interaction.

Mais la théorie quantique des champs est très formelle et très peu descriptive et pour cette raison il me paraît possible qu'elle finisse par devenir stérile. Quand elle nous dit que les bosons sont caractérisés par la formule $[\Psi^+(\boldsymbol{r}'), \Psi(\boldsymbol{r})] = -\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$ et que les fermions sont caractérisés par la formule

$$[\Psi^+(\boldsymbol{r}'), \Psi(\boldsymbol{r})]_+ = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$$

où Ψ^+ et Ψ sont des opérateurs dans l'espace des nombres d'occupation, elle nous donne sans doute des formules exactes, mais il est difficile de penser qu'elle nous fasse ainsi comprendre ce que sont dans la réalité physique les bosons et les fermions.

La théorie quantique des champs nous apparaîtra peut-être un jour comme nous ayant fourni seulement une représentation statistique de certains aspects d'une réalité physique profonde qu'elle était incapable de décrire complètement.

Louis DE BROGLIE.

Manuscrit reçu le 8 octobre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] *a*) Louis de BROGLIE, Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire : la théorie de la double solution. Paris, Gauthier-Villars, 1956.

b) Louis de BROGLIE, La théorie de la mesure en mécanique ondulatoire, Paris, Gauthier-Villars, 1957.

c) Louis de BROGLIE, Nouvelles perspectives en microphysique, Paris, Albin Michel, 1956.

[2] *Journal de Physique*, 6e série, 1927, **8**, 225.

[3] BOHM (D.) et VIGIER (J. P.), *Phys. Rev.*, 1954, vol. **96**, 208.

[4] *a*) Louis de BROGLIE et ANDRADE E SILVA (J. L.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 529.

b) ANDRADE E SILVA (J. L.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **245**, 1893 et 2018 ; 1958, **246**, 391.

c) ANDRADE E SILVA (J. L.), *C. R. Acad. Sc.*, 1959, **248**, 1785, 1947 et 2291.

[5] TONNELAT (Mme M. A.), Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité, Paris, Masson, 1959.

[6] *a*) PETIAU (G.), *Nuovo Cimento*, 1958, vol. **9** (suppl. 2), 542. PETIAU (G.), *C. R. Acad. Sc.*, Nombreuses notes de 1954 à 1959.

b) DESTOUCHES (J. L.), *Journal de Physique*, 1955, **16**, 81 ; 1957, **18**, 632 ; 1958, **19**, 135. La quantification en théorie fonctionnelle des corpuscules, Paris, Gauthier-Villars, 1956. Corpuscules et champs en théorie fonctionnelle, Paris, Gauthier-Villars, 1958.

[7] CORNELIUS LANCZOS, *Review of modern Physics*, 1957, vol. **29**, 337.

[8] Mémoires non encore publiés.

[9] Louis de BROGLIE, Théorie générale des particules à spin (méthode de fusion), 2e édition, Paris, Gauthier-Villars, 1954.

[10] DIRAC (P. A. M.), *Nature*, 1951, vol. **168**, 906.