

Avec l'hommage de l'auteur
Louis de Broglie

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la transformation relativiste de la quantité de chaleur et de la température et la Thermodynamique cachée des particules.*
Note (*) de M. **LOUIS DE BROGLIE**, Membre de l'Académie.

L'auteur reprend la démonstration des formules de transformation relativistes de la quantité de chaleur et de la température et fait une remarque historique intéressante au sujet de la Thermodynamique cachée des particules.

La Thermodynamique cachée des particules que j'ai développée depuis quelques années ⁽¹⁾ repose essentiellement sur les formules de transformation relativistes de la chaleur et de la température

$$(1) \quad Q = Q_0 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad T = T_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

qui sont classiques depuis les travaux de Planck et de Laue.

On s'est parfois étonné de voir que ces formules diffèrent de la formule correspondante $W = W_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$ valable pour l'énergie et récemment M. Arzeliers ⁽²⁾ a prétendu démontrer les formules

$$(2) \quad Q = \frac{Q_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Le raisonnement de M. Arzeliers m'a dès l'abord paru inexact et un jeune chercheur marocain, M. Abdelmalek Guessous ⁽³⁾, a montré par une analyse approfondie du cas des gaz parfaits la validité des formules (1).

Je vais indiquer ici un raisonnement plus détaillé que celui qui figure dans la *Thermodynamique cachée des particules* (p. 49 et ss) pour justifier les formules (1). Pour cela, nous ferons tous les calculs dans un certain système de référence galiléen R et nous supposons que, dans l'état initial, un corps C (particule ou système complexe) est immobile dans R et en contact avec un thermostat de température T_0 . Le corps C a une masse propre M_0 que, d'après le principe de l'inertie de l'énergie, on peut assimiler à une quantité de chaleur $Q_0 = M_0 c^2$.

Après avoir reçu du thermostat une certaine quantité de chaleur supplémentaire δQ et de l'extérieur un certain travail δA , le corps C se trouve dans un état final où il possède une vitesse $v = \beta c$ dans le système de référence R. Nous admettons que la chaleur Q contenue dans un corps en mouvement est reliée à la chaleur Q_0 qu'il possède dans son système propre par la relation $Q = \alpha Q_0$ et nous nous proposons de déterminer α .

Le raisonnement fait dans cette Note est un peu différent

Quand le corps C passe dans le référentiel R de l'état de repos à l'état de mouvement avec la vitesse βc , la variation ∂W de son énergie est reliée à la chaleur et au travail qu'il a reçus par la relation thermodynamique

$$(3) \quad \partial W = \partial Q + \partial A.$$

Nous allons évaluer ∂W , ∂Q et ∂A en remarquant que dans l'état initial on a $\alpha = 1$ et $\beta = 0$. On trouve d'abord

$$(4) \quad \partial Q = \partial(\alpha Q_0) = \alpha(Q_0 + \partial Q_0) - Q_0,$$

puis, comme $\partial A = F v \partial t = v \partial p$, où p est la quantité de mouvement $M_0 v / \sqrt{1 - \beta^2}$,

$$(5) \quad \partial A = v \partial \frac{Q_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} = (Q_0 + \partial Q_0) \frac{\beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \partial(pv).$$

D'autre part, la valeur initiale de W étant Q_0 et sa valeur finale $Q_0 + \partial Q_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$, on a

$$(6) \quad \partial W = \frac{Q_0 + \partial Q_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} - Q_0.$$

En portant (4), (5) et (6) dans (3), on obtient

$$(7) \quad \frac{Q_0 + \partial Q_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} - Q_0 = \alpha(Q_0 + \partial Q_0) - Q_0 + \frac{Q_0 + \partial Q_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \beta^2,$$

d'où aisément

$$(8) \quad \alpha = \sqrt{1 - \beta^2}, \quad Q = Q_0 \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Si, au lieu de considérer le passage dans R de l'état de repos à l'état de vitesse βc , on considérerait, comme je l'ai fait pages 49 et 50 de mon livre cité plus haut, l'apport au corps en mouvement de chaleur et de travail *sans variation de la vitesse*, les termes en Q_0 des formules précédentes disparaîtraient et l'on parviendrait à la formule (7) sans termes en Q_0 , ce qui donnerait toujours les formules (8).

Nous avons ainsi retrouvé la première formule (1). Nous allons maintenant justifier la seconde. Remarquons d'abord que, d'après (3) et (5), on a

$$(9) \quad \partial Q = \partial W - \partial(pv).$$

Or, dans l'état initial le corps C est dans R au repos et en contact avec le thermostat de température T_0 . La probabilité de son état est alors, d'après la formule de distribution canonique de Boltzmann-Gibbs :

$$(10) \quad P_0 = \text{Cte} e^{-\frac{W_0}{kT_0}} = \text{Cte} e^{-\frac{Q_0}{kT_0}} = e^{-\frac{S_0}{k}},$$

où S_0 est l'entropie initiale du thermostat. Mais, après la mise en mouvement du corps C, la probabilité (invariante) de son état est devenu

$$(11) \quad P_1 = \text{Cte} e^{-\frac{Q_0 + \partial Q_0}{kT_0}} = P_0 e^{-\frac{\partial Q_0}{kT_0}}.$$

