C. R. Acad. Sc. Paris, t. 273, p. 1069-1073 (20 décembre 1971) Série B

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Masse du photon. Effet Imbert et effet Goos-Hänchen en lumière incidente polarisée.* Note (*) de MM. **Louis de Broglie**, Membre de l'Académie, et **Jean-Pierre Vigier**.

L'emploi du quadripotentiel vecteur comme champ physique réel (qui résulte de l'introduction dans les équations de Maxwell d'un terme de masse non nul) entraîne, par condition de continuité, une séparation récemment observée par Imbert, en deux composantes seulement du déplacement de Goos-Hänchen. L'expérience d'Imbert, contraire au formalisme classique peut donc être considérée comme preuve expérimentale de la nécessité d'abandonner l'invariance de jauge.

Dans un travail classique [1], Goos et Hänchen ont montré qu'un faisceau polarisé rectilignement, défini par l'orientation du pseudo vecteur électrique $\vec{E}(\theta)$ par rapport au plan d'incidence Π subit, lors d'une réflexion totale une translation $L_x(\vec{E}(\theta))$ parallèle à Π $(y = 0)$; θ désignant l'angle de $\vec{E}$ avec Π. Ce décalage a manifestement une valeur différente suivant l'orientation de la vibration incidente. Il est respectivement maximal et minimal pour les polarisations parallèles $\vec{E}(0)$ et perpendiculaires $\vec{E}(\pi/2)$ au plan Π.

De plus, la théorie de Maxwell prévoit [1] que tous les états intermédiaires de polarisation rectiligne $\vec{E}(\theta)$ (θ quelconque, $0 \leq \theta \leq \pi/2$) incidents fournissent un déplacement $L_x(\vec{E}(\theta))$ intermédiaire entre $L_x(\vec{E}(0))$ et $L_x(\vec{E}(\pi/2))$.

Cette prédiction peut être considérée comme infirmée par une expérience récente d'Imbert et coll. [2] qui ont multiplié l'effet à l'aide de 31 réflexions totales d'un rayon laser dans une lame. Tout se passe en effet comme si seuls les déplacements correspondant à $\vec{E}(0)$ et $\vec{E}(\pi/2)$ existaient : le faisceau $\vec{E}(\theta)$ étant décomposé par réflexion totale sur les deux composantes $\vec{E}(0)$ et $\vec{E}(\pi/2)$ par l'effet de Goos-Hänchen.

Ce résultat remarquable, non prévu par la théorie habituelle [1], rappelle des effets quantiques bien connus (comme l'effet Stern-Gehrlach) où seules peuvent apparaître certaines valeurs quantiques discrètes des observables mesurées (les valeurs du spin, par exemple), les valeurs intermédiaires étant automatiquement supprimées.

Une première question se pose tout naturellement : dans quel sens faut-il modifier la théorie habituelle pour rendre compte de l'effet observé par Imbert?

Une première possibilité apparaît immédiatement si l'on accepte l'hypothèse [(3), (7)] que l'on doit substituer aux équations de Maxwell

$$\left(F_{ij} = \frac{\partial A_i}{\partial x_j} - \frac{\partial A_j}{\partial x_i}\right)$$

$$\frac{\partial \tilde{F}_{ij}}{\partial x_i} = \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_k} + \frac{\partial F_{jk}}{\partial x_i} + \frac{\partial F_{ki}}{\partial x_j} = 0; \qquad \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_j} = 0, \tag{1}$$

les équations ($\tilde{}$ désigne le dual d'un tenseur) :

$$\frac{\partial \tilde{F}_{ij}}{\partial x_i} = 0; \qquad \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_j} = k_0^2\, A_i, \tag{2}$$

où les A_i désignent les composantes d'un quadripotentiel complexe [que l'on peut écrire sous la forme $A_i = a_i \exp(i\, S/\hbar)$, les a_i et S désignant les composantes d'un vecteur réel $(\vec{a}_i\, \nu)$, S une fonction scalaire], k_0 correspondant à une masse non nulle du photon $\leqq 10^{-49}$ g.

