Ann. Inst. Henri Poincaré,
Vol. I, n° 1, 1964, p. 1-19.

Section A :
Physique théorique.

ACAD. DES SCIENCES
Fonds L. de BROGLIE

ACADÉMIE DES SCIENCES
ARCHIVES
INSTITUT DE FRANCE

La thermodynamique « cachée » des particules

par

Louis de BROGLIE

RÉSUMÉ. — L'auteur présente une vue d'ensemble des efforts qu'il a faits depuis 1951 en vue d'obtenir une image claire de la dualité onde-corpuscule. Reprenant des idées développées dès 1926-1927 sous le nom de la « théorie de la double solution » il a considéré d'abord le corpuscule comme un point de haute concentration localisé au sein d'un champ ondulatoire et se déplaçant suivant les lois d'une certaine « Dynamique du guidage ». Puis, il a reconnu la nécessité de compléter cette image, en superposant au mouvement défini par cette Dynamique une sorte d'agitation thermique aléatoire qui serait due à la constante interaction de toute particule avec une sorte de thermostat caché (milieu subquantique de Bohm-Vigier). Ceci l'a amené récemment à développer une « Thermodynamique de la particule isolée » dont il expose les principes fondamentaux et quelques applications.

L'interprétation de la Mécanique ondulatoire. — Il y a eu quarante ans à la fin de l'été 1963, que m'est apparue la nécessité d'étendre à toutes les particules, le double aspect ondulatoire et corpusculaire qu'Einstein, en 1905, nous avait révélé pour la lumière dans sa théorie des quanta de lumière. Ainsi qu'on le voit très bien, en relisant ma thèse soutenue à la fin de 1924, dont une réédition vient d'être achevée, mon but était d'arriver à obtenir une image synthétique dans laquelle le corpuscule, toujours considéré comme un petit objet localisé, se déplaçant en général dans l'espace au cours du temps, serait incorporé à une onde à caractère physique, de telle sorte que son mouvement soit lié à la propagation de l'onde.

Une des remarques essentielles dont j'étais parti et qui n'est jamais

mentionnée aujourd'hui dans les livres exposant la Mécanique quantique, est la différence entre la transformation relativiste de la fréquence d'une onde et celle de la fréquence d'une horloge. Il est bien connu que, si la fréquence d'une horloge envisagée dans son système propre est ν_0, la fréquence que lui attribue un observateur qui la voit passer avec la vitesse $v = \beta c$ est $\nu_c = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}$: c'est là ce qu'on nomme le phénomène de « ralentissement des horloges » par leur mouvement. Au contraire, si une onde, dans un certain système de référence est une onde stationnaire de fréquence ν_0 cette onde observée dans un système de référence animé de la vitesse $v = \beta c$ par rapport au premier, apparaît comme une onde progressive se propageant dans le sens du mouvement relatif avec la fréquence $\nu = \dfrac{\nu_c}{\sqrt{1-\beta^2}}$ et avec la vitesse de phase $V = \dfrac{c}{\beta} = \dfrac{c^2}{v}$. Si l'on attribue au corpuscule, comme le suggère la relation fondamentale du quantum $W = h\nu$ une fréquence interne $\nu_0 = \dfrac{m_0 c^2}{h}$ et, si l'on admet que dans le système propre du corpuscule, l'onde qui lui est associée est une onde stationnaire de fréquence ν_0, toutes les formules fondamentales de la Mécanique ondulatoire, notamment la célèbre formule $\lambda = \dfrac{h}{p}$, où p est la quantité de mouvement du corpuscule, se déduisent immédiatement des remarques précédentes.

Comme je considérais le corpuscule comme constamment localisé dans l'onde, j'avais bien aperçu la conséquence suivante : le mouvement du corpuscule est tel, qu'il assure la concordance permanente de la phase de l'onde progressive qui l'entoure, avec la phase interne du corpuscule considéré comme une petite horloge. Cette relation se vérifie immédiatement dans le cas simple d'un corpuscule en mouvement uniforme accompagné d'une onde plane monochromatique que j'avais principalement étudié dans ma thèse. Après ma thèse, approfondissant cette idée, j'avais été amené à penser que, quand l'onde a la forme générale

$$\psi = a(x, y, z, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi(x,y,z,t)}$$

où a et φ sont réelles, la concordance de phase entre le corpuscule et son onde exigeait que la vitesse du corpuscule en chaque point de sa trajectoire soit donnée par

$$\vec{v} = -\frac{1}{m}\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi.$$

Cette conception rejoignait celle qu'à la même époque, développait Madelung qui comparait la propagation de l'onde ψ de la Mécanique ondulatoire à l'écoulement d'un fluide fictif de densité $\rho = |\psi|^2$ et de vitesse

$$\vec{v} = -\frac{1}{m}\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi.$$

Avec l'image hydrodynamique de Madelung, mon hypothèse sur le mouvement du corpuscule s'exprimait en disant que la trajectoire du corpuscule coïncide avec l'une des lignes de courant du fluide hydrodynamique de Madelung. On en arrivait donc à considérer la propagation de l'onde comme imposant au corpuscule un mouvement déterminé : c'est ce que j'avais appelé la « théorie de l'onde-pilote ».

J'avais ensuite été amené à dépasser ce premier point de vue. A mon avis, il ne suffisait pas de superposer le corpuscule à l'onde en lui imposant d'être guidé par la propagation de celle-ci : il fallait se représenter le corpuscule comme *incorporé* à l'onde, comme faisant partie de sa structure. J'avais été ainsi conduit à ce que j'avais nommé « la théorie de la double solution » : elle admet que la véritable onde n'est pas homogène, qu'elle comporte une très petite région de haute concentration du champ qui constitue le corpuscule au sens étroit du mot, mais qu'en dehors de cette très petite région, cette onde coïncidait sensiblement avec l'onde homogène conçue par la Mécanique ondulatoire usuelle. J'avais alors exposé les premières bases de cette conception nouvelle dans un article du *Journal de Physique* de juillet 1927.

