C. R. Acad. Sc. Paris, t. 266, p. 1253-1255 (6 mai 1968). Série B

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'application de la Mécanique ondulatoire à la théorie des guides d'ondes.* Note (*) de M. **Louis de Broglie**, Membre de l'Académie.

L'auteur appliquant la théorie de la double solution à la propagation d'une onde dans un guide d'ondes, montre que la masse propre du photon transportée par l'onde est alors supérieure à sa masse propre normale.

Dans mon article du *Journal de Physique* de 1927 [1], j'avais déjà signalé l'intérêt que présentent en Mécanique ondulatoire les solutions des équations d'ondes à phase monochromatique et à amplitude non constante et j'ai reproduit ce que j'en avais dit à la page 98 d'un livre publié en 1956 [2]. En particulier j'avais signalé que ces solutions correspondent à une valeur de la masse propre de la particule supérieure à sa valeur normale, introduisant ainsi l'idée, qui me paraît aujourd'hui essentielle, que la masse propre d'une particule est variable et dépend de la forme locale de l'onde qui la transporte. Il est curieux de remarquer que dans mon livre sur la propagation guidée des ondes électromagnétiques, j'avais remarqué que l'onde électromagnétique se propage dans un guide d'ondes de telle façon que son énergie se déplace avec une vitesse inférieure à c et j'en avais conclu que la masse du photon dans un guide peut avoir une valeur très supérieure à sa valeur normale qui est nulle ou extraordinairement petite [3].

Dès 1927, j'avais qualifié les états à phase linéaire et à amplitude variable d'états « contraints » parce que ces états ne peuvent exister d'une manière stable que si l'onde est soumise à des conditions aux limites qui l'emprisonnent comme c'est le cas de l'onde électromagnétique dans les guides.

Dès que l'onde est libérée de toute contrainte, comme cela arrive à l'onde électromagnétique divergente qui s'échappe à l'extrémité d'un guide d'ondes, elle tend à prendre localement la forme d'une onde plane monochromatique. Tout ce qui précède s'explique immédiatement dans la théorie de la double solution par l'intervention du potentiel quantique $Q = M_0 c^2 - m_0 c^2$, où M_0 est la masse propre variable et m_0 la masse propre normale, qui apparaît dès que l'amplitude de l'onde n'est pas constante. En effet, dans la thermodynamique cachée des particules [4], l'entropie d'un état est définie par $S = -k - (\overline{Q}/m_0 c^2)$ et, comme dans l'état contraint $\overline{Q} > 0$, l'entropie de l'état contraint est plus petite que celle de l'état d'onde monochromatique plane, d'où résulte une tendance thermodynamique au passage du premier état au second.

Considérons donc maintenant une particule dont la masse propre est m_0 et dont l'onde se propage dans un guide d'onde avec la fréquence ν. Si la particule se déplaçait librement, on aurait

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \qquad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{h}{\lambda} \qquad \left(\beta = \frac{v}{c}\right),$$

où λ est la longueur d'onde de la propagation libre avec la vitesse $v = \beta c$. Mais si l'onde se propage dans un guide d'ondes, la théorie de la double solution nous conduit à écrire

$$W_g = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta_g^2}} = h\nu = W; \qquad p_g = \frac{M_0 v_g}{\sqrt{1 - \beta_g^2}} = \frac{h}{\lambda_g},$$

$v_g = \beta_g c$ et λ_g étant les valeurs de la vitesse et de la longueur d'onde dans le guide. Nous utiliserons les trois équations suivantes qui se déduisent des précédentes :

$$\frac{m_0^2 \beta^2 c^2}{1 - \beta^2} = \frac{h^2}{\lambda^2}, \tag{1}$$

$$\frac{M_0^2 \beta_g^2 c^2}{1 - \beta_g^2} = \frac{h^2}{\lambda_g^2}, \tag{2}$$

$$M_0^2 = \frac{1 - \beta_g^2}{1 - \beta^2} m_0^2. \tag{3}$$

Des formules (1) et (2), on tire

$$1 - \beta^2 = \frac{m_0^2 c^2 \lambda^2}{h^2 + m_0^2 c^2 \lambda^2}, \qquad 1 - \beta_g^2 = \frac{M_0^2 c^2 \lambda_g^2}{h^2 + M_0^2 c^2 \lambda_g^2}. \tag{4}$$