Si l'on admet les relations (2) la connaissance des champs permet le calcul exact des potentiels, ce qui élimine la transformation de jauge. Ceci impose, comme l'a d'abord remarqué Schrödinger (4) la continuité des A_i en plus de celle de F_{ij} sur les surfaces séparant des ondes. De plus, le quadrivecteur énergie-impulsion

$$k_i = A_j^*\, [\partial_i]\, A; \qquad ([\partial_i] = i\,(\overrightarrow{\partial_i} - \overleftarrow{\partial_i}))$$

satisfait aux relations $k_i\, A^i = 0$; qui signifient que la jauge transverse est seule possible physiquement. Enfin, le tenseur énergie-impulsion T^{ij} n'est plus symétrique, ni invariant de jauge en général. Il s'écrit sous la forme (2)

$$T^{kj} = \left(\frac{1}{8} A_k^*\, [\partial_i]\, F^{ij} + \text{c. c.}\right) + L\, \delta^{kj}, \tag{3}$$

où L représente l'expression $-(1/2)\, F_{ij}^*\, F^{ij} - k_0^2\, A_i^*\, A^i$.

Lorsque $k_0 \to 0$, les solutions de (2) tendent vers celles de (1). En particulier, pour une onde plane (ou évanescente) générale, nous avons, en posant

$$P = \exp\left(i\frac{S}{\hbar}\right), \qquad \hbar = c = 1, \qquad \nu^2 = k^2 + k_0^2$$

et en désignant par $\vec{E}$, $\vec{A}$, ... les amplitudes :

Une solution transverse (onde T) de spin $J_3 = \pm 1$, où $\vec{E}$, $\vec{H}$ et $\vec{k}$ sont mutuellement $\perp$ avec $\vec{A} \parallel \vec{E}$ et $V = 0$ qui satisfait aux relations

$$\vec{E} = -\,i\frac{\nu}{k_0}\vec{A}, \qquad \frac{|\vec{H}|}{|\vec{E}|} = \frac{|\vec{k}|}{\nu} < 1. \tag{4}$$

Une solution longitudinale (onde L) de spin $J_3 = 0$, où $\vec{E} \parallel \vec{k}$, $\vec{H} = 0$, $\vec{A} \parallel \vec{E}$ qui donne

$$\vec{E} = -i\frac{k_0}{\nu}A, \qquad \nu = \frac{|k|}{\nu}|\vec{A}|. \tag{5}$$

Il est clair que pour $k_0 \to 0$ l'onde T tend vers l'onde plane de Maxwell et l'onde $L \to 0$.

Ces deux types d'onde sont simultanément présents en général parce qu'ils se mélangent dans une transformation de Lorentz $\mathcal{L}$. Ils se déduisent par des transformations $\mathcal{L} \parallel$ ou $\perp$ au vecteur de champ de la solution $\nu = k_0$, $V = \vec{H} = 0$, $\vec{E} = \vec{A} = \text{Cte}$ valable dans le système d'axes propre des photons associés.

En général, l'onde L peut alors être négligée dans les processus habituels : son interaction avec la matière étant négligeable [(7), (4)].

Toutefois, dans tout changement d'orientation du vecteur énergie-impulsion, même si l'on part d'une onde T pure, on obtient (après réflexion, par exemple) un mélange de T et de L : L comportant des énergies de l'ordre de k_0^2/ν^2.

Analysons maintenant l'expérience d'Imbert avec $k_0 \neq 0$.

Avant toute réflexion, le faisceau laser dans la lame mince (indice n pour les ondes T) peut être assimilé à une onde T pure : puisque l'onde L aura un indice $n_L \cong 1$. L'onde L incidente franchira la frontière du dioptre directement en fournissant une contribution T manifestement négligeable.

Après réflexion, la situation est différente car le faisceau réfléchi vers l'intérieur du dioptre contiendra toujours sur sa surface [à l'exception du cas E ($\pi/2$) indiqué par Schrödinger (4)] une contribution L *très faible mais non nulle.* C'est là un point essentiel, car la continuité des A^i sur la surface du dioptre exige que l'on ajoute à l'onde T évanescente [qui se confond pratiquement lorsque $k_0 \to 0$ avec la solution de Maxwell (5)] une contribution longitudinale L non nulle. Ceci résulte aussi directement dans l'onde évanescente du fait que les photons transverses incidents y subissent une déflection pour repasser dans l'onde réfléchie : ce qui mélange les trois états de spin.

