TRAITÉ DE PHYSIQUE THÉORIQUE ET DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE

OUVRAGES RÉUNIS PAR JEAN-LOUIS DESTOUCHES

I. DESTOUCHES (JEAN-LOUIS), Professeur à la Sorbonne. — *Méthodologie. Notions géométriques.* XIV-228 pages; 1953.

II. DESTOUCHES (JEAN-LOUIS), Professeur à la Sorbonne. — *Mécanique newtonienne (sous presse).*

III. BROGLIE (LOUIS DE), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, Professeur à la Sorbonne. — *Éléments de théorie des quanta et de Mécanique ondulatoire.* 302 pages, 31 figures; 1959.

IV. DEQUOY (N.), Ancienne élève de l'École Normale Supérieure de jeunes filles de Sèvres. — *Mécanique à l'usage des classes de Mathématiques élémentaires.* XII-195 pages; 1954.

V. MERCIER (A.), Professeur à l'Université de Berne. — *Principes de Mécanique analytique.* XI-151 pages, 6 figures; 1955.

VI. DAUDEL (RAYMOND), Secrétaire général du Centre de Chimie Théorique de France, Chargé de cours à la Sorbonne. — *Les Fondements de la Chimie Théorique, Mécanique ondulatoire appliquée à l'étude des atomes et des molécules.* Préface de M. *Louis de Broglie.* X-236 pages, 40 figures; 1956.

VII. MERCIER (J.), Doyen honoraire et Professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux. — *Thermodynamique à l'usage de l'Enseignement supérieur et des Écoles d'Ingénieurs.* VIII-618 pages; 1957.

VIII. PARODI (MAURICE), Professeur au Conservatoire des Arts et Métiers et à l'École Centrale des Arts et Manufactures. — *Introduction à l'étude de l'Analyse symbolique*, 248 pages, 49 figures; 1957.

IX. CAZIN (M.), Professeur à l'École Centrale et DEQUOY (N.). — *Cours de Mécanique pour les classes de préparation aux Grandes Écoles* (nouveau programme). Préface de *J. L. Destouches.* XI-200 pages, 25 figures; 1958.

X. CAZIN (M.). — *Exercices de Mécanique pour les classes de préparation aux Grandes Écoles* (nouveau programme). 70 pages, 28 figures; 1959.

XI. TONNELAT (M. A.). — *Les théories unitaires et leurs applications à la Physique (sous presse).*

XII. PARODI (MAURICE). — Professeur au Conservatoire des Arts et Métiers et à l'école Centrale des Arts et Manufactures. — *La localisation des valeurs caractéristiques des matrices et ses applications.* Préface de M. *H. Villat.* 172 pages, 15 figures; 1959.

XIII. JANCEL (R.). — *Les fondements de la Mécanique statistique classique et quantique.* Préface de M. *L. de Broglie.* XXVI-304 pages, 3 figures; 1962.

**

TRAITÉ DE PHYSIQUE THÉORIQUE ET DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE

OUVRAGES RÉUNIS PAR JEAN-LOUIS DESTOUCHES

(*suite*)

XIV. DAUDEL (Raymond), Secrétaire général du Centre de Chimie Théorique de France, Chargé de cours à la Sorbonne. — *Structure électronique des molécules.* 283 pages, nombreuses figures; 1962.

XV. PARODI (Maurice), Professeur au Conservatoire des Arts et Métiers et à l'École des Arts et Manufactures. — *Application de l'algèbre moderne à quelques problèmes de Physique classique.* VIII-350 pages, 90 figures; 1962.

XVI. VISCONTI (A). — Professeur à l'Université d'Aix-Marseille. — *Théorie quantique des Champs* (*Traité de Physique Théorique et de Physique mathématique*).

Tome I : *Formalisme hamiltonien. Champs libres*; XIX - 299 pages, 16 figures; 1961.

XVII. Tome II : (*sous presse*).

XVIII. DESTOUCHES (Jean-Louis), Professeur à la Sorbonne. — *Qu'est-ce que la Physique mathématique* (*sous presse*).

XIX. DESTOUCHES (J.-L.) - AESCHLIMANN, *Problèmes de Physique mathématique moderne* (*sous presse*).

XX. BODIOU (G.) *Théorie des probabilités englobant leurs calculs classique et quantique* (*sous presse*).

XXI. BROGLIE (Louis de), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — *Étude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire* (*sous presse*).

ÉTUDE CRITIQUE
DES BASES DE L'INTERPRÉTATION ACTUELLE
DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE

OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

La Physique quantique restera-t-elle indéterministe ? suivi d'une contribution de M. *Jean-Pierre Vigier*. (*Les Grands Problèmes des Sciences*, Fasc. I.) In-8 (16-25), VII-113 pages, 4 figures; 1953.

Mécanique ondulatoire du photon et Théorie quantique des champs. 2e édition revue et corrigée. In-8 (16-25), 208 pages; 1957.

Éléments de théorie des Quanta et de Mécanique ondulatoire. (*Traité de Physique théorique et de Physique mathématique.* Fascicule III.) 2e édition revue et corrigée. In-8 (16-25), 302 pages, 31 figures; 1959.

La Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules. (*Collection de Physique mathématique*, Fascicule V.) 2e édition. In-8 (16-25), VI-224 pages; 1950.

Théorie générale des particules à spin. Méthode de fusion. 2e édition revue et corrigée. In-8 (16-25), VI-210 pages, 7 figures; 1954.

