C. R. Acad. Sc. Paris, t. 271, p. 549-551 (21 septembre 1970). Série B

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur une nouvelle présentation des formules de la Mécanique ondulatoire.* Note (*) de M. **Louis de Broglie**, Membre de l'Académie.

Partant des conceptions de la théorie de la double solution, l'auteur présente les formules de la Mécanique ondulatoire sous une forme générale qui lui paraît susceptible de très intéressantes applications.

Pour écrire sous une forme nouvelle les formules sur lesquelles repose l'interprétation de la Mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution, je partirai de deux équations fondamentales.

La première que j'ai utilisée dans un récent article du *Journal de Physique* ([1]) est la formule relativiste de l'effet Doppler :

$$\nu_0 = \nu \frac{1 - \frac{v}{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{1}$$

où $\nu_0$ est la fréquence de l'onde dans un système de référence attaché à la particule et où $\nu$ et V sont la fréquence et la vitesse de phase de l'onde dans le système de référence où la particule a la vitesse $v = \beta c$.

La seconde équation fondamentale est celle qui, dans les conceptions de la théorie de la double solution, exprime que la particule se déplace dans son onde de telle façon que sa vibration interne reste constamment en phase avec celle de l'onde. Cette équation est la suivante :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial n}\frac{dn}{dt} = \frac{d\varphi_i}{dt}, \tag{2}$$

où $\varphi$ et $\varphi_i$ sont respectivement, au facteur $1/\hbar$ près, la phase de l'onde et la phase de la vibration interne de la particule. La variable $n$ est comptée suivant la normale à la surface d'égale phase $\varphi$ et $dn/dt$ est la vitesse de la particule le long de cette normale.

Nous admettons la relation $W = h\nu$ entre l'énergie W de la particule et la fréquence $\nu$ de l'onde. On a alors, d'après (1) :

$$W = \frac{W_0\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{v}{V}}. \tag{3}$$

Cette formule ne coïncide avec la formule usuellement considérée $W = W_0/\sqrt{1-\beta^2}$ que si l'on a $1 - v/V = 1 - \beta^2$, c'est-à-dire

$$vV = c^2. \tag{4}$$

Or, cette relation est, en effet, bien vérifiée chaque fois que l'on peut poser

$$W = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \vec{p} = \frac{M_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{5}$$

où $M_0$ est la « masse propre modifiée » de la particule qui résulte de l'addition à la masse propre $m_0$ usuellement attribuée à la particule d'un terme supplémentaire, généralement variable, provenant du potentiel quantique défini par la théorie de la double solution sous sa forme relativiste.

Les formules (5) sont valables dans le cas d'une onde assimilable à une onde monochromatique plane et, plus généralement, chaque fois que l'onde se propage en n'étant soumise qu'à des conditions aux limites (comme par exemple dans le cas des interférences, de la diffraction ou de la propagation dans les guides d'ondes) sans intervention du milieu qu'elle traverse. L'équation (2) prend alors la forme

$$\frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{M_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}$$

évidemment vérifiée.

Dans mon livre sur la Thermodynamique cachée des particules [2] aux pages 76 et 77, j'ai démontré que l'équation (2) est encore vérifiée quand la particule a une charge électrique et qu'elle est soumise non seulement à un potentiel scalaire, mais aussi à un potentiel vecteur.

La situation est très différente si l'onde transportant la particule traverse un milieu réfringent, éventuellement dispersif, qui agit sur sa propagation. Alors, tout se passe comme si la particule était soumise à un potentiel P qui traduit l'action du milieu réfringent sur son mouvement. Mais ce potentiel P, provenant de l'environnement, ne peut pas être incorporé dans la masse propre $M_0$ de la particule, comme c'était le cas pour le potentiel quantique. Par suite, comme je l'ai montré dans l'article cité plus haut du *Journal de Physique*, on est amené à écrire au lieu de (5) :

$$W = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + P, \qquad \vec{p} = \frac{M_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{W-P}{c^2}\vec{v}, \tag{6}$$

de sorte que l'équation (2) nous donne maintenant, puisque

$$\frac{d\varphi_i}{dt} = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2} = \nu\left(1 - \frac{v}{V}\right),$$

$$W - \frac{W-P}{c^2} v^2 = W\left(1 - \frac{v}{V}\right). \tag{7}$$

Nous en tirons l'expression suivante de P :

$$P = W\left(1 - \frac{c^2}{\nu V}\right) \tag{8}$$

et cette expression nous montre que P est nul, comme cela doit être, quand le milieu traversé par l'onde n'influe pas sur sa propagation puisqu'alors la relation (4) est valable. On tire de (6) et de (8) $W = M_0 \nu V/\sqrt{1-\beta^2}$ avec toujours $\vec{p} = W/V = M_0 \vec{\nu}/\sqrt{1-\beta^2}$.

Résumons ce qui précède. Les formules (4) et (5) usuellement admises en Mécanique ondulatoire sont obtenues en supposant que l'onde transportant la particule se propage dans le vide ou dans un milieu qui n'influe pas sur sa propagation. Alors, du point de vue de la Relativité restreinte, tous les systèmes de référence galiléens sont équivalents et les formules (4) et (5) en découlent. Mais, si l'onde traverse un milieu qui influe sur sa propagation, le système de référence attaché à ce milieu a évidemment un rôle privilégié et c'est ce qui oblige, pour conserver les formules $W = h\nu$ et $p = h/\lambda$, à introduire le potentiel P.

Ainsi que je l'ai montré dans l'article cité du *Journal de Physique*, les considérations qui précèdent conduisent à envisager sous un jour nouveau la théorie du mouvement des électrons dans un semi-conducteur ainsi que d'autres problèmes. De plus, on pourrait aussi tenter d'utiliser des conceptions analogues pour interpréter le transport des « phonons » par des ondes à fréquence acoustique dans les solides. Je pense qu'alors ces ondes de fréquence acoustique pourraient, peut-être, être interprétées comme étant des ondes électromagnétiques de structure complexe pour lesquelles, la formule (4) cessant certainement d'être valable (car alors $\nu \leq c$ et $V \ll c$), le potentiel P interviendrait. S'il en était ainsi, les prétendus phonons, dont la nature physique exacte reste très mystérieuse, seraient en réalité des photons transportés par des ondes électromagnétiques dans des conditions tout à fait différentes de celles que l'on considère habituellement. Il y aurait alors là tout un champ de recherches d'un très grand intérêt.

(*) Séance du 14 septembre 1970.

(1) *J. Phys.*, 28, mai-juin 1967, p. 481.

(2) *La Thermodynamique cachée des particules (ou Thermodynamique de la particule isolée)*, Gauthier-Villars, Paris, 1964.

(94, *rue Perronet*,
92-*Neuilly-sur-Seine*,
*Hauts-de-Seine*.)