Utilisant alors pour l'onde T incidente et l'onde T évanescente les valeurs calculées par Costa de Beauregard et ses collaborateurs (6), on voit qu'une onde plane monochromatique T de fréquence ω qui traverse un milieu d'indice n avec un vecteur de propagation $\vec{k}$ ($k_x \simeq n\alpha\omega$, $k_y \simeq n\beta\omega$, $k_z = 0$) subit une réflexion totale sur le plan $y = 0$ et engendre une onde évanescente qui satisfait aux mêmes relations, mais avec $\vec{k}$ complexe de composantes :

$$k_x = n\alpha\omega, \qquad k_y = -i\{(n^2\alpha^2 - 1)\omega^2 + k_0^2\}^{\frac{1}{2}} \cong -i(n^2\alpha^2-1)^{\frac{1}{2}}\omega, \qquad k_z = 0. \tag{6}$$

Au facteur multiplicatif près,

$$P = \exp\left\{ i\,\omega\,(t - n\,\alpha\,x) - [(n^2\,\alpha^2 - 1)\,\omega^2 + k_0^2]^{\frac{1}{2}}\,y \right\}$$
$$\cong \exp\left[i\,\omega\,(t - n\,\alpha\,x) - (n^2\,\alpha^2 - 1)^{\frac{1}{2}}\,\omega\,y \right]$$

qui multiplie les amplitudes; on obtient donc les composantes de l'onde électromagnétique T évanescente de Fresnel, soit :

— une contribution T électrique

$$E_z = E_z, \quad H_x = -\,i\,(n^2\,\alpha^2 - 1 - \omega^{-2}\,k_0^2)^{\frac{1}{2}}, \quad E_z \cong i\,(n^2\,\alpha^2 - 1)^{\frac{1}{2}}\,E_z, \quad H_y = -\,n\,\alpha\,E_z;$$

— une contribution T magnétique

$$H_z = H_z, \qquad E_x = i\,(n^2\,\alpha^2 - 1 + \omega^{-2}\,k_0^2)^{\frac{1}{2}}\,(1 - \omega^2\,k_0^2)^{-1}\,H_z \simeq i\,(n^2\,\alpha^2 - 1)^{-\frac{1}{2}}\,H_z,$$
$$E_y = n\,\alpha\,(1 - \omega^{-2}\,k_0^2)^{-1}\,H_z = n\,\alpha\,H_z,$$

où le symbole $\simeq$ indique que nous avons négligé la contribution de k_0.

Costa de Beauregard a montré expérimentalement que les composantes du flux d'énergie $S^\alpha = i\,M^{4\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, 3$) rendent compte correctement de l'effet Goos-Hänchen : les valeurs $i\,M^{4x}$ et $i\,M^{4y}$ fournissant aussi des prédictions correctes pour le déplacement latéral observé lorsque la lumière incidente est polarisée circulairement. Nous pouvons donc écrire le potentiel T incident sous la forme :

$$A^i \cong a k^i \exp(-\,i k_e\,x^e); \qquad A^4 = i\,V = 0,$$

a étant un facteur de jauge, le potentiel associé à l'onde évanescente s'écrivant, lui, sous la forme d'une somme de contributions T et L, soit

$$A_0^i \cong a k^i \exp(-\,i k_e\,x^e) + \varepsilon_L^i; \qquad A_0^4 = i\,V_0 = \varepsilon_L^4 = 0$$

le symbole 0 désignant le système d'axes au repos du dioptre [8]. De $A_i\,k^i = 0$ on tire la relation supplémentaire $-\,a\,k_0^2 = \varepsilon_L^i\,k_i$, donc $a \neq 0$. Le tenseur T_0^{ij} satisfait alors aux relations $T_0^{4\alpha} \simeq M_0^{4\alpha} = i\,S_0^\alpha$ qui permettent un calcul exact des déplacements.