En portant les expressions (4) dans la formule (3), on obtient aisément

$$M_0^2 - m_0^2 = \frac{h^2}{c^2 \lambda^2}\left(1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_g^2}\right). \tag{5}$$

La formule (5), qui peut s'appliquer à n'importe quelle particule bien que les guides d'ondes ne soient effectivement réalisables que pour des photons, est satisfaisante parce que, comme la longueur d'onde λ_g dans le guide est toujours plus grande que la longueur d'onde λ de la propagation libre de même fréquence, on a bien $M_0 > m_0$ comme nous l'avions annoncé. Le guide est un dispositif « passe-haut » qui peut transmettre une série de fréquences supérieures à une certaine fréquence minimale au-dessous de laquelle la propagation n'est plus possible. Quand la fréquence diminue, λ_g augmente et devient infinie pour la fréquence minimale pour laquelle la particule reste immobile dans le guide.

Pour le photon, nous devons poser $m_0 \simeq 0$ et $\beta \simeq 1$. La masse propre du photon pour la fréquence de coupure du guide qui correspond à $\lambda_g = \infty$ est $M_0 = h/\lambda c$ d'où $M_0 c^2 = h\nu$. Si λ est de l'ordre du centimètre, M_0 est de l'ordre de h/c, c'est-à-dire de l'ordre de 10^{-37} g : c'est pour le photon une masse propre énorme qui provient de l'état de contrainte où il se trouve dans le guide.

En admettant pour le potentiel quantique $Q = M_0 c^2 - m_0 c^2$, la relation (5) donne

$$Q = M_0 c^2 - m_0 c^2 = c\left[\sqrt{m_0^2 c^2 + \frac{h^2}{\lambda^2}\left(1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_g^2}\right)} - m_0 c\right]. \tag{6}$$

Il est, nous l'avons dit, impossible de construire des guides d'ondes pour des particules autres que les photons car pour les électrons par exemple le guide devrait avoir des dimensions transversales de l'ordre de l'Angström. Il est cependant intéressant d'appliquer la formule (5) à une particule dont la vitesse de propagation libre v serait très inférieure à celle de la lumière. On obtient alors

$$2 m_0 (M_0 - m_0) \simeq \frac{h^2}{\lambda^2 c^2}\left(1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_g^2}\right); \qquad Q \simeq \frac{h^2}{2 m_0 \lambda^2}\left(1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_g^2}\right). \tag{7}$$

Il serait également intéressant de voir si l'on ne pourrait pas faire d'autres applications des idées qui précèdent, notamment au cas de la propagation des ondes électroniques dans un milieu à structure cristalline et en particulier à la théorie des semi-conducteurs où apparaissent des valeurs anormales de la masse de l'électron.

Remarquons en terminant que la variation de la masse propre d'une particule en fonction de sa position dans son onde que l'on rencontre dans l'étude des guides d'ondes n'est qu'un cas particulier du fait dont j'ai signalé récemment l'importance [5] que, selon mes vues, le mouvement d'une particule dans son onde est régie par une Dynamique relativiste à masse propre variable.

(*) Séance du 29 avril 1968.

(1) *J. Phys. Rad.*, 6e série, 8, 1927.

(2) *Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire* (*Théorie de la double solution*), Gauthier-Villars, Paris, 1956.

(3) *Problèmes de propagation guidée des ondes électromagnétiques*, 2e éd., Gauthier-Villars, Paris, 1951, p. 34-37.

(4) *La Thermodynamique de la particule isolée* (*ou Thermodynamique cachée des particules*), Gauthier-Villars, Paris, 1964.

(5) *Comptes rendus*, 264, série B, 1967, p. 1173.

(94, *rue Perronet, Neuilly-sur-Seine, Hauts-de-Seine.*)