Malheureusement, cette tentative dans laquelle je n'introduisais pas encore l'idée d'un caractère non linéaire de l'équation d'ondes de l'onde véritable, se heurtait à de nombreuses difficultés. J'ai exposé plusieurs fois, ailleurs, comment, à la suite du Conseil Solvay d'octobre 1927, j'avais été amené à abandonner cette tentative et à me rallier, au moins à titre provisoire, à l'interprétation de l'École de Copenhague, mais dans les années qui suivirent, j'ai toujours conservé un mode d'exposé beaucoup plus « objectif » que ceux qu'on employait de plus en plus, pour ne pas trop m'éloigner de mes intuitions primitives. En 1951, après avoir fait dans les années précédentes des cours sur l'interprétation de la Mécanique ondulatoire où j'avais été amené à passer en revue les objections élevées par des savants comme Einstein, Schrödinger et d'autres contre l'interprétation usuelle, je me trouvais dans un état d'esprit favorable à un retour vers mes anciennes conceptions : les travaux de M. David Bohm dont j'ai eu alors connaissance et mes longues conversations sur ce problème avec M. Jean-Pierre Vigier

m'ont alors amené à reprendre la théorie de la double solution en y introduisant l'idée de non-linéarité.

Je ne puis développer ici les progrès qui ont été accomplis dans ces dernières années par l'interprétation de la Mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution. On pourra en suivre le développement progressif, en se reportant à deux Ouvrages que j'ai publiés chez Gauthier-Villars en 1956 et 1957 et à un article publié dans le *Journal de Physique* en décembre 1960. Je viens de publier, également chez Gauthier-Villars, un volume consacré à une critique minutieuse d'une série de petites erreurs d'interprétation qui me paraissent avoir contribué à orienter la Physique quantique dans une mauvaise voie. Je ne veux pas oublier de souligner l'aide continue que M. Andrade e Silva m'a apportée dans mon travail pendant ces dernières années par la finesse de ses analyses, notamment dans la rédaction de mon dernier livre.

Superposition au mouvement régulier du « guidage » d'un mouvement aléatoire. — Nous avons vu que dans la théorie de la double solution (ou de l'onde-pilote), on détermine le mouvement du corpuscule au sein de son onde écrite sous la forme $a\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ en admettant que sa vitesse est donnée par la formule du guidage :

$$\vec{v} = -\frac{1}{m}\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi, \tag{1}$$

m étant la masse du corpuscule. Cette forme de la formule du guidage n'est valable que dans la Mécanique ondulatoire non relativiste correspondant à l'équation de propagation de Schrödinger. Dans la Mécanique ondulatoire relativiste correspondant à l'équation de propagation de Klein-Gordon, la formule du guidage pour une particule de charge électrique ε placée dans un champ électromagnétique dérivant d'un potentiel scalaire V et d'un potentiel vecteur $\vec{A}$ prend la forme

$$\vec{v} = -c^2 \frac{\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi + \frac{\varepsilon}{c}\vec{A}}{\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \varepsilon V} \tag{2}$$

qui, à l'approximation newtonienne, se réduit bien à la forme (1). Dans le cas des particules à spin (par exemple pour l'électron de Dirac), on déduira la formule du guidage en écrivant toujours que la particule suit une des lignes de courant de l'écoulement hydrodynamique correspondant aux équations de propagation.

Je pense que le phénomène du guidage de la particule par le champ (ondulatoire) environnant résulte, comme en théorie de la Relativité générale, du fait que les équations du champ sont non linéaires et que cette non-linéarité, qui se manifeste presque uniquement dans la région corpusculaire, rend le mouvement de la particule solidaire de la propagation de l'onde qui l'environne. En employant une méthode analogue à celle qu'employa naguère Georges Darmois pour justifier le « postulat des géodésiques » en théorie de la Relativité générale et qui a été développée par M. Lichnerowicz, on peut représenter approximativement le corpuscule comme une singularité du champ ondulatoire et montrer que, pour des raisons de continuité, la singularité dans son mouvement doit rester constamment emprisonnée à l'intérieur d'un tube infiniment délié de lignes de courant du champ extérieur. Mais je ne puis insister ici sur cette justification de la formule du guidage.

Mais il y a une conséquence de la formule du guidage, sur laquelle il me faut insister. Même quand une particule n'est soumise à aucun champ extérieur, si l'onde qui l'environne n'est pas une onde sensiblement plane et monochromatique (donc si cette onde doit être représentée par une superposition d'ondes planes monochromatiques), le mouvement que lui impose la formule du guidage n'est pas rectiligne et uniforme. Cela m'avait amené dès 1927 à penser que le corpuscule subissait, de la part de l'onde environnante, une force qui incurvait sa trajectoire : cette « force quantique » serait égale au gradient changé de signe d'un potentiel quantique (Q) dont l'expression dans la Mécanique ondulatoire non relativiste s'écrit

$$Q = -\frac{h^2}{8\pi^2 m}\frac{\Delta a}{a}. \tag{3}$$

Mais, en Mécanique ondulatoire relativiste, on doit considérer que la force quantique est égale au gradient changé de signe de la quantité

$$M_0 c^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + \frac{h^2 c^2}{4\pi^2}\frac{\Box a}{a}} \qquad \left(\Box = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right). \tag{4}$$

Comme le potentiel quantique Q n'est défini qu'à une constante près, on peut écrire

$$Q = M_0 c^2 - m_0 c^2. \tag{5}$$

La quantité M_0, qui est fonction en général de x, y, z et t et qui se réduit quand Q est nul à la masse propre constante m_0 usuellement attribuée à la particule, peut être appelée la « masse propre variable » de la particule : elle va jouer un grand rôle dans ce qui suit. Il est d'ailleurs facile de vérifier

que la définition (5), compte tenu de la valeur (4) de M_0, se réduit à l'approximation newtonienne à la définition (3).