La théorie des particules de spin 1/2 (Électrons de Dirac). In-8 (16-25), 164 pages; 1952.

Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire. (*La théorie de la double solution.*) In-8 (16-25), VII-297 pages, 20 figures; 1956.

La théorie de la mesure en mécanique ondulatoire. (*Interprétation usuelle et Interprétation causale.*) (*Les grands problèmes des Sciences*, Fascicule VII.) In-8 (16-25), VI-130 pages, 7 figures; 1957.

Problèmes de propagations guidées des ondes électromagnétiques. 2e édition. In-8 (16-25), VIII-120 pages, 14 figures; 1951.

Introduction à la nouvelle théorie des particules de M. J.-P. Vigier et ses collaborateurs. In-8 (16-25), 108 pages; 1961.

TRAITÉ DE PHYSIQUE THÉORIQUE ET DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE
OUVRAGES RÉUNIS PAR JEAN-LOUIS DESTOUCHES

XXI

ÉTUDE CRITIQUE DES BASES DE L'INTERPRÉTATION ACTUELLE DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE

PAR

Louis de BROGLIE
de l'Académie française
Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences.

PARIS
GAUTHIER-VILLARS & Cie, ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE
55, Quai des Grands-Augustins, 55

1963

PRÉFACE

Depuis plus de trente ans, les physiciens théoriciens se sont, en grande majorité, ralliés à une interprétation de la Physique quantique et de la Mécanique ondulatoire qui dérive des idées introduites naguère par M. Bohr et ceux qui l'ont suivi (École de Copenhague). Cette interprétation paraît s'adapter d'une manière parfaite aux formalismes élégants et précis actuellement utilisés en Mécanique quantique, formalismes dont les prévisions sont généralement très exactement vérifiées par l'expérience.

Bien qu'après mes premiers travaux sur la Mécanique ondulatoire j'aie formulé au sujet du dualisme des ondes et des corpuscules des idées tout à fait différentes de celles que l'École de Copenhague commençait à répandre, j'ai été bientôt arrêté dans cette voie par de grandes difficultés et j'ai finalement admis l'interprétation devenue aujourd'hui orthodoxe que j'ai ensuite longtemps enseignée. Mais depuis une dizaine d'années, revenant à mes conceptions primitives, je suis arrivé à la conviction que les formalismes usuels, bien qu'en apparence rigoureux et conduisant généralement à des conclusions exactes, ne donnent pas une vue profonde et véritablement explicative de la réalité physique aux très petites échelles.

Parmi les questions que ce revirement m'a conduit à me poser, il y a naturellement celle-ci : si les conceptions actuellement orthodoxes sont insuffisantes, comment se fait-il que des esprits éminents aient été amenés à les adopter et que, moi-même, je m'y sois résigné pendant de longues années? La réponse est évidemment la suivante : dans le cadre des formalismes, si satisfaisants à tant d'égards, de la Mécanique quantique, des raisonnements qui se présentent naturellement à l'esprit paraissent conduire à ces conceptions orthodoxes. Ayant pendant longtemps enseigné l'interprétation actuellement admise, j'étais en mesure d'en faire une critique approfondie et, en faisant cette critique, j'ai cru déceler dans des raisonnements qui paraissent décisifs des analyses insuffisantes, des points faibles et de nombreuses obscurités. En particulier, la localisation corpusculaire étant en dernière analyse la seule chose que nous puissions indirectement observer au niveau microphysique, il m'est apparu particulièrement paradoxal d'en être arrivé à faire disparaître de la théorie l'image du corpuscule localisé et j'ai donné dans ce qui suit des exemples de paradoxes auxquels on est ainsi amené. Parfois même, en y réfléchissant, je me suis aperçu que certains raisonnements considérés par leurs auteurs comme des preuves décisives en faveur des conceptions actuelles peuvent, au contraire, être regardés comme plutôt favorables à mes propres conceptions : on en trouvera plusieurs exemples dans le présent Ouvrage.

En rédigeant ce petit livre, j'ai été naturellement amené à refaire un exposé sommaire de l'interprétation de la Mécanique ondulatoire que j'avais autrefois proposée sous le nom de « théorie de la double solution » et que j'ai reprise depuis quelques années. J'ai fait cet exposé en tenant compte de l'évolution la plus récente de ma pensée sur ce problème : en particulier, j'ai insisté sur l'introduction dans la théorie de l'élément aléatoire qui correspond à l'hypothèse du « milieu subquantique » de MM. Bohm et Vigier. Cette hypothèse conduit à considérer tout corpuscule, même en apparence isolé, comme en contact permanent avec un « thermostat caché » dont ce que nous appelons le « vide » serait le siège. Je me suis, en effet, de plus en plus rendu compte que la forme primitive que j'avais donnée à la théorie de la double solution devait être complétée par l'adjonction de cet élément aléatoire. La Dynamique du corpuscule exprimée par ce que j'ai appelé la « formule du guidage » doit donc être complétée par une Thermodynamique du corpuscule dont je crois que je commence à entrevoir les grandes lignes. Je me rapproche ainsi d'une idée d'Einstein qui, avec son remarquable flair de physicien, pressentait dans le comportement aléatoire du corpuscule de la Physique quantique l'intervention de quelque chose d'analogue à un mouvement brownien, c'est-à-dire de fluctuations du genre de celles qu'on étudie en Thermodynamique statistique.

