LOUIS DE BROGLIE
DA ACADEMIA DAS CIÊNCIAS DE LISBOA

Sur un point de la théorie des Lasers

Comunicação à Classe de Ciências
em sessão de 21 de Novembro de 1963

Inv. n.º 1926

LISBOA
1963

On sait qu'en 1917, dans un mémoire célèbre, Albert EINSTEIN était parvenu à établir un lien entre la loi de distribution spectrale du rayonnement noir de Planck et la loi des fréquences de Bohr par l'intermédiaire de la formule de distribution canonique de Boltzmann-Gibbs. Son raisonnement était le suivant. Considérons des atomes d'un même élément ayant deux états quantifiés d'énergies E_2 et $E_1 > E_2$ et supposons-les plongés dans le rayonnement noir qui remplit une enceinte maintenue à la température absolue T. D'après la loi des fréquences de Bohr, l'un de ces atomes s'il subit la transition $1 \rightarrow 2$ ou la transition inverse $2 \rightarrow 1$ doit respectivement émettre ou abserber un photon de fréquence

$$\nu = \frac{E_1 - E_2}{h} \tag{1}$$

où h est la constante de Planck. Einstein suppose alors que, si l'un des atomes est dans l'état d'énergie E_2, la probabilité par unité de temps pour qu'il absorbe un photon d'énergie $h\nu$ emprunté à la composante de fréquence ν du rayonnement noir ambiant est égale à

$B\,\varrho(\nu)$, où $\varrho(\nu)$ est la densité spectrale du rayonnement noir pour la fréquence ν et où B est une constante. Si, au contraire, l'atome se trouve initialement dans l'état d'énergie E_1, il peut passer dans l'état d'énergie E_2 avec émission d'un photon d'énergie $h\nu$ de deux façons différentes, soit par un processus d'émission «spontanée» dont la probabilité par unité de temps aurait une valeur constante A, soit par un processus d'émission «stimulée» ou «induite» dont la probabilité par unité de temps serait égale à $B\varrho(\nu)$, B ayant la même valeur que dans le cas de l'absorption.

Or, dans l'état d'équilibre thermodynamique, la proportion N_2/N_1 des atomes qui se trouvent dans l'état E_2 et dans l'état E_1, est donnée d'après la loi de distribution canonique de Boltzmann-Gibbs par la formule

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{e^{-\frac{E_2}{hT}}}{e^{-\frac{E_1}{hT}}} = e^{\frac{h\nu}{kT}} \qquad (2)$$

(k, constante de Boltzmann)

Il est alors évident que l'équilibre thermodynamique implique la relation

$$N_1\,[A + B\varrho(\nu)] = N_2\,B\varrho(\nu) \quad . \qquad (3)$$

De (2) et de (3) on tire aisément

$$\varrho(\nu) = \frac{A}{B\,[e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1]} \qquad (4)$$

et, pour retrouver la loi de répartition spectrale de Planck pour le rayonnement noir qui s'écrit

(5) $$\rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide, il suffit de poser

(6) $$A = B \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$$

La formule (6) obtenue par Einstein est aujourd'hui couramment appliquée dans l'étude théorique du fonctionnement des dispositifs expérimentaux si importants qu'on nomme Masers et Lasers. Elle montre, en particulier, que le rapport A/B du coefficient d'émission spontanée au coefficient d'émission induite est beaucoup plus grand pour les Lasers que pour les Masers parce que les radiations lumineuses utilisées dans les Lasers ont une fréquence ν beaucoup plus élevée que les radiations hertziennes qui interviennent dans les Masers.

Mais on pourrait se demander si la formule (6) est vraiment valable pour les Masers et les Lasers. En effet, dans ces dispositifs, les atomes ne sont pas soumis à un rayonnement noir et la formule de distribution canonique avec l'intervention de la notion thermodynamique *usuelle* de température ne leur est pas applicable. Cependant la théorie générale de la quantification des ondes électromagnétiques, qui exprime que ces ondes transportent des photons, permet de démontrer que la formule (6) est générale et qu'elle est par suite valable dans le cas des Masers et des Lasers. Je me propose de le démontrer par un raisonnement direct très simple en raisonnant dans le cas des Lasers.

Soit un Laser dont la cavité, limitée aux deux bouts par des miroirs presque réfléchissants, a un volume V. Considérons dans cette cavité une onde stationnaire de fréquence ν qui porte n photons et supposons qu'un atome possédant deux états d'énergie quantifiée E_2 et $E_1 > E_2$ telles que la relation (1) soit satisfaite, soit plongé dans cette onde stationnaire. On sait par la théorie de la quantification du rayonnement que la probabilité du passage de la valeur n à la valeur $n+1$ du nombre des photons portés par une onde électromagnétique est proportionnelle à $n+1$, tandis que la probabilité du passage inverse de la valeur $n+1$ à la valeur n est proportionnelle à n.

Si donc l'atome est initialement dans l'état d'énergie E_2, la probabilité par unité de temps de son passage dans l'état d'énergie E_1 avec absorption d'un photon de l'onde stationnaire considérée sera $P_{21}=C_n$, C étant une constante. Posons $B=\frac{CV}{h\nu}$ et remarquons que la densité d'énergie de l'onde stationnaire à n photons est évidemment

$$\rho(\nu)=\frac{nh\nu}{V} \tag{7}$$

Nous obtenons

$$P_{21}=B\frac{nh\nu}{V}=B\rho(\nu) \tag{8}$$

Si l'atome est, au contraire, dans l'état initial d'énergie E_1 il pourra passer dans l'état d'énergie inférieure E_2 avec émission d'un photon sur l'onde stationnaire à n photons et la probabilité de cette transition par unité de temps sera

(9) $$P'_{12} = C(n+1) = B(n+1)\,\frac{h\nu}{V}$$

Mais l'atome peut aussi passer dans l'état d'énergie E_2 en émettant un photon d'énergie $h\nu$ sur l'une quelconque des ondes stationnaires qui peuvent s'établir dans la cavité de volume V et qui ne portent initialement aucun photon. Comme le nombre des ondes électromagnétiques stationnaires de fréquence ν qui peuvent s'établir dans une enceinte de volume V est donnée par la formule de Jeans

(10) $$n(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\,V$$

la probabilité par unité de temps d'une telle émission est

(11) $$P''_{12} = C\left[\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\,V - 1\right] = B\frac{8\pi h\nu^3}{c^3} - B\,\frac{h\nu}{V}$$

La présence dans le crochet du terme -1 est justifiée par le fait que nous avons déjà tenu compte, dans le calcul de P'_{12} de l'onde stationnaire qui porte n photons.

Finalement la probabilité totale de la transition $1 \rightarrow 2$ par unité du temps est

(12) $$P_{12} = P'_{12} + P''_{12} = B\,\frac{8\pi h\nu^3}{c^3} + B\varrho(\nu)$$

Si nous voulons, avec Einstein, écrire cette probabilité sous la forme $A + B\varrho(\nu)$ nous devons poser

$$A = B \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \tag{13}$$

Nous retrouvons ainsi la formule (6) sans avoir fait intervenir ni le rayonnement noir, ni la notion de température, ni la distribution canonique de Boltzmann-Gibbs.

LISBOA—OTTOSGRÁFICA, LIMITADA—1963