La théorie du guidage qui emploie les formules que nous venons de préciser impose à la particule un mouvement bien déterminé quand on se donne sa position dans l'onde à un instant initial donné. C'était là le point de vue que j'avais adopté primitivement en 1927 et auquel je m'en tenais encore quand j'ai repris la théorie de la double solution, il y a une douzaine d'années Mais bientôt, il m'est apparu avec une évidence croissante que cette conception n'était pas suffisante et qu'il fallait superposer au mouvement régulier et en quelque sorte « moyen » de la particule que définit la formule du guidage une espèce de mouvement « brownoïde » à caractère aléatoire.

Pour se rendre compte de la nécessité d'introduire ce nouvel élément dans la théorie, il faut se souvenir que si ρ désigne la densité du fluide fictif dans l'image hydrodynamique de la propagation d'ondes, densité qui, dans la Mécanique ondulatoire non relativiste, est égale à $|\psi(x, y, z, t)|^2$, on a été amené à considérer que la quantité $\rho\, d\tau$ donne la probabilité de la présence de la particule à l'instant t dans l'élément de volume $d\tau$ de l'espace physique. Pour tenter de justifier ce résultat en théorie de la double solution, on peut partir de l'équation de continuité du fluide fictif

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \tag{6}$$

équation dans laquelle $\vec{v}$ est précisément la vitesse de guidage. Si l'on considère le mouvement d'un élément de volume $d\tau$ qui contient toujours les mêmes éléments du fluide, on voit que l'équation (6) qui, avec une notation bien connue en hydrodynamique, peut s'écrire

$$\frac{D}{Dt}(\rho\, d\tau) = 0 \tag{7}$$

exprime la conservation au cours du temps du produit $\rho\, d\tau$. De même qu'en Mécanique statistique classique, le théorème de Liouville, qui s'exprime par $\dfrac{D}{Dt}\, d\tau = 0$, rend très vraisemblable *a priori* que la probabilité de la présence du point représentatif d'un système dans l'élément $d\tau$ de l'extension-en-phase est proportionnelle à la grandeur de cet élément, de même ici l'équation (7) rend *a priori* très vraisemblable que la probabilité de la présence de la particule dans l'élément $d\tau$ de l'espace physique est proportionnelle à $\rho\, d\tau$. Il y a une grande analogie entre les deux problèmes avec, cependant, cette différence que, dans la Mécanique statistique on considère le mouvement d'un point représentatif dans l'extension-en-phase, tandis

qu'ici nous considérons le mouvement d'une particule dans l'espace physique.

L'analogie des deux problèmes entraîne une analogie dans les difficultés rencontrées quand on examine avec soin la démonstration du résultat souhaité. Dans un cas comme dans l'autre, la validité du résultat exigerait que l'élément, au cours de son mouvement, balaie la totalité de l'espace (extension-en-phase dans un cas, espace physique dans l'autre) qui lui est accessible. On sait que, pour justifier cette hypothèse, on est amené en Mécanique statistique soit à tâcher de démontrer un théorème d'ergodicité, soit à introduire avec Boltzmann une hypothèse de « chaos moléculaire ». Dans le problème qui nous occupe, c'est la seconde voie qu'ont suivie MM. David Bohm et Jean-Pierre Vigier quand ils ont introduit en 1954, dans un article de la *Physical Review* l'idée du « milieu subquantique », idée dont l'importance m'est vite apparue comme capitale.

D'après MM. Bohm et Vigier, il existerait un milieu caché, correspondant à un niveau de la réalité physique plus profond que le niveau quantique ou microphysique, milieu avec lequel toutes les particules du niveau microphysique seraient constamment en interaction. La complexité de ce milieu, dont il me paraît prématuré de vouloir préciser exactement la nature, aurait pour conséquence, d'entraîner le caractère purement aléatoire des perturbations que son action impose au mouvement des particules microphysiques.

Sous l'influence de ces continuelles perturbations aléatoires que lui communique le « milieu subquantique », la particule, au lieu de suivre régulièrement l'une des trajectoires définies par la loi du guidage, saute constamment d'une de ces trajectoires sur une autre, parcourant ainsi en un temps très court, un très grand nombre de tronçons de ces trajectoires et si l'onde reste confinée dans une région finie de l'espace, cette trajectoire zigzagante a tôt fait d'explorer complètement toute cette région. On peut alors justifier l'affirmation que la probabilité de la présence de la particule dans un élément de volume $d\tau$ de l'espace physique doit être prise égale à $|\psi|^2 d\tau$. C'est ce qu'ont fait MM. Bohm et Vigier dans leur Mémoire : ils ont montré que la répartition de probabilité en $|\psi|^2$ doit ainsi s'établir très rapidement. M. Andrade e Silva, qui a beaucoup réfléchi sur ce sujet, a rattaché le succès de cette démonstration aux propriétés des « chaînes de Markhov ».

Sans insister sur ces démonstrations, je voudrais donner une image qui précisera le sens de ce qui précède. Considérons l'écoulement d'un fluide : l'hydrodynamique définit la trajectoire d'une molécule de ce fluide, qui, en chacun de ses points, est tangente à la « ligne de courant » passant par ce point et qui, dans le cas d'un mouvement permanent, coïncide avec

l'une des lignes de courant. Or, la trajectoire ainsi définie n'est qu'une trajectoire « idéale » ou « moyenne » qui ne serait effectivement décrite que si la molécule ne subissait aucune perturbation. Mais il n'en est rien : le fluide n'étant jamais au zéro absolu, ses molécules sont animées d'une agitation thermique due à leurs incessants chocs mutuels et pour cette raison, chacune d'elles passe constamment d'une trajectoire théorique sur une autre. C'est parce que les molécules décrivent ainsi une trajectoire continuellement zigzagante qu'il est permis, si ρ désigne la densité du fluide, de considérer la quantité $\rho\, d\tau$ comme mesurant la probabilité de la présence d'une molécule donnée dans l'élément $d\tau$.