Toutefois, si j'ai cru devoir rappeler dans les pages qui suivent les principes de la nouvelle interprétation du dualisme des corpuscules et des ondes telle que je la vois se dessiner peu à peu, ce n'est pas là le but principal de cet Ouvrage. Ce but principal est d'essayer de faire partager au lecteur ma conviction croissante que les raisonnements sur lesquels s'appuie l'interprétation actuelle de la Physique quantique ne sont pas aussi décisifs qu'ils le paraissent et contiennent beaucoup de petites fêlures. J'ai, pour ma part, l'impression que la plupart des théoriciens actuels, cédant à des tendances exagérement abstraites, ont trop facilement renoncé à se faire une image intelligible des phénomènes de la Physique quantique.

Pour compléter le texte du présent Ouvrage, M. João Luis Andrade e Silva a bien voulu écrire un chapitre complémentaire intitulé *Remarques sur les systèmes de particules identiques.* Je tiens à le remercier bien vivement de sa précieuse collaboration.

1er juillet 1962.

LOUIS DE BROGLIE.

ÉTUDE CRITIQUE
DES BASES
DE L'INTERPRÉTATION ACTUELLE
DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE

CHAPITRE I.

RÉFLEXIONS SUR LA NATURE DES PHÉNOMÈNES CORPUSCULAIRES ET ONDULATOIRES.

1. Observation du monde microphysique. — Le monde microphysique, c'est-à-dire la réalité physique à l'échelle des atomes et des corpuscules, échappe à nos observations directes. Comment le connaissons-nous? Il semble qu'on doive répondre à cette question en disant : nous le connaisons *uniquement* par l'intermédiaire de « localisations corpusculaires observables », c'est-à-dire de phénomènes où un corpuscule, agissant à l'échelle microphysique, déclenche par une réaction en chaîne un effet observable. Prenons un exemple pour bien préciser ceci. Soit un photon qui arrive dans l'émulsion d'une plaque photographique : il produit dans un atome de l'émulsion un effet photoélectrique et il en résulte l'émission par cet atome d'un électron rapide qui va ioniser les atomes environnants et provoquer ainsi l'émission d'autres électrons qui iront à leur tour ioniser d'autres atomes. Par ce processus de « boule de neige », de réactions en chaîne, des réactions chimiques sont déclenchées dans un domaine de *dimensions macroscopiques* de l'émulsion photographique et ces réactions chimiques ont pour résultat qu'après le développement, il apparaît sur la plaque une tache noire de dimensions macroscopiques directement observable par l'homme. Si le corpuscule, au lieu d'être un photon comme dans l'exemple précédent, est un électron ou une autre particule de l'échelle microphysique, c'est toujours un processus analogue de réaction en chaîne qui permettra de déceler sa présence, par exemple son arrivée dans une plaque, sur un écran, etc. C'est toujours et, me semble-t-il, *uniquement* ce processus de « localisation corpusculaire observable » qui nous permet de connaître ce qui se passe à l'échelle microphysique. La réaction en chaîne déclenchée par l'arrivée du corpuscule est une sorte de processus amplificateur, réalisant une amplification en étendue, qui nous permet d'*observer* quelque chose qui s'est passé à une échelle inaccessible à nos sens.

La trace laissée par le passage d'une particule dans une chambre de Wilson constitue un exemple de localisations corpusculaires observables se produisant successivement tout le long d'une trajectoire. Dans le gaz sursaturé de vapeur de la chambre de Wilson, l'électron entre successivement en interaction de proximité avec une série d'atomes du gaz en les ionisant et chacune de ces ionisations déclenche un processus en chaîne qui aboutit à la formation d'une petite gouttelette d'eau. Le chapelet des gouttelettes d'eau ainsi formées dessine dans le gaz la forme de la trajectoire. On obtient ainsi une interprétation immédiate et intuitive du phénomène observé. Une explication analogue s'applique à ce qui se passe dans une émulsion photographique ou dans une chambre à bulle quand elles permettent de déceler le passage d'une particule.

Cette idée fondamentale étant reconnue, il convient d'y ajouter des commentaires importants.

Une première remarque est la suivante. Le résultat observable de la réaction en chaîne (tache noire sur une plaque photographique, etc.) a finalement toujours des dimensions de l'ordre d'une fraction de millimètre puisqu'il est observable, mais l'acte individuel qui est à l'origine de cette réaction en chaîne a lieu à l'échelle microphysique dans un domaine infiniment plus petit dont les dimensions sont, au plus, de l'ordre du rayon des atomes (10^{-8} à 10^{-9} cm) et peuvent descendre à l'ordre des rayons nucléaires ou corpusculaires (10^{-12} à 10^{-13} cm). Nous devons en conclure que, quand un corpuscule déclenche un phénomène observable par une réaction en chaîne, il le fait toujours en agissant à très courte distance, distance de l'ordre microphysique, sur un autre corpuscule ou sur un système de l'échelle atomique. Qu'on représente cette action par une fonction potentielle ou par le procédé assez artificiel de l'échange de photons virtuels, il faut toujours aboutir à lui attribuer une portée, un rayon d'action, très petite ($\leq 10^{-8}$ cm). J'ajouterai, sans développer entièrement ce point, que même dans l'action d'un photon sur une particule, on doit considérer cette action comme extrêmement localisée (1). Cette idée que la localisation corpusculaire observable, seule

