

INSTITUT DE FRANCE

ACADÉMIE DES SCIENCES.

Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 253, p. 1078-1081, séance du 28 août 1961.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la thermodynamique du corpuscule isolé.*
Note de M. **LOUIS DE BROGLIE**.

L'auteur expose des idées théoriques qui permettraient de relier le principe de moindre action au second principe de la Thermodynamique.

Dans des travaux publiés ⁽¹⁾ dans la période 1946-1948 et dans un cours (non publié) de l'année scolaire 1948-1949, j'avais étudié les analogies entre grandeurs mécaniques et grandeurs thermodynamiques signalées jadis par Helmholtz et Boltzmann. Mon attention a été récemment attirée de nouveau sur cette question par un intéressant article de M. Terletski ⁽²⁾, mais, après les travaux que j'ai poursuivis dans ces dernières années sur la théorie de la double solution, elle m'est apparue sous un aspect nouveau que je vais exposer.

Rappelons d'abord un résultat de Boltzmann sur les systèmes périodiques. Soit un système mécanique dont le mouvement est défini par une coordonnée q à variation rapide de période $\tau = 1/\nu$ et par des variables a_i qui restent constantes quand le système est dans un état déterminé, mais varient lentement quand il passe d'un état à un autre d'une manière réversible. La variable q est une variable microscopique représentant l'état interne du système : elle est analogue aux coordonnées des molécules d'un gaz. Les variables a_i sont des variables macroscopiques traduisant les conditions auxquelles le système est soumis et leur variation correspond au travail effectué de l'extérieur sur le système. Ceci posé, voici le résultat de Boltzmann : si \mathcal{A} est l'intégrale cyclique d'action maupertuisienne prise

sur une période du mouvement interne, la quantité de chaleur fournie au corps quand il subit un changement d'état réversible est

$$(1) \quad \delta Q = \nu \delta \alpha.$$

En comparant cette formule avec la relation thermodynamique $dQ = T \delta S$, j'avais envisagé notamment les correspondances suivantes entre grandeurs mécaniques et grandeurs thermodynamiques

$$(2) \quad h\nu_c = kT, \quad \frac{S}{k} = \frac{\alpha}{h},$$

où k est la constante de Boltzmann, h la constante de Planck, ν_c la fréquence cyclique interne du système (fréquence d'horloge). Or, d'après les idées de base de la Mécanique ondulatoire, tout corpuscule possède une sorte de vibration interne dont la fréquence dans le système propre est $\nu_0 = m_0 c^2 / h$. Aussi les formules (2) m'avaient-elles amené à écrire : « Il y a là l'amorce d'une thermodynamique du point matériel », mais à cette époque je ne voyais pas du tout ce que pouvait signifier une thermodynamique du corpuscule isolé. Aujourd'hui les conceptions de la théorie de la double solution complétées par l'hypothèse du « milieu subquantique » de MM. Bohm et Vigier me semblent permettre de comprendre la possibilité d'une telle thermodynamique.

En effet, dans la théorie de la double solution, à toute propagation d'onde de la Mécanique ondulatoire, on fait correspondre un écoulement hydrodynamique du type de Madelung et l'on admet que le corpuscule associé décrit l'une des lignes de courant avec la vitesse définie par la « formule du guidage ». Mais cette image est insuffisante et, pour rendre compte de la signification statistique du $|\Psi|^2$, il faut supposer que le corpuscule est en constante interaction avec un milieu subquantique qui joue le rôle d'un « thermostat caché ». Au mouvement régulier défini par la formule du guidage doit alors se superposer un mouvement brownien entièrement aléatoire qui fait continuellement passer le corpuscule d'une ligne de courant sur une autre. Selon cette vue un corpuscule éloigné de tout autre corpuscule observable ne serait isolé qu'en apparence puisqu'il serait en contact permanent avec un thermostat caché et l'on pourrait comprendre pourquoi il serait possible de lui appliquer des conceptions thermodynamiques.

Revenons aux relations (2). Au point de vue des variances relativistes, la première est satisfaisante parce que ν_c et T se transforment de la même façon quand on passe du système propre du corpuscule à un autre système galiléen ($\nu_c = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$, $T = T_0 \sqrt{1 - \beta^2}$). Au contraire, la deuxième relation n'est pas correcte parce que l'entropie est invariante et que l'action maupertuisienne ne l'est pas. Il faut évidemment y remplacer l'action maupertuisienne par l'action hamiltonienne qui, elle, est invariante. Pour faire cette substitution, il est naturel de définir l'intégrale cyclique

d'action hamiltonienne par une intégrale prise dans le système propre du corpuscule pendant la période $\tau_0 = 1/\nu_0$ de sa vibration interne : son expression dans un système galiléen quelconque sera donc

$$(3) \quad \textcircled{A} = \int_0^{\tau_0} \mathcal{L} dt,$$

avec $\tau_0 = \tau_0/\sqrt{1-\beta^2}$ et où \mathcal{L} est la fonction de Lagrange ($\mathcal{L} = -m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}$ pour un corpuscule libre).