Pour achever de montrer la nécessité d'introduire dans la théorie les perturbations Bohm-Vigier d'origine subquantique, je considérerai le cas d'un atome d'hydrogène dans un état stationnaire d'énergie E où la fonction d'onde est de la forme

$$\psi = a(x, y, z)\, e^{\frac{2\pi i}{h} Et}.$$

La formule du guidage nous donne alors $\vec{v} = 0$: ceci veut dire que l'électron est immobile en un point de l'atome et l'on vérifie d'ailleurs facilement que, dans ce cas, la force de Coulomb que le noyau exerce sur l'électron est exactement équilibrée par la force quantique. Mais, si l'électron était ainsi immobile, comment pourrait-on comprendre que la probabilité de présence de l'électron en tout point de l'atome soit donnée par l'expression

$$|\psi|^2 = |a(x, y, z)|^2 \quad ?$$

Tout peut s'expliquer si l'on admet que l'électron, tout en restant « en principe » immobile, sautille constamment d'une position à une autre, sous l'influence des continuelles perturbations d'origine subquantique. Et cet exemple démontre, d'une façon frappante, la nécessité de faire intervenir ces perturbations dans la théorie de la double solution, c'est-à-dire de superposer au mouvement régulier de la particule prévu par la théorie du guidage un mouvement brownoïde à caractère aléatoire.

Introduction de l'idée d'une Thermodynamique cachée. — On sait qu'à la fin du siècle dernier, grâce surtout aux travaux de Boltzmann et de Gibbs, s'était développée une interprétation statistique de la Thermodynamique dont le succès a été finalement total. Mais, dans la même période, certains auteurs, notamment Helmholtz et Boltzmann lui-même, avaient cherché, avec un certain succès, à faire des rapprochements entre les grandeurs introduites par la Thermodynamique et certaines grandeurs de la

Mécanique classique sans aucune intervention de considérations statistiques. Ces tentatives intéressantes avaient ensuite été assez oubliées et n'avaient plus guère été utilisées que dans la théorie des invariants adiabatiques (Léon Brillouin).

Pendant les années 1946-1948, j'ai repris dans des Notes aux *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, dans un cours à l'Institut Henri-Poincaré et dans un article des *Cahiers de Physique*, l'examen de ces anciens travaux et naturellement, j'ai essayé de les rapprocher des conceptions de la Mécanique ondulatoire. J'avais ainsi été amené à définir pour une particule en mouvement avec la vitesse βc une température T reliée à la fréquence cyclique interne de la particule qui, nous l'avons vu, est donnée par

$$\nu_c = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{m_0 c^2}{h} \sqrt{1 - \beta^2}$$

par la relation

$$k\mathrm{T} = h\nu_c,$$

où k est la constante de Boltzmann. J'avais aussi été amené à définir une entropie à partir de l'action de la particule au sens de la Mécanique. Ces analogies ne me donnaient pas complète satisfaction, mais elles me paraissent très curieuses. Aussi ai-je terminé mon article des *Cahiers de Physique* de janvier 1948, en écrivant cette phrase empreinte d'une certaine hésitation : « Il y a là l'amorce d'une Thermodynamique du point matériel qu'on pourrait chercher à développer dans le cadre de la Mécanique ondulatoire : il est assez difficile de dire où cette voie pourrait conduire et nous nous contenterons d'en avoir indiqué le point de départ. »

D'où provenait l'hésitation que cette phrase laissait voir ? Elle venait du fait que, persuadé que la thermodynamique est essentiellement d'origine statistique et n'a de sens que pour des systèmes très complexes, je ne pouvais pas comprendre comment il pouvait exister une thermodynamique valable pour une particule supposée isolée et c'est pourquoi, pendant plusieurs années, j'ai renoncé à tenter le développement d'une théorie de ce genre.

Mais, il y a deux ans, j'ai décidé de revenir à l'étude d'idées qui, malgré tout, avaient fortement retenu mon attention. Or, à cette époque, ayant repris depuis plusieurs années mes réflexions sur la théorie de la double solution, j'admettais l'existence du milieu subquantique. Très vite, un trait de lumière a jailli dans mon esprit. Si toute particule qui nous apparaît comme isolée à l'échelle microscopique peut constamment échanger de l'énergie et de la quantité de mouvement avec le milieu subquantique, celui-ci joue le rôle d'un « thermostat caché » avec lequel la particule est constamment en contact énergétique. Dès lors, il n'y a plus *a priori* aucun

paradoxe à vouloir développer une thermodynamique de la particule isolée. C'est ce que j'ai essayé de faire dans une première Note aux *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* en août 1961, puis, d'une façon qui me paraît plus satisfaisante, dans deux autres Notes aux *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* en août 1962. J'achève, en ce moment la réduction d'un livre où j'exposerai, comme je l'avais fait dans mon dernier cours à l'Institut Henri-Poincaré, pendant l'hiver 1961-1962, les principes de cette « Thermodynamique de la particule isolée ». Je remarquerai d'ailleurs que cette thermodynamique étant applicable à des ensembles de particules en interaction qui sont toutes en contact énergétique avec le thermostat caché le nom de « Thermodynamique cachée des particules » serait peut-être préférable au nom que, pour des raisons évidentes, j'avais d'abord adopté.