(1) Dans les théories actuelles de l'interaction entre le rayonnement électromagnétique et un corpuscule électrisé, le terme d'interaction contient toujours, sous une forme plus ou moins dissimulée, un facteur de la forme $\delta(\vec{R} - \vec{r})$, où $\vec{R}$ et $\vec{r}$ définissent les positions du photon et du corpuscule : ceci revient à admettre implicitement que le photon n'agit sur le corpuscule qui si sa position coïncide presque exactement avec celle du corpuscule.

fenêtre qui soit pour nous ouverte sur le monde microphysique, est liée à une très grande *proximité* entre le corpuscule déclenchant le phénomène observable et une autre unité du monde microphysique me paraît essentielle. Toute théorie acceptable doit la faire intervenir et nous en verrons un exemple à la fin de ce volume en étudiant un curieux Mémoire de M. Darwin sur la représentation des phénomènes de choc dans l'espace de configuration.

Une deuxième remarque importante est relative à la mesure des grandeurs dynamiques d'un corpuscule, notamment de son énergie et de sa quantité de mouvement. Contrairement à ce qu'on a parfois écrit, il ne nous semble pas qu'on puisse jamais mesurer l'énergie ou la quantité de mouvement d'un corpuscule en lui faisant subir une interaction avec un corps macroscopique et en étudiant le recul subi par ce corps : ce recul, en raison de sa petitesse, échapperait en effet à toute observation. En réalité, pour mesurer l'énergie ou la quantité de mouvement d'un corpuscule, il est toujours nécessaire d'utiliser l'interaction de ce corpuscule avec une autre particule de l'échelle atomique et d'observer le recul subi par cette particule à l'aide d'une ou de plusieurs localisations observables du type décrit précédemment : alors la corrélation établie après le choc entre le mouvement des deux unités microphysiques par la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement nous fournira l'état de mouvement du corpuscule étudié.

Comme exemple, nous pouvons prendre le cas bien connu d'un effet Compton dans une chambre de Wilson. Un photon de rayons X de fréquence ν_0 connue $\left(\text{donc d'énergie } h\nu_0 \text{ et de quantité de mouvement } \frac{h\nu_0}{c}\right.$ $\left.\text{également connues}\right)$ arrive sur un électron immobile en un point O. Après

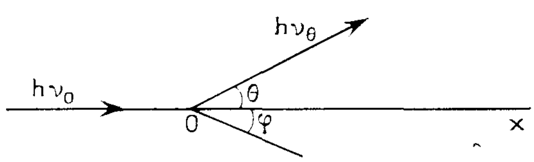

Fig. 1.

l'interaction entre le photon et l'électron, le photon s'éloigne du point O avec une énergie $h\nu_\theta$ et une quantité de mouvement $\frac{h\nu_\theta}{c}$ dans une direction faisant un angle θ avec la direction d'incidence Ox. Mais ni θ, ni ν_θ ne sont observables parce que le photon X est trop pénétrant pour produire des effets observables dans le gaz de la chambre. L'électron mis en mouvement de recul subit des chocs sur les atomes du gaz, chocs qui déclenchent des condensations de gouttelettes d'eau dessinant le trajet de l'électron de recul : ce trajet est zigzaguant à cause des chocs entre l'électron et les atomes du gaz, mais la tangente à l'origine de cette trajectoire donne l'angle φ de la vitesse initiale de recul de l'électron avec l'axe Ox.

Les angles θ et φ sont dans un même plan par raison de symétrie et la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement dans le choc fournit par un calcul bien connu les deux relations suivantes :

$$(1) \qquad \nu_\theta = \frac{\nu_0}{1+\alpha(1+\cos\theta)} = \frac{\nu_0}{1+2\alpha\sin\frac{\theta}{2}},$$

$$(2) \qquad 1-\cos\theta = \frac{2}{1+\operatorname{tg}^2\varphi(1+\alpha)^2} \quad \text{ou} \quad \operatorname{cotg}\varphi = (1+\alpha)\operatorname{tg}\frac{\theta}{2},$$

avec $\alpha = \frac{h\nu_0}{mc^2}$, où m est la masse de l'électron. L'angle φ étant observable, l'équation (2) donne la valeur de l'angle θ qui, portée dans l'équation (1), permet de calculer ν_θ. Ainsi les localisations observables de l'électron dans la chambre de Wilson permettent finalement de calculer l'angle θ qui est inobservable et les valeurs inconnues $h\nu_\theta$ et $\frac{h\nu_\theta}{c}$ de l'énergie et de la quantité de mouvement du photon après le processus qui permet la mesure de ces grandeurs.

De tout ce qui précède, nous pouvons conclure que dans tout processus physique permettant de mesurer certaines grandeurs dynamiques caractérisant un corpuscule, intervient toujours une localisation corpusculaire observable du type que nous avons décrit plus haut (ou une suite de localisations de ce genre) avec éventuellement conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. Nous croyons pouvoir en conclure que tout processus de mesure d'une grandeur dynamique, telle qu'énergie et quantité de mouvement d'un corpuscule, est un processus complexe et indirect qui utilise nécessairement l'observation indirecte de localisations corpusculaires. Ceci nous permettra, quand nous ferons l'étude critique de la « théorie des transformations », de mettre en doute l'équivalence absolue qu'elle postule entre les représentations q et les représentations p.

