PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'interprétation des relations d'incertitude.*

Note (*) de M. **LOUIS DE BROGLIE**, Membre de l'Académie.

L'auteur examine l'interprétation que l'on doit donner des relations d'incertitude dans une théorie qui admet la localisation permanente de la particule dans son onde.

Nous allons étudier le sens que prennent les relations d'incertitude dans la réinterprétation de la Mécanique ondulatoire que nous poursuivons depuis plusieurs années, réinterprétation qui admet la réalité physique de l'onde et la localisation permanente de la particule dans son onde.

Considérons d'abord une seule particule et son équation d'ondes. Si l'on admet que l'onde a une réalité physique, les variables x, y, z, t qui figurent dans son équation de propagation sont les variables usuelles d'espace et de temps qui n'ont aucun caractère aléatoire. Mais, si l'on admet aussi que la particule est constamment localisée dans son onde comme le suppose la théorie de la double solution, la particule a à chaque instant des coordonnées X, Y, Z et ces coordonnées ont au cours du temps un caractère aléatoire car elles résultent à chaque instant de la superposition d'un mouvement régulier de guidage et de perturbation aléatoires provenant d'un milieu subquantique (1). J'écrirai la première relation d'incertitude sous la forme

$$(1) \quad [\delta X]_i \times [\delta p_x]_f \cong h,$$

les deux autres ayant des formes analogues. Dans (1), $[\delta X]_i$ est l'incertitude sur la valeur de la coordonnée X de la particule dans l'état initial avant toute mesure et $[\delta p_x]_f$ l'incertitude sur la valeur de la composante x de la quantité de mouvement dans l'état final quand on a effectué une mesure de p_x sans en connaître encore le résultat. Et naturellement, si δx désigne la longueur du train d'ondes initial dans le sens des x , on a dans cet état initial,

$$(2) \quad \delta X = \delta x$$

mais, dans cette formule, δX et δx ont des significations tout à fait différentes puisque δx est une longueur au sens usuel du mot tandis que δX est une « incertitude » sur la position de la particule.

Passons maintenant à la quatrième relation d'incertitude. Par analogie avec (1), nos conceptions nous amènent à écrire

$$(3) \quad [\delta T]_i \times [\delta E]_f \geq h,$$

où $[\delta T]_i$ est l'incertitude sur l'époque où la particule, dans son mouvement aléatoire, occuperait une position donnée dans le train d'ondes initial et où $[\delta E]_f$ est l'incertitude sur la valeur de l'énergie de particule après une mesure de cette énergie dont on ne connaît pas encore le résultat. On aura dans l'état initial la relation analogue à (2) :

$$(4) \quad \delta T = \delta t,$$

mais ici encore δT et δt ont des significations tout à fait différentes car δt est un intervalle de temps au sens ordinaire du mot tandis que δT est l'incertitude sur l'époque où la particule est présente en un point donné de l'espace.

Nous avons ainsi obtenu des interprétations précises et symétriques des quatre relations d'incertitude et nous avons donné à la quatrième relation d'incertitude un sens tout à fait analogue à celui de la relation classique en optique $\delta\nu \cdot \tau \simeq 1$, où $\delta\nu$ est la largeur spectrale d'un train d'ondes et τ sa durée de passage en un point de l'espace.

Il paraît intéressant de souligner que, dans les relations d'incertitude écrites sous les formes (1) et (3), les grandeurs portant l'indice f , qui sont des incertitudes sur le résultat encore inconnu d'une mesure qui a été effectuée, peuvent aussi être regardées comme des incertitudes *prévues* par le théoricien dans l'état initial avant toute mesure. Mais ce second point de vue, qui est conforme aux conceptions usuellement adoptées, ne doit pas conduire à rejeter l'idée que, dans l'état initial, les grandeurs non encore mesurées ont à chaque instant une valeur bien déterminée, valeur qui peut n'avoir aucun rapport simple avec celle que va leur imposer le processus de mesure si on l'effectue.