Mais, avant de vous exposer les bases et quelques applications de cette très attrayante théorie nouvelle, je dois d'abord rappeler quelques notions de Thermodynamique relativiste qui sont connues depuis longtemps (travaux de Planck et de son école vers 1910), mais qu'on enseigne rarement dans les cours des Facultés.

Rappel de quelques notions de Thermodynamique relativiste. — En Thermodynamique relativiste, on démontre que, si un corps envisagé dans son système propre possède une température T_0 et contient une quantité de chaleur Q_0, pour un observateur qui le voit passer avec une vitesse βc il possède une température T et contient une quantité de chaleur Q qui sont données par les formules :

$$T = T_0\sqrt{1-\beta^2}, \qquad Q = Q_0\sqrt{1-\beta^2}. \tag{8}$$

On démontre également, et ceci résulte presque immédiatement des formules (8), que l'entropie est un invariant relativiste, c'est-à-dire que $S = S_0$.

Avant d'aller plus loin, nous allons faire une convention de notation qui nous sera très utile dans la suite. Si A est une grandeur dont la valeur dépend de la masse propre M_0 d'un corps et aussi d'autres paramètres tels que la vitesse ou la position de ce corps, nous désignerons par $[\delta A]_{M_0}$ la petite variation qu'éprouve A quand, en maintenant M_0 constant, on fait varier légèrement les autres paramètres et par $\delta_{M_0}A$ la petite variation qu'éprouve A quand on fait légèrement varier M_0, les autres paramètres restant constants. Ceci posé, considérons un corps dans son système propre : sa masse propre sera M_0 et, d'après le principe de l'inertie de l'énergie, son énergie interne sera $W_0 = M_0c^2$. Si sa masse propre subit une légère variation δM_0, son énergie interne variera de $\delta W_0 = \delta M_0\, c^2$. Ceci ne peut avoir lieu que si le corps a reçu ou cédé la quantité d'énergie δW_0 et, comme

l'énergie interne est une énergie emmagasinée à l'intérieur du corps, on doit considérer la quantité $\delta M_0 c^2$ comme une quantité de chaleur δQ_0. Donc pour un observateur qui voit passer le corps avec la vitesse βc, la quantité de chaleur reçue ou cédée par le corps sera

$$\delta Q = \delta Q_0 \sqrt{1-\beta^2} = \delta M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}. \tag{9}$$

Or, il comme il est bien connu en Dynamique relativiste, pour cet observateur la fonction de Lagrange sera

$$\mathfrak{L} = -M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} + \ldots, \tag{10}$$

les termes non écrits ne dépendant pas de M_0. Nous avons donc

$$\delta Q = -\delta_{M_0} \mathfrak{L}. \tag{11}$$

Il est facile de retrouver cette formule par d'autres raisonnements plus complets que je donnerai dans le livre que je prépare. Je vais en indiquer un.

Plaçons-nous dans le système de l'observateur qui voit passer le corps avec la vitesse βc. Il peut écrire les deux formules de Dynamique relativiste

$$W = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \frac{d}{dt}\left[\frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}\right] = f. \tag{12}$$

De la seconde, on tire l'expression suivante du travail reçu par le corps pendant le temps δt :

$$\delta \mathcal{T} = f v \, \delta t = v \, \delta \frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{13}$$

Si l'on suppose la masse propre constante, comme on le fait habituellement en Dynamique relativiste, on vérifie facilement que le travail en question a pour valeur

$$[\delta \mathcal{T}]_{M_0} = [\delta W]_{M_0}, \tag{14}$$

ce qui est normal. Mais, si la masse propre peut varier, on aura pour le travail fourni au corps

$$\delta \mathcal{T} = [\delta \mathcal{T}]_{M_0} + \delta_{M_0} \mathcal{T} = [\delta W]_{M_0} + \frac{v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \delta M_0. \tag{15}$$

Or, on a alors aussi

$$\delta W = [\delta W]_{M_0} + \frac{c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \delta M_0 \tag{16}$$

et des équations (15) et (16) on tire

$$\delta W = \delta \mathcal{T} + \delta M_0 \, c^2 \sqrt{1-\beta^2}. \tag{17}$$

Comme le principe de la conservation de l'énergie donne $\delta W = \delta \mathcal{E} + \delta Q$, où δQ est la quantité de chaleur reçue par le corps, on retrouve les formules (9) et (11).

Thermodynamique de la particule isolée ou Thermodynamique cachée des particules. — Pour développer la thermodynamique de la particule isolée, nous admettrons d'abord que nous pouvons appliquer à une particule isolée de l'échelle microphysique la formule

$$\delta Q = - \delta_{M_0} \mathcal{L}. \tag{11}$$

De plus, nous admettrons aussi, en accord avec mes anciennes idées de 1946-1948, que la particule, en contact permanent avec le thermostat caché, peut être considérée comme ayant une température T définie par la formule qui a la covariance relativiste voulue

$$kT = h\nu_c = h\nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} = m_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2}. \tag{18}$$

Nous définirons l'entropie en la rapportant au thermostat caché qui est un système très complexe. Nous inspirant de la méthode employée jadis par Einstein dans ses travaux sur les fluctuations, nous écrirons l'entropie S du thermostat caché sous la forme

$$S = S_0 + S(M_0),$$

où S_0 est la partie de cette entropie qui est indépendante de la valeur fluctuante de la masse propre M_0 de la particule tandis que $S(M_0)$ est la petite partie de cette entropie qui dépend de la valeur de M_0. Nous aurons alors

$$\delta_{M_0} S = \delta S(M_0) = - \frac{\delta Q}{T} = \frac{\delta_{M_0} \mathcal{L}}{T}. \tag{19}$$

Le signe — figurant devant δQ provient du fait que δQ est la chaleur *cédée* par le thermostat caché à la particule. En utilisant les formules (10) et (11), nous obtenons

$$\delta S(M_0) = - k \frac{\delta M_0}{m_0}, \tag{20}$$

d'où enfin

$$S = S_0 - k \frac{M_0}{m_0}, \tag{21}$$

formule fondamentale où l'invariance du second nombre est bien mise en évidence.