Insistons encore sur un point important. Au moment où se déclenche une localisation corpusculaire observable, le corpuscule doit se trouver dans une très grande proximité (à une distance inférieure à 10^{-8} cm) du système microphysique sur lequel il agit. D'ailleurs, ce qu'on peut appeler les « dimensions » d'un corpuscule sont certainement inférieures à 10^{-12} cm. Ceci correspond à une localisation extrêmement stricte du corpuscule dans le train d'ondes qui lui est associé. Pour un photon de la lumière, l'expérience indique que les trains d'ondes ont une longueur de quelques millions de longueurs d'onde, c'es-à-dire de quelques mètres; nous sommes bien loin de l'ordre de grandeur de 10^{-12} ou même 10^{-8} cm. Pour les électrons, des expériences récentes (Möllensted en Allemagne, Faget et

Fert à Toulouse) ont montré que les trains d'ondes ont aussi une longueur qui est égale à un très grand nombre de fois la longueur d'onde (qui est ici de l'ordre de 10^{-9} cm) et cette longueur du train d'ondes est, par suite, très supérieure à 10^{-12} et même à 10^{-8} cm. C'est cette extrême localisation du corpuscule dans son train d'ondes, brusquement révélée par la localisation observable, qui constitue, nous le verrons, l'une des principales difficultés de l'interprétation du dualisme onde-corpuscule.

Voici maintenant un autre point important. Dans beaucoup d'exposés, on cherche à définir la localisation du corpuscule par son passage à travers un trou percé dans un écran. Plus le trou est petit, dit-on, plus la localisation du corpuscule dans le plan de l'écran est précise. Mais, en réalité, il n'y a pas là une véritable localisation puisqu'il n'y a rien d'observable dans ce passage par le trou. D'ailleurs si le train d'ondes est long, on ne sait pas à quel moment le corpuscule a passé par le trou. A vrai dire, le passage par le trou est seulement une « condition aux limites » imposée à la propagation de l'onde associée au corpuscule et non une véritable localisation de ce corpuscule. L'effet photoélectrique que produit un photon agissant sur un atome ou l'ionisation d'un atome par un électron, qui sont de véritables localisations corpusculaires observables, n'ont rien à voir avec le passage à travers un trou.

Un autre point de vue, qu'on trouve souvent dans les exposés et qui intervient, nous le verrons, dans la théorie des transformations, consiste à assimiler la localisation du corpuscule à une réduction du train d'ondes associé à des dimensions extrêmement petites représentées approximativement par une fonction de Dirac $\delta(\vec{R} - \vec{R}_0)$. Mais une telle réduction d'un train d'ondes n'est pas réalisable expérimentalement et la seule véritable localisation observable, qui implique une action de proximité du corpuscule sur une autre unité microphysique, n'a rien à voir avec l'image abstraite de la réduction d'un train d'ondes à des dimensions infiniment faibles.

Enfin, je voudrais encore insister sur le rôle certainement exagéré qu'on fait souvent jouer, dans l'analyse de l'observation des unités microphysiques, à l'appareil de mesure. Très souvent il n'y a pas d'appareils de mesure au sens propre du mot qui interviennent. Quand l'arrivée d'un photon ou d'un électron sur une plaque photographique produit un noircissement local et qu'on examine ce noircissement à l'œil, où est l'appareil de mesure? Quand un physicien voit la trajectoire d'un électron sous forme d'alignement de gouttelettes liquides dans une chambre de Wilson, où est l'appareil de mesure? Assurément, dans ces deux cas et dans des cas analogues, il y a toujours un dispositif expérimental : on met une plaque photographique sur le trajet du photon, on envoie un électron dans une chambre de Wilson, etc. Mais il n'y a pas d'appareils de mesure à proprement parler. On peut néanmoins dans certains cas faire intervenir un appareil de mesure : par exemple, on mesure le noircissement de la plaque photographique à l'aide d'un appareil mesurant l'opacité locale de la plaque, ou bien, pour mettre en évidence un effet photoélectrique, on s'arrangera pour que le photoélectron parvienne dans un multiplicateur d'électrons qui donnera à sa sortie un courant électronique assez intense pour être mesuré par un galvanomètre, etc. Mais, dans tous ces cas, l'appareil de mesure n'interviendra qu'à la fin du processus de localisation observable, quand la réaction en chaîne aura suffisamment amplifié le phénomène pour qu'il soit devenu mesurable par un appareil de mesure au sens ordinaire du mot.

Les analyses que nous venons de faire des phénomènes de localisation des corpuscules sont, croyons-nous, très importantes et mériteraient d'être approfondies. Elles devraient être toujours faites sans l'introduction d'aucun formalisme mathématique abstrait qui risquerait de masquer le sens véritable des faits et d'en fausser l'interprétation.

2. **Nature statistique des apparences ondulatoires. Examen de la notion de complémentarité.** — Nous avons parlé du corpuscule et de ses localisations observables. Il nous faut maintenant parler de l'onde associée. Les apparences expérimentales qui obligent à introduire l'idée de cette onde sont les phénomènes d'interférences et de diffraction. Pour bien nous rendre compte de la nature de ces apparences, rappelons d'abord que, quand des photons ou des électrons arrivent sur une plaque photographique et y produisent une impression, ils le font par le processus de la localisation corpusculaire observable décrit au paragraphe précédent. Ceci est démontré expérimentalement : pour la lumière par exemple, on sait depuis longtemps que chaque photon arrivant sur l'émulsion produit un effet photoélectrique qui déclenche une petite réaction chimique locale aboutissant à la réduction du bromure d'argent et à une petite tache noire sur le négatif (Silberstein, Vavilov).