Jusqu'ici nous avons envisagé le cas d'une seule particule. Pour un ensemble de particules, on introduit, depuis les travaux de Schrödinger en 1926, la propagation d'une onde associée au système dans son espace de configuration. L'onde, évidemment fictive, que l'on considère dans cet espace obéit à une équation de propagation où figurent les *coordonnées* X_k, Y_k, Z_k des particules du système et le temps t . Ici donc on substitue dans l'équation de propagation aux variables d'espace x, y, z à caractère non aléatoire les coordonnées des particules qui, elles, ont un caractère aléatoire. On est ainsi amené par une pente naturelle (mais à tort, me semble-t-il) à considérer les variables x, y, z de l'équation d'ondes individuelle d'une particule comme des grandeurs aléatoires et je crois que

le succès de la méthode de l'espace de configuration a ainsi beaucoup contribué à fausser l'interprétation de la Mécanique ondulatoire. D'ailleurs, comme Aharonov et Bohm l'ont montré en incorporant une horloge macroscopique dans le système étudié ⁽²⁾, le temps t qui figure dans l'équation de propagation dans l'espace de configuration est toujours la variable ordinaire de temps et n'a pas de caractère aléatoire, ce qui introduit une dissymétrie curieuse entre les variables d'espace et de temps dans l'espace de configuration. Nous pensons que cette dissymétrie provient de la nature à la fois appauvrie et statistique de la représentation que nous donne la méthode de l'espace de configuration de la propagation des ondes et du mouvement des particules dans l'espace physique. Sans insister sur cette question que nous avons déjà étudiée ailleurs ⁽³⁾, nous allons donner une forme précise et symétrique des relations d'incertitude dans l'espace de configuration.

Numérotant les particules à l'aide d'un indice k , nous écrirons les trois premières relations d'incertitude pour la $k^{\text{ième}}$ particule dans l'espace de configuration sous la forme

$$(5) \quad [\delta X_k]_i \times [\delta p_{x_k}]_f \geq h,$$

les $[\delta X_k]_i$ et les $[\delta p_{x_k}]_f$ étant définies comme les $[\delta X]_i$ et les $[\delta p_x]_f$ dans (1).

Pour la quatrième relation d'incertitude, nous écrirons par analogie avec (3) :

$$(6) \quad [\delta T]_i \times [\delta E]_f \geq h,$$

avec dans l'état initial,

$$(7) \quad \delta T = \delta t,$$

où δT est l'incertitude sur l'époque où le point figuratif du système se trouve en un point donné de l'espace de configuration tandis que δt est la durée du passage de l'onde fictive en ce point. Ainsi l'interprétation précise et symétrique des relations d'incertitude que nous avons obtenue dans l'espace ordinaire pour une seule particule se trouve étendue au cas de l'espace de configuration pour un ensemble de particules.

Bohr a donné de la relation $\delta E \delta t \geq h$ pour une particule une interprétation tout à fait différente de la nôtre. Si l'on effectue une mesure de l'énergie E d'une particule qui dure un temps δt , cette mesure ne pourrait faire connaître la valeur de E qu'avec une incertitude $\delta E \geq h/\delta t$. Avec Aharonov et Bohm, je pense que cette interprétation qui brise la symétrie entre les quatre relations d'incertitude est inexacte. Si Bohr l'a adopté, c'est parce qu'il admettait que dans la relation $\delta E \delta t \geq h$, t est le temps au sens usuel du mot, variable non aléatoire, tandis qu'il reconnaissait le caractère aléatoire des grandeurs δx , δy , δz qu'on fait habituellement figurer dans les trois premières relations d'incertitude. L'erreur commise nous paraît provenir de la confusion entre les variables

d'espace et de temps x, y, z, t non aléatoires et les grandeurs aléatoires X, Y, Z, T définies plus haut. Mais seule, nous semble-t-il, une théorie qui admet la localisation de la particule dans son onde peut permettre de bien distinguer les deux sortes de grandeurs et, en rétablissant la symétrie entre toutes les relations d'incertitude, d'en bien comprendre la véritable signification.

(*) Séance du 20 janvier 1969.

(¹) Voir, par exemple : *Ondes électromagnétiques et photons*, Gauthier-Villars, Paris, 1968, Introduction.

(²) *Phys. Rev.*, 122, 1961, p. 1649.

(³) *J. Phys.*, 20, 1959, p. 923; ANDRADE E SILVA, Thèse (*Ann. Inst. Henri Poincaré*, 16, fasc. IV, 1960, p. 235).

(94, rue Perronet, 92-Neuilly-sur-Seine,
Hauts-de-Seine.)