Il est facile de tirer de cette formule une première conséquence importante.

En effet, d'après la formule de Boltzmann reliant l'entropie à la probabilité, la probabilité de la valeur M_0 de la masse propre fluctuante doit être proportionnelle à $e^{\frac{S}{k}}$, c'est-à-dire à $e^{-\frac{M_0}{m_0}}$. On en conclut que la valeur moyenne de M_0 pour une particule en dehors de tout champ de force (classique ou quantique)

$$\overline{M_0} = \frac{\int_0^\infty M_0 e^{-\frac{M_0}{m_0}} dM_0}{\int_0^\infty e^{-\frac{M_0}{m_0}} dM_0} = m_0. \tag{22}$$

Ainsi la masse propre constante m_0 usuellement attribuée à la particule nous apparaît comme étant la valeur moyenne de la véritable masse propre instantanée M_0 qui est fluctuante.

Une autre conséquence intéressante de cette théorie, c'est d'établir un lien entre le principe de moindre action et le second principe de la Thermodynamique. Le principe de moindre action de Hamilton nous dit que si, dans son mouvement naturel conforme aux lois de la Dynamique, la particule part d'un point A à l'instant t_0 pour arriver en un point B à l'instant t_1, l'intégrale d'action prise le long de ce mouvement est minimale par rapport à la même intégrale prise le long de tout mouvement « varié » qui amènerait la particule du point A à l'époque t_0 au point B à l'époque t_1. On est donc conduit à écrire

$$\int_{t_0}^{t_1} [\delta \mathfrak{L}]_{M_0} dt = 0, \qquad \int_{t_0}^{t_1} [\delta^2 \mathfrak{L}]_{M_0} dt > 0, \tag{23}$$

les variations premières et secondes de $\mathfrak{L}$ étant prises en maintenant la masse propre M_0 constante et égale à sa valeur normale m_0.

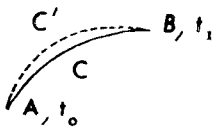

FIG. 1.

J'ai introduit ici une hypothèse qui me paraît avoir une signification physique très intéressante.

ACB étant la trajectoire naturelle, j'ai supposé que les trajectoires variées

telles que AC'B ne correspondent pas, comme on le suppose d'habitude, à des mouvements fictifs imaginés par le théoricien, mais à des mouvements qui peuvent réellement avoir lieu quand la masse propre M_0 de la particule subit entre t_0 et t_1 une certaine suite de fluctuations. Alors la trajectoire fluctuée de AC'B doit, d'après le principe de Hamilton, être déterminée par l'équation

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta(\mathcal{L} + \delta\mathcal{L})\,dt = \int_{t_0}^{t_1} (\delta\mathcal{L} + \delta^2\mathcal{L})\,dt = 0. \tag{24}$$

Mais ici, la masse propre n'étant plus supposée constante, on doit écrire

$$\delta\mathcal{L} = [\delta\mathcal{L}]_{M_0} + \delta_{M_0}\mathcal{L}\,; \qquad \delta^2\mathcal{L} = [\delta^2\mathcal{L}]_{M_0} + \delta^2_{M_0}\mathcal{L}, \tag{25}$$

où $\delta^2_{M_0}\mathcal{L}$ désigne l'ensemble des termes qui, dans $\delta^2\mathcal{L}$ dépendent de la variation de M_0. On a donc sur AC'B

$$\int_{t_0}^{t_1} \{\, [\delta\mathcal{L}]_{M_0} + \delta_{M_0}\mathcal{L} + [\delta^2\mathcal{L}]_{M_0} + \delta^2_{M_0}\mathcal{L} \,\}\, dt = 0. \tag{26}$$

Mais l'intégrale du premier terme est nulle en vertu du principe de Hamilton et l'on peut vérifier facilement que le quatrième terme est négligeable devant les autres. Finalement, il reste en tenant compte de (23)

$$-\int_{t_0}^{t_1} \delta_{M_0}\mathcal{L}\,dt = -(t_1 - t_0)\,\overline{\delta_{M_0}\mathcal{L}} = \int_{t_0}^{t_1} [\delta^2\mathcal{L}]_{M_0}\,dt > 0, \tag{27}$$

$\overline{\delta_{M_0}\mathcal{L}}$ étant une moyenne temporelle entre t_0 et t_1. Alors comme $t_1 - t_0$ est positif et que $-\delta_{M_0}\mathcal{L}$ est la chaleur cédée par le thermostat cachée à la particule, on voit qu'en moyenne temporelle cette quantité de chaleur, qui est nulle sur la trajectoire naturelle, est positive sur la trajectoire fluctuée. En d'autres termes, l'entropie S diminue en moyenne quand on passe de ACB à AC'B. L'entropie est donc maximale sur la trajectoire naturelle par rapport aux fluctuations soumises aux conditions de la variation hamiltonienne. La trajectoire naturelle est donc plus probable que les trajectoires fluctuées. Ainsi apparaît un lien très curieux entre le principe de moindre action et le second principe de la Thermodynamique quand on se place dans notre cadre d'idées [1].

---

[1] En termes imagés, on peut dire que la trajectoire naturelle suit le talweg d'une vallée de néguentropie. Pour le cas où il y a entre les points A et B un « foyer cinétique » par rapport à A, voir *C. R. Acad. Sc.*, t. 257, 1963, p. 1822.