Les raisonnement ci-dessus est
 un peu trop sommaire. Mais ses
 erreurs si il y en a, expliqués par le
 calcul de ma note du 17 Avril 1957

Puisque $\delta Q = \delta Q_0 \sqrt{1 - \beta^2}$, si nous posons

$$(12) \quad T = T_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

nous pouvons écrire

$$(13) \quad P_1 = P_0 e^{-\frac{Q}{kT}}$$

et, comme l'entropie du thermostat a varié de $\delta Q/T$, cela nous donne

$$(14) \quad P_1 = e^{\frac{S_0}{k}} e^{-\frac{\delta Q}{kT}} = e^{\frac{S}{k}},$$

S étant l'entropie finale du thermostat et la formule (14) est en accord avec la relation de Boltzmann $S = k \log P$.

Nous avons ainsi retrouvé les formules de transformation (1) qui sont à la base de la Thermodynamique cachée des particules telle que je l'ai proposée.

Je voudrais faire encore une remarque intéressante. Quand j'ai développé, il y a quelques années cette Thermodynamique, j'ignorais qu'une idée assez analogue avait été entrevue, il y a longtemps déjà, par Eddington. Le fait m'a été signalé ensuite par M. Georges Lochak.

En effet, à la page 219 de la traduction française de son livre *Espace, temps et gravitation* publié en 1921 ⁽¹⁾, donc avant l'éclosion de la Mécanique ondulatoire, Eddington avait remarqué que la théorie des quanta suggère de considérer la constante de Planck h comme une unité d'Action, mais que cependant le nombre pur $n = A/h$, où A est ici l'action, n'est pas nécessairement entier comme on le voit en considérant par exemple le mouvement continu d'un corpuscule. Cette remarque l'avait amené à rapprocher le nombre n de la probabilité, notion qui joue un si grand rôle en Physique, mais comme l'action est additive et la probabilité multiplicative, il était conduit à assimiler le nombre n au logarithme de la probabilité. Et Eddington en concluait que le principe de moindre Action pouvait bien n'être qu'un principe de probabilité maximale, ayant ainsi le pressentiment d'un des résultats les plus importants de ma *Thermodynamique*.

Il est curieux qu'Eddington n'ait pas alors introduit l'entropie S par la relation de Boltzmann $S = k \log P$, ce qui l'aurait conduit à écrire

$$(15) \quad \frac{A}{h} = \frac{S}{k}.$$

Mais il aurait alors rencontré une grande difficulté. En effet, l'entropie a une valeur bien déterminée tandis que l'Action $\int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt$, où \mathcal{L} est la fonction de Lagrange dépend de l'intervalle de temps arbitraire $t_2 - t_1$, ce qui rend la relation (15) sans signification. Mais dans ma théorie il est facile de lever cette difficulté. En effet, dès 1924, dans ma thèse de Doctorat

j'avais distingué la fréquence ν de l'onde qui se transforme comme une énergie suivant la formule $\nu = \nu_0/\sqrt{1-\beta^2}$ et la fréquence *interne* ν_i du corpuscule considéré comme une horloge en mouvement dans l'onde, fréquence interne qui, par suite du ralentissement relativiste des horloges en mouvement, se transforme suivant la formule $\nu_i = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}$ comme la quantité de chaleur et la température.

Les auteurs qui exposent aujourd'hui la Mécanique quantique ne parlent jamais de cette fréquence ν_i et ils ne peuvent pas le faire parce que cette notion implique que le corpuscule analogue à une horloge en mouvement a une existence localisée et permanente, idée qu'ils ne veulent pas admettre. Or c'est seulement l'introduction de la période interne $T_i = 1/\nu_i$ qui seule permet de définir une intégrale cyclique d'Action, étendue à un cycle interne du corpuscule, par la formule

$$(16) \quad \textcircled{A} = \int_0^{T_i} \mathcal{L} dt.$$

On peut alors remplacer la formule (13) par la suivante :

$$(17) \quad \frac{\textcircled{A}}{h} = \frac{S}{h}$$

dont le sens est parfaitement défini. La formule (17) que j'avais déjà donnée dans mes Notes aux *Comptes rendus* en 1962 se retrouve à la page 89 de mon récent livre sur la *Thermodynamique de la particule isolée* et, convenablement précisée, elle peut servir de base à toute cette Thermodynamique.

(*) Séance du 2 mai 1966.

(¹) L. DE BROGLIE, *Comptes rendus*, 253, 1961, p. 1078; 255, 1962, p. 807 et 1052; 257, 1963, p. 1430; *La Thermodynamique de la particule isolée (ou Thermodynamique cachée des particules)*, Gauthier-Villars, Paris, 1964.

(²) H. ARZELIÈS, *Nuovo Cimento*, 10^e série, 35, 1965, p. 792-804.

(³) ABDELMALEK GUESSOUS, *Comptes rendus*, 260, 1965, p. 6811 et 261, 1965, p. 1182.

(⁴) A. S. EDDINGTON, *Espace, temps et gravitation*, Hermann, Paris, 1921.

(94, rue Perronet, 92-Neuilly-sur-Seine.)