Considérons alors une plaque photographique sur laquelle l'arrivée de photons ou d'électrons a provoqué l'apparition de franges d'interférences ou d'un diagramme de diffraction. L'arrivée de chaque corpuscule n'a donné qu'un petit point noir sur la plaque, mais, en arrivant successivement sur la plaque, les corpuscules se sont répartis de façon à dessiner les franges d'interférences ou le diagramme de diffraction. Les apparences ondulatoires sont donc de nature essentiellement statistique puisque leur apparition exige l'arrivée sur la plaque d'un grand nombre de corpuscules qui se répartissent proportionnellement à l'intensité de l'onde.

Cette interprétation statistique des apparences ondulatoires conduit à une image « probabiliste » de l'onde. On a pu, en effet, obtenir des phénomènes d'interférences de la lumière du type usuel en employant pendant un temps très long une lumière d'intensité extrêmement faible, si faible qu'on ne pouvait avoir à la fois plus d'un photon dans le dispositif d'interférences. Ce sont les expériences de Taylor (1909) confirmées par celles de Dempster et Batho (1927). Le même résultat a été obtenu plus récemment (1949) en U. R. S. S. par Souchkine et Fabrikant pour les figures de diffraction obtenues avec des électrons et l'on peut penser que c'est là un fait général pour tous les corpuscules. La seule interprétation qu'on puisse donner de ce résultat est la suivante : chaque corpuscule arrive sur le dispositif d'interférences ou de diffraction avec son train d'ondes qui y subit les interférences prévues par la théorie ondulatoire et, au bout d'un temps très long, quand il est arrivé les uns après les autres un grand nombre de corpuscules, ceux qui ont été captés par la plaque photographique et y ont produit des localisations corpusculaires observables se sont finalement répartis sur la plaque proportionnellement à l'intensité de l'onde. On est ainsi amené à dire que l'intensité de l'onde mesure la probabilité pour que le corpuscule subisse en un point de l'espace une localisation observable et, par suite, à considérer l'onde que la Mécanique ondulatoire associe au corpuscule comme une représentation de localisations possibles. Nous allons bientôt examiner les difficultés soulevées par une telle interprétation de la signification de l'onde, mais pour l'instant, nous allons exposer la notion de complémentarité introduite par M. Bohr.

D'après M. Bohr, l'onde et le corpuscule seraient des « aspects complémentaires » de la réalité physique qui apparaîtraient tour à tour dans des expériences différentes de telle manière que, quand l'un des aspects se manifeste, l'autre disparaît et que les deux aspects complémentaires inconciliables n'entrent jamais en conflit l'un avec l'autre. Cette notion de complémentarité a eu un grand succès et l'on a même tenté de l'extrapoler de la façon la plus hasardeuse en dehors du domaine de la Physique, en Biologie, en Sociologie, en Psychologie, etc. Dans le domaine de la Physique quantique, j'ai longtemps adopté cette idée de complémentarité tout en me rendant compte qu'elle était assez imprécise et n'avait aucun caractère réellement explicatif. Dans ces dernières années, l'évolution de ma pensée m'a conduit à envisager la notion de complémentarité avec de plus en plus de réserve.

Beaucoup d'auteurs ont présenté la notion de complémentarité en disant que les unités fondamentales de la lumière et de la matière sont protéiformes et qu'elles se présentent à nous tantôt sous l'aspect d'ondes, tantôt sous l'aspect de corpuscules. Un tel énoncé me paraît aujourd'hui tout à fait inexact. Considérons une plaque photographique sur laquelle sont inscrites des franges d'interférences : l'aspect ondulatoire des corpuscules se manifeste évidemment sur cette plaque, mais l'aspect corpusculaire y est aussi présent puisque nous savons que les franges ont été dessinées sur la plaque par une succession de localisations corpusculaires individuelles. En d'autres termes, sur la plaque il y a l'ensemble des franges qui manifeste l'aspect ondulatoire, mais chaque frange noire est formée d'un ensemble de petits points noirs qui manifestent l'aspect corpusculaire. Donc sur une même plaque, sont présents l'aspect corpusculaire et l'aspect ondulatoire, seulement le premier est dû à des effets *individuels* et le second à un effet *statistique*. Mais où est là-dedans l'entité unique qui prendrait tour à tour l'aspect corpusculaire et l'aspect ondulatoire?

Nous reviendrons plus tard (au chapitre V) sur l'impossibilité d'observer les phénomènes d'interférences et de suivre en même temps la trajectoire du corpuscule, mais dès maintenant nous pouvons, me semble-t-il, conclure de la façon suivante. La notion de complémentarité ne peut être conservée que si l'on se contente de lui attribuer la signification suivante : pour rendre compte complètement des propriétés des corpuscules, il faut faire intervenir à la fois l'image du corpuscule localisé et celle de l'onde étendue en propagation. Sous cette forme prudente la notion de complémentarité est acceptable, mais elle est assez banale et n'a aucune vertu explicative. Elle n'apporte aucune explication du mystère de l'union des ondes et des corpuscules et elle me semble bien loin d'avoir la portée philosophique profonde que beaucoup d'auteurs lui attribuent.