La situation d'une particule au contact énergétique permanent avec un thermostat caché présente une certaine analogie avec celle d'un granule, visible au microscope optique et soumis à l'action de la pesanteur, qui se trouve en suspension dans un fluide dont les molécules constituent un thermostat caché. Au moment où Jean Perrin poursuivait ses célèbres expériences sur des granules de ce genre, des théories thermodynamiques approfondies des fluctuations d'altitude des granules dans le fluide ont été développées par Smoluchowsky, notamment avec la méthode d'Einstein, et sont très intéressantes à comparer avec notre théorie.

Les transitions quantiques et la « prérogative » des états monochromatiques. — Depuis la théorie de l'atome de Bohr en 1913, on a attribué aux transitions quantiques qui font passer un système quantifié d'un état stationnaire à un autre un caractère qu'on pourrait qualifier de mystique. On renonce, en effet, à s'en faire une image quelconque et M. Bohr n'a pas hésité à affirmer qu'elles « transcendaient » toute description en termes d'espace et de temps. C'est ce qui avait amené Schrödinger à dire ironiquement que, dans la théorie quantique actuelle, on décrivait minutieusement les états stationnaires où il ne se passe rien, mais qu'on se refusait à rien dire des transitions quantiques où il se passe quelque chose.

L'idée introduite par la théorie de la double solution que la Mécanique ondulatoire en dernière analyse doit reposer sur des équations non linéaires permet de penser que, si les transitions quantiques échappent à la théorie usuelle, c'est qu'elles constituent des processus essentiellement non linéaires. Elles seraient des processus transitoires très brefs analogues à ceux qu'on a déjà rencontrés dans plusieurs théories non linéaires en Mécanique et en Physique quand il y a passage brusque d'un cycle limite à un autre. Cette idée très attrayante avait déjà été envisagée. il y a quelques années, par MM. Cap et Destouches et elle a été reprise dernièrement par MM. Fer, Lochak et Andrade e Silva qui ont publié, à ce sujet, des Notes d'un grand intérêt.

Or, quand MM. Fer, Lochak et Andrade e Silva ont eu connaissance de ma première Note d'août 1961 sur la Thermodynamique de la particule isolée, après m'avoir fait fort justement remarqué que mes formules déduites de la relation $dS = \frac{dQ}{T}$ ne s'appliquaient qu'aux phénomènes réversibles, ils m'ont suggéré que les états transitoires très brusques qu'ils avaient considérés pourraient bien être des transformations s'accompagnant d'une brusque augmentation de l'entropie et que le passage d'un état stationnaire

à un autre pourrait bien comporter le franchissement d'une vallée d'entropie (ou montagne de néguentropie).

Pendant l'hiver dernier 1962-1963, j'ai été amené à réfléchir plus profondément à ces intéressantes suggestions. Pour faire comprendre l'orientation de ma pensée à ce sujet, je partirai de la remarque que, dans la théorie usuelle, on accorde une sorte de prérogative aux états qu'on peut qualifier de « monochromatiques », en précisant que j'entends par là, d'une part, les états stationnaires des systèmes quantifiés qui sont associés à une onde stationnaire monochromatique représentée par une fonction propre de l'hamiltonien, d'autre part, dans le cas des particules en mouvement progressif, les états associés à des groupes d'ondes limités qui sont assimilables dans la majeure partie de leur extension à une onde plane monochromatique. Cette prérogative consiste en ceci qu'on regarde ces états monochromatiques comme plus normalement réalisés que les états représentés par une superposition de fonctions propres ou d'ondes planes monochromatiques. Dès les débuts de la théorie atomique de Bohr, on a considéré l'atome comme se trouvant nécessairement toujours dans un état stationnaire et quand, plus tard, on a traduit la théorie de Bohr dans le langage de la Mécanique ondulatoire, on a admis que les états représentés par des superpositions de fonctions propres n'avaient qu'une existence très fugitive et qu'en définitive, l'atome était toujours saisi par l'observation dans un état stationnaire représenté par une des fonctions propres. En théorie quantique des champs, la même prérogative se manifeste par le fait que les « nombres d'occupation » sont en général rapportés aux ondes planes monochromatiques. Dans un des articles très pénétrants qu'il avait consacrés à la critique des conceptions quantiques actuelles, Schrödinger s'était étonné avec raison de cette prérogative des états monochromatiques : il pensait qu'elle était injustifiée parce que *a priori* un état de superposition a un caractère plus général qu'un état monochromatique (la fonction $\psi = \sum_i c_i \psi_i$ est plus générale que la fonction $\psi = \psi_i$). Et cependant le succès de l'hypothèse que les états monochromatiques ont effectivement une prérogative ne permet guère de douter, contrairement à l'opinion de Schrödinger, que cette prérogative ne soit justifiée.

Mais tout pourrait s'expliquer si l'on admettait, comme j'ai été amené à le faire, que les états de superposition, ayant une entropie plus petite et par suite une probabilité plus faible que les états monochromatiques, sont en quelque sorte instables et que des transitions quantiques à caractère irréversible (et peut-être même dans certains cas des processus réversibles)

ramènent toujours rapidement particules ou systèmes vers des états monochromatiques à entropie plus élevée. Il devient alors évident que les états de superposition seront en général de brève durée et tendront à se transformer en états monochromatiques dès que les conditions imposées à la particule ou au système permettront les échanges d'énergie ou de quantité de mouvement nécessaires pour cela.

Pour établir sur une base solide l'idée que je viens d'exposer, il faudrait démontrer d'une façon générale, à partir de la Thermodynamique cachée des particules, que l'entropie des états de superposition est inférieure à celle des états monochromatiques. Je ne possède pas à l'heure actuelle une démonstration générale de ce fait, mais j'en ai trouvé des démonstrations dans un certain nombre de cas particuliers. Pour ne pas trop allonger cet exposé, je ne donnerai pas ici ces démonstrations et je me contenterai d'en indiquer le principe.