Mais la thermodynamique relativiste nous apprend que, quand un corpuscule animé d'une vitesse βc constante reçoit une quantité d'énergie $\delta m_0 c^2/\sqrt{1-\beta^2}$ qui se traduit par une augmentation de sa masse propre, une fraction $\delta m_0 v^2/\sqrt{1-\beta^2}$ de cette énergie doit être considérée comme un travail fourni par les forces extérieures tandis que le complément $\delta m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}$ doit être considéré comme de la chaleur fournie au système $dQ = -d\mathcal{L}$. D'après (3), nous avons alors

$$(4) \quad \frac{1}{h} \delta \textcircled{A} = \frac{1}{h} \int_0^{\tau_0} \delta \mathcal{L} dt = \frac{\tau_0}{h} \delta \mathcal{L} = -\frac{\delta Q}{h\nu_0}$$

et, si nous admettons la première relation (2), nous trouvons

$$(5) \quad \delta Q = -\frac{k}{h} T \delta \textcircled{A}.$$

Si nous désignons par S l'entropie de la particule en contact avec le thermostat caché, la chaleur δQ fournie par le thermostat doit être égale à $\delta Q = T \delta S$ et, en comparant avec (5), nous sommes amené à définir la thermodynamique du corpuscule isolé par les formules

$$(6) \quad h\nu_0 = kT, \quad \frac{1}{h} \textcircled{A} = -\frac{1}{k} S.$$

Ces formules sont en accord avec la formule classique de thermodynamique relativiste $1/T = -\partial S/\partial \mathcal{L}$. Elles sont également en accord avec le schéma canonique de Helmholtz où l'on pose $T = dz/dt$ à condition de prendre $\varepsilon = - (1/k) A$.

La première formule (6) définissant la température T en fonction de la fréquence interne ν_0 du corpuscule considéré, il semble qu'on doive se figurer le milieu subquantique comme étant la réunion d'une série de thermostats, chacun constitué par des corpuscules cachés de même masse et ayant sa température propre. Peut-être par suite d'un effet de résonance, le corpuscule observable ne serait en interaction normale qu'avec les corpuscules cachés de même nature que lui.

La seconde formule (6) montre que le minimum de l'action A doit correspondre à la valeur maximale de l'entropie, c'est-à-dire à l'état de plus grande probabilité. Or la théorie de la double solution permet de

définir le mouvement du corpuscule par un principe de moindre action ⁽¹⁾, et cela même en dehors de l'approximation de l'optique géométrique. On voit alors que les mouvements définis par la formule du guidage correspondent à des états d'entropie maximale du type de ceux qu'envisage exclusivement la thermodynamique classique (non statistique). Les perturbations Bohm-Vigier subies par le corpuscule en contact avec le thermostat caché seraient, au contraire, des fluctuations aléatoires analogues à celles qu'envisage la thermodynamique statistique.

Il existe en physique trois grands principes d'extrémum : le principe de Fermat (extrémum de la phase) en Optique, le principe de moindre action en Mécanique et le principe du maximum de l'entropie en Thermodynamique. Dès 1923, j'avais indiqué que la Mécanique ondulatoire permet, à l'approximation de l'Optique géométrique, d'identifier le principe de Maupertuis avec le principe de Fermat. La théorie de la double solution va plus loin : en permettant (du moins pour les particules sans spin) de considérer l'action hamiltonienne comme toujours proportionnelle à la phase, elle ramène le principe de Hamilton à un principe d'extrémum de la phase, même en dehors de l'approximation de l'Optique géométrique. Enfin les considérations développées ci-dessus, si l'on en admet l'exactitude, permettraient de relier les deux premiers principes d'extrémum au second principe de la Thermodynamique.

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 298; *Cahiers de Physique*, 31-32, janvier 1948, p. 1.

⁽²⁾ *J. Phys. Rad.*, 21, 1960, p. 771.

⁽³⁾ Voir *Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris, 1956, chap. X, p. 111 et suiv.