Arrivons maintenant à l'une des questions les plus importantes, à l'une des énigmes les plus étranges, que pose l'interprétation de la Mécanique ondulatoire.

3. **L'onde la Mécanique ondulatoire est-elle objective ou subjective?** — Dans ce qui précède, nous venons d'être amenés à considérer l'onde associée au corpuscule comme une représentation de probabilité donnant par son intensité (carré de son amplitude) la probabilité de localisation observable du corpuscule. Or, ceci semble nous obliger à attribuer à l'onde un caractère subjectif.

Une représentation de probabilité implique, à mon avis, une ignorance partielle de celui qui l'emploie et elle a de ce fait nécessairement un caractère subjectif. J'ai dit une ignorance partielle car une ignorance totale ne permettrait de construire aucune représentation de probabilité : il faut, pour construire une telle représentation, posséder certaines informations à caractère objectif.

Pour bien faire comprendre ma pensée, je vais prendre un exemple très simple. Soit une table ayant deux tiroirs l'un à droite, l'autre à gauche. Nous savons que l'un des tiroirs contient une bille : c'est déjà une information objective, mais elle ne nous permet pas de construire une loi de probabilité pour la présence de la bille dans l'un ou l'autre tiroir. Mais supposons que nous apprenions que la bille a été déposée par celui qui l'a mise dans l'un des tiroirs en procédant de la manière suivante : cet homme a lancé la bille sur le disque en rotation d'une roulette (de Monaco) portant un nombre égal de cases rouges et de cases noires et il a décidé de placer la bille dans le tiroir de droite si elle s'arrête sur une case rouge et dans le tiroir de gauche si elle s'arrête sur une case noire. C'est là tout ce que nous savons, mais cette information a un caractère objectif et elle nous permet de construire une répartition de probabilité pour la présence de la bille dans l'un ou l'autre tiroir, cette probabilité étant $\frac{1}{2}$ pour chacun des deux tiroirs. Cette probabilité représente bien ce qui subsiste de notre ignorance sur la position de la bille avec l'ensemble des informations que nous possédons : elle a ainsi un caractère essentiellement subjectif. Si nous ouvrons le tiroir de droite et si nous y trouvons la bille, la répartition de probabilité est brusquement modifiée : elle devient 1 à droite et 0 à gauche et cette brusque modification montre bien que, sauf dans le cas de la certitude, une répartition de probabilité est la représentation de notre ignorance partielle à caractère essentiellement subjectif.

Il semble donc que, puisque nous avons été amenés à attribuer à l'onde le caractère d'une représentation de probabilité, nous devons la considérer comme subjective. Mais ce point de vue qui d'une part paraît s'imposer soulève d'autre part des difficultés considérables. Il est, en effet, bien difficile de nier tout caractère objectif à une onde qui se propage dans l'espace au cours du temps suivant certaines lois, qui se réfléchit sur les miroirs, qui interfère et se diffracte quand elle rencontre des obstacles. Comment dans les phénomènes d'interférences et de diffraction cette onde pourrait-elle imposer au corpuscule des positions privilégiées si elle n'existe que dans notre esprit? Dans la détermination de l'énergie des états stationnaires qui dépendent des conditions de propagation de l'onde dans tout un domaine d'espace et des conditions aux limites de ce domaine peut-on admettre que la forme de l'onde stationnaire correspondant à une fréquence propre (valeur propre) impose au corpuscule une valeur quantifiée de son énergie si cette onde est purement subjective?

Nous voici au cœur du problème : comme représentation de probabilité, il faut que l'onde soit subjective et, parce qu'elle détermine des phénomènes physiques, il faut qu'elle soit objective. Perpétuellement les auteurs qui traitent de cette question oscillent entre les deux points de vue contradictoires, sentant bien qu'on ne peut en rejeter aucun.

En 1926-1927, j'avais aperçu une solution de cette énigme qui de nouveau, depuis quelques années, m'est apparue comme étant probablement la seule raisonnable : il y aurait deux ondes différentes, l'une qui serait objective et représenterait une réalité physique, ce qui lui permettrait parce qu'elle est intimement liée au corpuscule d'en déterminer le comportement, et l'autre qui serait une construction de notre esprit calquée sur les informations que nous possédons sur l'onde objective, de façon à nous fournir une représentation des probabilités relatives au corpuscule. On voit bien pourquoi j'avais donné à cette interprétation de la Mécanique ondulatoire le nom de « théorie de la double solution » puisqu'elle me conduisait à envisager deux solutions différentes, mais étroitement reliées de l'équation d'ondes, l'une à caractère objectif de réalité physique, l'autre à caractère subjectif.

Nous aurons plus loin à rappeler les principes de la théorie de la double solution, mais nous voulons d'abord résumer l'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire pour pouvoir en aborder la critique.

CHAPITRE II.

FORMALISME ET INTERPRÉTATION USUELS DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE.

1. Les équations d'ondes de la Mécanique ondulatoire. — Je ne rappellerai pas ici en détail les origines de la Mécanique ondulatoire. Je me contenterai de rappeler qu'à la suite de mes premiers travaux et de ceux de Schrödinger, on peut placer à la base de la Mécanique ondulatoire une équation de propagation. La forme de cette équation est suggérée par la nécessité de trouver pour les solutions « ondes planes monochromatiques » la relation entre le mouvement du corpuscule et la propagation de l'onde $\left(W = h\nu,\ p = \frac{h}{\lambda}\right)$ déjà indiquée dans mes premiers travaux (Notes de 1923, Thèse de 1924) et aussi par l'idée qu'à l'approximation de l'optique géométrique, la Mécanique ondulatoire doit venir se raccorder avec la théorie d'Hamilton-Jacobi bien connue en Mécanique analytique classique.