J'écris d'abord à nouveau, les définitions (5) et (21) du potentiel quantique et de l'entropie

$$Q = M_0c^2 - m_0c^2, \qquad S = S_0 - k\,\frac{M_0}{m_0}$$

qui nous conduisent à écrire

$$S = S_0 - k - k\,\frac{Q}{c^2}. \tag{28}$$

Or, dans les cas que j'ai pu étudier, le potentiel quantique Q est nul dans les états monochromatiques de sorte que ces états ont l'entropie « standard » $S = S_0 - k$. Dans les états de superposition, Q est différent de zéro et l'on peut démontrer facilement que $\overline{Q} = \int Qa^2 d\tau$ est positif. L'entropie d'un état de superposition aura donc, d'après (28), pour valeur moyenne

$$\overline{S} = S_0 - k - k\,\frac{\overline{Q}}{c^2} < S_0 - k. \tag{29}$$

Il en résulte bien que, dans les cas que j'ai pu étudier, l'entropie des états de superposition est, en moyenne, inférieure à celle des états monochromatiques.

Il est intéressant de remarquer que l'instabilité des états de superposition paraît ainsi être liée à l'apparition dans ces états d'un potentiel quantique positif entraînant une augmentation de la masse propre M_0 de la particule ou du système, d'où, d'après la formule fondamentale (21), une diminution de l'entropie. Ceci paraît montrer le lien étroit qui existe entre notre Thermo-

dynamique cachée et les notions nouvelles qui ont été introduites par la théorie du guidage et la théorie de la double solution (²).

Conclusion. — Je viens de présenter une vue d'ensemble de l'évolution de ma pensée depuis le moment où, reprenant mes idées primitives sur la véritable signification physique de la Mécanique ondulatoire, j'ai cherché à en donner une réinterprétation dont les points, à mes yeux, les plus essentiels sont qu'elle rétablit l'image claire de la particule comme un très petit objet constamment localisé dans l'espace au cours du temps et qu'elle rend à l'onde le caractère d'un champ à existence objective qui se propage dans l'espace au cours du temps. J'ai été ainsi conduit, dans le cadre de la théorie de la double solution à reprendre la « formule du guidage » qui attribue à la particule un mouvement bien déterminé, analogue à celui que l'Hydrodynamique classique attribue à une molécule d'un fluide, molécule dont le mouvement s'opère à chaque instant en suivant l'une des lignes de courant de l'écoulement hydrodynamique.

J'obtenais ainsi une image claire, mais, je l'ai reconnu ensuite, sans doute trop rigide. J'ai aperçu alors la nécessité de superposer au mouvement régulier moyen de la particule défini par la formule du guidage une sorte d'agitation thermique aléatoire, tout comme d'ailleurs se superpose dans le mouvement réel d'une molécule d'un fluide au mouvement régulier défini par les lignes de courant une agitation thermique aléatoire. Pour la molécule d'un fluide, cette agitation thermique est due à ses chocs avec les autres molécules du fluide, mais pour une particule isolée de l'échelle microphysique une semblable agitation ne peut guère être attribuée qu'à son contact énergétique permanent avec une sorte de thermostat caché qu'il est naturel d'identifier avec le milieu subquantique de MM. Bohm et Vigier.

D'ailleurs, si l'on y réfléchit, il paraît bien naturel que l'interprétation probabiliste actuelle de la Mécanique ondulatoire, souvent désignée sous le nom de Mécanique quantique, conduise finalement à l'introduction de notions thermodynamiques nouvelles puisqu'elle introduit les probabilités dans le comportement d'une particule microphysique, même en apparence isolée, et que le lien étroit existant entre la thermodynamique statistique et l'apparition des probabilités dans les théories physiques suggère presque nécessairement l'existence d'une thermodynamique cachée derrière ce comportement. Depuis longtemps, Einstein l'avait bien senti et il pensait

(²) Sur la définition de l'énergie dans la Thermodynamique cachée des particules, *voir* Louis DE BROGLIE, *C. R. Acad. Sc.*, t. 257, 1963, p. 1430.

que l'intervention des probabilités en Mécanique ondulatoire devait conduire à attribuer aux particules microphysiques une sorte de mouvement brownien. Or, qui dit mouvement brownien dit aussi fluctuations et thermodynamique.

BIBLIOGRAPHIE

Louis DE BROGLIE :

Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire : la théorie de la double solution, Gauthier-Villars, Paris, 1956.

La théorie de la Mesure en Mécanique ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris, 1957.

L'interprétation de la Mécanique ondulatoire (*J. Phys. Rad.*, t. 20, 1959, p. 963).

Étude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris, 1963.

La Thermodynamique de la particule isolée (*C. R. Acad. Sc.*, t. 253, 1961, p. 1078; t. 255, 1962, p. 807 et 1052).

D. BOHM et J.-B. VIGIER, *Model of the causal interpretation of quantum theory in terms of a fluid with irregular fluctuations* (*Phys. Rev.*, t. 96, 1954, p. 208).

F. FER, J. ANDRADE E SILVA, Ph. LERUSTE et G. LOCHAK, *C. R. Acad. Sc.*, t. 251, 1960, p. 2305, 2482 et 2662; *Cahiers de Physique*, n° 129, 1961, p. 210; n° 137, 1962, p. 1.

J. ANDRADE E SILVA et G. LOCHAK, *C. R. Acad. Sc.*, t. 254, 1962, p. 4260.

G. LOCHAK, *C. R. Acad. Sc.*, t. 254, 1962, p. 4436; t. 256, 1963, p. 3601.

(Manuscrit reçu le 23 septembre 1963).

ACADÉMIE DES SCIENCES ARCHIVES INSTITUT DE FRANCE