En outre, comme $A_i\,k^i = 0$, on voit

1° que la valeur des T_0^{ij} satisfait pour $A_i\,k^i = 0$ à $T^{4\alpha} \simeq M^{4\alpha} = i\,S^\alpha$: qui permettent un calcul correct des déplacements;

2° que la partie dépendant de a des T_0^{ij} soit T_e^{ij} dans la notation de la relation (6) s'annule puisque T_0^{ij} n'est pas *invariant* de jauge. Ce qui implique la relation

$$a\,[E^{*z}\,H^z + E^z\,H^{*z}] = 0 \tag{7}$$

établie directement dans le cas $k_0 = 0$ [([6]), équation (4,17)]. Cette relation est essentielle, car puisque $a \neq 0$ ($a = 0$ est absurde dans notre cas, car il annulerait les potentiels), on a nécessairement $[E^{*z}\,H^z + \text{c. c.}] = 0$, soit

$$E^z = 0, \qquad H^z = 0, \qquad H^z = \pm\,i\,E^z; \tag{8}$$

qui signifie en clair que les seuls états transmissibles correspondent à une polarisation linéaire $\parallel$ ou $\perp$ à Π, ce qui correspond bien au phénomène observé par Imbert.

On prévoit également que l'intensité correspondant aux deux faisceaux transmis pour $\vec{E}(\theta)$ quelconque doit être proportionnelle à $\cos^2 \theta$ et $\sin^2 \theta$ et que la polarisation transmise dans l'onde évanescente est nécessairement circulaire droite ou gauche, ce qui pourrait aussi être vérifié expérimentalement.

Ce résultat s'interprète aisément, si l'on observe que $k_0 \neq 0$ introduit dans la théorie de la lumière des conditions supplémentaires (telles que $A_i k^i = 0$) ainsi que la possibilité de construire des tenseurs complètement antisymétriques de rang 3 par un produit de termes de la forme $F_{ij} A_k$. En théorie de Maxwell où $k_0 = 0$ on ne peut le faire car on ne dispose que des F_{ij}. Ceci signifie à notre avis qu'en théorie de Maxwell le photon n'a pas de spin et ne peut être considéré comme particule de spin 1, ce qui paraît grave. Naturellement, on peut définir la polarisation (hélicité) de l'onde mais, tandis que dans la théorie proposée par l'un de nous [7] le spin et la polarisation sont intimement liés, en théorie de Maxwell seule la polarisation existe. De plus, ceci signifie que le mouvement des quanta est toujours lié au mouvement de la matière ($k_0 \neq 0$), ce qui prolonge de façon satisfaisante le principe établi par Einstein.

Il semble donc que le nouvel effet établi par M. Imbert prouve que la véritable théorie des ondes électromagnétiques, cas particulier de la théorie générale des particules de spin 1, doit permettre d'attribuer une valeur bien déterminée aux potentiels qui deviennent ainsi de véritables grandeurs physiques et aussi comme nous l'avons montré plus haut, d'assigner une valeur non nulle à la masse propre du photon. Ainsi les équations de Maxwell apparaissent maintenant comme insuffisantes pour décrire complètement les propriétés de la lumière.

(*) Séance du 8 décembre 1971.

(1) F. Goos et M. Hänchen, *Ann. Phys.*, 1, 1947, p. 333.
(2) A. Mazet, C. Imbert et S. Huard, *Comptes rendus*, 273, série B, 1971, p. 592.
(3) L. de Broglie, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1924.
(4) L. Bass et E. Schrödinger, *Proc. Roy. Soc.*, 232 A, 1955.
(5) O. Costa de Beauregard, C. Imbert et J. Ricard, *Int. J. Th. Phys.*, 4, (2), 1971, p. 125.
(6) O. Costa de Beauregard, *Comptes rendus*, 273, série B, 1971 (à paraitre).
(7) L. de Broglie, *La Mécanique Ondulatoire du Photon*, 1, Hermann, Paris, 1940.
(8) Les ε^i_L ont été calculés explicitement par Imbert pour $k_0 = 0$ (C. Imbert et J. Ricard, *Comptes rendus*, 270, série B, 1970, p. 1096). S'ils sont $\neq 0$ on retrouve la condition (8).

94, *rue Perronet,*
92-Neuilly-sur-Seine,
Hauts-de-Seine
et *Institut Henri Poincaré,*
11, *rue Pierre-et-Marie-Curie,*
75-Paris, 5e.