

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la réfutation du théorème de Bell.*

Note (*) de M. Louis de Broglie, Membre de l'Académie.

Le but de cette Note est d'exposer pourquoi le raisonnement par lequel M. Bell a cru pouvoir démontrer l'impossibilité d'interpréter la Mécanique ondulatoire par une théorie à variables cachées est inexact.

Dans un article publié dans la revue *Physics* en 1964 ⁽¹⁾, M. Bell a cru pouvoir démontrer l'impossibilité d'interpréter la Mécanique ondulatoire à l'aide d'une « théorie à variables cachées ». Pour nous, cette expression désigne une théorie qui admet la localisation permanente des particules dans leur onde, les variables cachées étant les coordonnées des particules.

Dans le paragraphe 3 de son article, M. Bell considérant la mesure des spins de deux électrons très éloignés l'un de l'autre calcule les probabilités que doivent avoir les résultats de telles mesures si l'on admet l'existence de variables cachées et l'indépendance de ces mesures. Les évaluations qu'il obtient ainsi sont en accord avec celles que l'on obtient dans notre théorie qui localise les particules dans l'onde.

Mais M. Bell veut ensuite démontrer, et c'est ce qui constitue son théorème, qu'il existe une contradiction entre l'hypothèse de l'indépendance des mesures du spin et les lois générales, qui lui paraissent toujours exactes, de la Mécanique quantique usuelle. Pour faire cette démonstration, il représente par la lettre λ l'ensemble des variables supposées cachées et il désigne par \mathbf{a} et \mathbf{b} deux vecteurs unités situés aux endroits où s'effectue la mesure du spin des deux électrons supposés éloignés et localisés, vecteurs qui définissent l'orientation des deux appareils de mesure.

Prenant alors comme unité de spin la grandeur $\hbar/2$, M. Bell écrit que le résultat de la mesure des spins sur les électrons éloignés doit être exprimé par les formules

$$(1) \quad A(\mathbf{a}, \lambda) = \pm 1, \quad B(\mathbf{b}, \lambda) = \pm 1.$$

Elles signifient que le résultat des mesures du spin est ± 1 suivant la position des particules et l'orientation des vecteurs \mathbf{a} et \mathbf{b} . Le résultat de la mesure faite sur l'un des électrons ne dépend donc pas de l'orientation de l'appareil agissant sur l'autre électron. On en déduit que, dans une théorie à variables cachées, si $\rho(\lambda)$ est la probabilité des λ , la valeur moyenne des composants $\sigma_1 \mathbf{a}$ et $\sigma_2 \mathbf{b}$ est

$$(2) \quad P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int \rho(\lambda) A(\mathbf{a}, \lambda) B(\mathbf{b}, \lambda) d\lambda$$

et nous sommes d'accord sur cette formule.

Mais, dit ensuite M. Bell, cette valeur moyenne, conséquence nécessaire d'une théorie à variables cachées, doit être compatible avec celle qui est prévue par la Mécanique quantique *pour un état singulet*, qui s'écrit, avec les notations employées, sous la forme que nous avons vérifiée

$$(3) \quad \langle \sigma_1 \mathbf{a}, \sigma_2 \mathbf{b} \rangle = \sigma_1 \mathbf{a} \cdot \sigma_2 \mathbf{b} + \sigma_1 \mathbf{b} \cdot \sigma_2 \mathbf{a} = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{b},$$

les indices 1 et 2 numérotant les particules. C'est sur cette formule que M. Bell s'appuie pour déclarer inacceptable toute théorie à variables cachées.

Mais nous contestons la validité générale de la formule (3). En effet, que signifie cette formule? Si l'on permute la position des particules dans l'espace, cela a pour effet de permuter les spins de ces électrons, car les spins sont définis par la structure locale de l'onde et non par la position des particules. Il résulte de cette permutation que $\sigma_1 \mathbf{a}$ devient $\sigma_1 \mathbf{b}$ et que $\sigma_1 \mathbf{b}$ devient $\sigma_2 \mathbf{a}$. La formule (3) exprime donc l'antisymétrisation de la fonction d'onde de deux électrons dans l'espace de configuration, compte tenu du spin. Mais, ainsi que je l'ai signalé il y a bien longtemps ⁽²⁾, cette antisymétrisation n'est justifiée que si les trains d'ondes portant les deux électrons se superposent, au moins partiellement, dans l'espace.

Il est facile de comprendre le sens de cette dernière affirmation. Quand deux particules sont sur un même train d'ondes, leurs mouvements, qui dans notre théorie résulte de la loi du guidage et des perturbations subquantiques, sont corrélés et c'est cette corrélation qui est exprimée par la formule d'antisymétrisation pour les fermions et de symétrisation pour les bosons ⁽³⁾. Mais, dès que les trains d'ondes se sont séparés, le mouvement de chaque particule dans son train d'ondes devient entièrement indépendant du mouvement que peut avoir l'autre particule dans son train d'ondes éloigné.

La plupart des auteurs qui exposent la Mécanique quantique semblent toujours raisonner comme si les trains d'ondes associés aux particules avaient une longueur infinie. Déjà pour la lumière, si l'on excepte celle qui est émise par les lasers, la longueur des trains d'ondes ne paraît pas de dépasser l'ordre du mètre. Mais, pour les électrons, la longueur des trains d'ondes est de l'ordre du micron ou millionième de mètre. La plupart des théoriciens quantistes paraissent ne pas tenir compte de ce fait bien connu des spécialistes de l'optique électronique, à la suite des travaux de Möllenstedt, Fert et Faget, Zouckermann.

De la très petite longueur des trains d'ondes électroniques, il résulte que, quand deux électrons initialement portés par un même train d'ondes ont été envoyés dans des directions différentes par l'action d'un appareil du type Stern-Gerlach, leurs trains d'ondes se séparent en un temps qui ne peut guère dépasser 10^{-12} s. et qu'ensuite la formule (3), qui correspond à l'existence d'un état singulet, n'est plus valable tandis que la formule (2) est alors vérifiée, ce qui fait tomber le théorème de Bell.

En résumé, M. Bell considère deux électrons qui sont éloignés et portés par un même train d'ondes, mais ces deux hypothèses sont inconciliables.

Ajoutons encore une remarque. Si, à un même instant, on mesure les spins de deux électrons éloignés et si ces mesures sont corrélées, cela implique un échange d'information *instantané* entre les deux appareils de mesure, ce qui est contraire à la théorie de la Relativité. Cette objection est valable que les particules soient ou ne soient pas localisées et n'est nullement opposable à une théorie à variables cachées. Mais nous échappons complètement à cette objection puisque, pour nous, les mesures du spin sur des électrons éloignés ne sont pas corrélées.

(*) Séance du 25 mars 1974.

(1) J. S. BELL, *Physics*, 1, 1964, p. 185-200.

(2) L. DE BROGLIE, *La Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules*, Gauthier-Villars, Paris, 1939, réédité en 1950, p. 134-135.

(3) L. DE BROGLIE, *La réinterprétation de la Mécanique ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris, 1971, p. 183-188; voir aussi p. 88-93.