

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'équation $\Delta W = \Delta Q + \Delta \mathfrak{E}$ en Thermodynamique relativiste.* Note de M. **LOUIS DE BROGLIE**, Membre de l'Académie.

L'auteur étudie l'emploi de la relation de conservation de l'énergie en Thermodynamique relativiste et en tire un certain nombre de conséquences.

Une des équations fondamentales de la Thermodynamique est l'équation de conservation de l'énergie

$$(1) \quad \Delta W = \Delta Q + \Delta \mathfrak{E} = \Delta Q - P \Delta V,$$

où W est l'énergie interne totale du corps considéré, Q la chaleur qu'il contient et $\mathfrak{E}$ le travail qu'il reçoit. P est la pression qui s'exerce vers l'extérieur aux limites du corps et V son volume. Il est important de remarquer que le travail $\mathfrak{E}$ est transformé en énergie interne et ne sert pas à communiquer au corps un mouvement d'ensemble.

Nous utiliserons l'équation (1) en considérant le symbole Δ comme représentant la variation d'une grandeur pendant la durée finie d'une modification de l'état du corps. Ainsi interprétée, l'équation (1) a seulement un sens global pour l'ensemble du processus de variation et ne fournit pas une description détaillée de ce qui se passe dans le corps pendant la durée du processus, description qui est particulièrement délicate en Thermodynamique relativiste.

Nous allons montrer que, si la formule (1) est valable avec le sens que nous venons de lui donner dans le système de référence R_0 où l'ensemble du corps est immobile, elle ne l'est plus dans un système de référence R où l'ensemble du corps a la vitesse constante $v = \beta c$. En effet, dans la théorie globale que nous présentons, nous croyons justifié d'admettre les formules de transformation suivantes :

$$(2) \quad W = \frac{W_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad Q = Q_0 \sqrt{1-\beta^2}, \quad PV = P_0 V_0 \sqrt{1-\beta^2},$$

la pression P_0 étant supposée invariante.

Ces formules, même si l'on rejetait la deuxième, suffisent à montrer que la formule (1) ne peut être valable à la fois dans R_0 et dans R .

Dans R_0 , nous pouvons certainement poser

$$(3) \quad \Delta W_0 = \Delta Q_0 + \Delta \mathfrak{E}_0 = \Delta Q_0 - P_0 \Delta V_0.$$

Nous sommes alors amenés à adopter la définition

$$(4) \quad W_0 = Q_0 + \mathfrak{V}_0 = M_0 c^2,$$

où $\mathfrak{V}_0$ est l'énergie potentielle globale de compression du corps telle que $P_0 \Delta V_0 = -\Delta \mathfrak{V}_0$ à P_0 constant.

Pour passer au système R, nous introduirons l'énergie W_i que le corps transporte dans son intérieur pendant son mouvement dans R en posant

$$(5) \quad W_i = W_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

formule analogue à la formule (2) de transformation de la chaleur.

De (3) et de (5), nous tirons alors la relation

$$(6) \quad \Delta W_i = \Delta Q + \Delta \mathfrak{E} = \Delta Q - P \Delta V = (\Delta Q_0 - P_0 \Delta V_0) \sqrt{1 - \beta^2}$$

et cette relation, dont la variance est satisfaisante, nous paraît être la forme que prend la relation (1) pour un observateur lié à R.

Pourquoi avons-nous dû écrire dans (6) ΔW_i au lieu de ΔW ? C'est parce que, dans le système R, l'énergie totale du corps comprend l'énergie de translation d'ensemble $E_t = W_0 \beta^2 / \sqrt{1 - \beta^2}$ dont nous n'avons pas tenu compte.

On voit la chose plus clairement en introduisant la Dynamique du corps à masse propre variable dont les équations sont dans R ⁽¹⁾, le mouvement s'opérant suivant l'axe des x ,

$$(7) \quad \frac{dW}{dt} = c^2 \sqrt{1 - \beta^2} \frac{\partial M_0}{\partial t}, \quad \frac{dp}{dt} = -c^2 \sqrt{1 - \beta^2} \frac{\partial M_0}{\partial x},$$

p_0 étant la quantité de mouvement. La grandeur $-c^2 \sqrt{1 - \beta^2} (\partial M_0 / \partial x)$ peut être interprétée comme la force due à la variation de la masse propre. Calculons le travail $\Delta \mathfrak{E}'$ que cette force fournit au corps pendant le temps Δt . Compte tenu de la relation évidente $dM_0/dt = (\partial M_0 / \partial t) + v (\partial M_0 / \partial x)$ et des équations (7), on trouve

$$(8) \quad \Delta \mathfrak{E}' = -c^2 \sqrt{1 - \beta^2} \frac{\partial M_0}{\partial x} v \Delta t = \Delta W - \Delta W_i = \frac{\Delta W_0 \beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \Delta E_t$$

et la formule (6) peut s'écrire

$$(9) \quad \Delta W = \Delta Q + \Delta \mathfrak{E} + \Delta \mathfrak{E}'$$

ou, sous une autre forme dont la vérification est immédiate.

$$(10) \quad \Delta W = (\Delta Q_0 - P_0 \Delta V_0) \sqrt{1 - \beta^2} + \frac{\Delta Q_0 - P_0 \Delta V_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \beta^2.$$

Cette formule est précisément celle que j'avais obtenue à la page 52 de mon livre sur la Thermodynamique des particules ⁽²⁾. On le voit aisément en utilisant les formules (15), (16) et (19) données à cet endroit.

La cohérence de toutes les formules précédentes me paraît confirmer la validité de la formule $Q = Q_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ et la nécessité de ne jamais oublier l'intervention de l'énergie de translation d'ensemble E_t .

De plus, l'introduction par la formule (5) de la grandeur W_i permet de définir, d'une manière satisfaisante du point de vue de la variance, les formules de transformation relativiste pour l'enthalpie et l'énergie libre.

Il est naturel de définir l'enthalpie dans R_0 par

$$(11) \quad H_0 = W_0 + P_0 V_0,$$

ce qui donne, pour une transformation à pression constante $\Delta Q_0 = \Delta H_0$. Pour obtenir une formule de transformation ayant une variante satisfaisante, nous poserons dans R

$$(12) \quad H = H_0 \sqrt{1 - \beta^2} = W_i + PV,$$

ce qui nous donne à pression constante $\Delta Q = \Delta H$.

De même, pour l'énergie libre, nous poserons dans R ,

$$(13) \quad F_0 = W_0 - T_0 S_0,$$

ce qui, à température constante, donne pour $\Delta \mathfrak{E}_0 = P_0 \Delta V_0$, qui est ici le travail *fourni* par le corps à l'extérieur, $\Delta \mathfrak{E}_0 = -(\Delta W_0 - T_0 \Delta S_0) = -\Delta F_0$. Pour obtenir une formule de transformation ayant une bonne variance, nous poserons dans R ,

$$(14) \quad F = F_0 \sqrt{1 - \beta^2} = (W_0 - T_0 S_0) \sqrt{1 - \beta^2} = W_i - TS$$

et nous aurons, à température constante, $\Delta \mathfrak{E} = P \Delta V = -\Delta F$.

(1) *Comptes rendus*, 264, série B, 1967, p. 1173.

(2) *La Thermodynamique de la particule isolée*, Gauthier-Villars, Paris, 1964.