L'équation d'ondes ou les équations d'ondes aujourd'hui utilisées dépendent du genre de corpuscules considéré. Pour les corpuscules de spin zéro, si l'on suppose négligeables les corrections de relativité, on se contente d'une fonction d'onde unique (à une seule composante Ψ) et l'on écrit l'équation de Schrödinger :

$$\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left[-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta + V(x, y, z, t)\right]\Psi \tag{1}$$

ou

$$\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\Psi, \qquad \text{avec} \quad H = -\frac{h^2}{8\pi^2 m}\Delta + V. \tag{2}$$

Si l'on veut tenir compte des corrections de relativité, on écrira l'équation de Klein-Gordon qui, en l'absence de champ, s'écrit

$$\Box\Psi + \frac{8\pi^2}{h^2} m_0^2 c^2 \Psi = 0 \tag{3}$$

et dont la forme pour une particule électrisée se déplaçant dans un champ électromagnétique défini par des potentiels $\vec{A}$ et V est bien connue.

Pour une particule de spin $\frac{h}{4\pi}$ comme l'électron, on admettra que la fonction Ψ a quatre composantes Ψ_k (avec $k = 1, 2, 3, 4$) et l'on écrira le système des quatre équations aux dérivées partielles simultanées de Dirac (en l'absence de champ) :

$$(4)\qquad \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Psi_k}{\partial t} = \left(\alpha_1\frac{\partial}{\partial x} + \alpha_2\frac{\partial}{\partial y} + \alpha_3\frac{\partial}{\partial z} + \alpha_4 m_0 c\right)\Psi_k \qquad (k = 1, 2, 3, 4),$$

où les α sont les matrices opérateurs de Dirac. Ces équations se généralisent d'une façon bien connue dans le cas de la présence d'un champ électromagnétique.

Pour les particules de spin $n\frac{h}{4\pi}$ avec $n = 2, 3, \ldots$, on devra prendre une fonction Ψ avec plus de quatre composantes et l'on aura à écrire un système d'équations aux dérivées partielles plus compliqué que celui de Dirac. Ces équations sont bien connues dans la théorie générale des particules à spin.

Toutes ces équations d'ondes ont une propriété commune d'une grande importance. Elles permettent de définir deux grandeurs réelles, une densité ρ et un flux $\rho\vec{v}$ qu'on peut considérer comme caractérisant un fluide fictif à caractère conservatif associé à la propagation de l'onde. Ce fluide est conservatif parce qu'en vertu de l'équation de propagation (ou des équations de propagation), les grandeurs ρ et $\rho\vec{v}$ satisfont à l'équation de continuité

$$(5)\qquad \frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{v}) = 0$$

qui assure la constance de la quantité $\int\rho\,d\tau$ au cours du temps. C'est ce fait qui permet de « normer » ρ en posant $\int\rho\,d\tau = 1$.

Quand on emploie l'équation de Schrödinger, on est amené à écrire

$$(6)\qquad \rho = \Psi.\Psi^* = |\Psi|^2; \qquad \rho\vec{v} = \frac{h}{4\pi i m}\left(\Psi\,\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,\Psi^* - \Psi^*\,\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,\Psi\right),$$

où l'astérisque indique la quantité complexe conjuguée. Si l'on pose $\Psi = a e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ avec a et φ réels, on peut écrire aussi

$$(7)\qquad \rho = a^2; \qquad \rho\vec{v} = -\frac{a^2}{m}\,\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,\varphi; \qquad \vec{v} = -\frac{1}{m}\,\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,\varphi.$$

Avec l'équation de Klein-Gordon, avec celle de Dirac, avec les équations qui conviennent pour les particules de spin supérieur à $\frac{h}{4\pi}$, on trouve dans chaque cas des expressions de ρ et de $\rho\vec{v}$ qui sont bien connues et qui satisfont à l'équation de continuité. Les quantités sont réelles, mais dans le cas des particules de spin supérieur à $\frac{h}{4\pi}$ on trouve pour ρ des expressions qui ne sont pas définies positives, c'est-à-dire qui peuvent prendre localement des valeurs négatives, ce qui n'est pas satisfaisant pour une densité qui, nous allons le voir, est interprétée comme une probabilité de localisation. Il y a là une difficulté importante sur laquelle nous n'insisterons pas pour l'instant (1).

Nous remarquerons qu'on est conduit à écrire la fonction d'onde Ψ (ou les composantes de cette fonction d'onde) sous une forme complexe en raison de la forme complexe de l'équation d'onde qui contient $i = \sqrt{-1}$. Celà n'est guère gênant quand on regarde la fonction d'onde comme une simple expression mathématique permettant l'expression de probabilités. Dans une interprétation plus concrète de l'onde de la Mécanique ondulatoire comme celle que propose la théorie de la double solution, la question demande à être réexaminée, mais il est évident qu'on peut toujours se ramener à des équations réelles portant sur des grandeurs réelles, par exemple en posant dans l'équation de Schrödinger : $\Psi = a\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ avec a et φ réels.

2. **Principe de localisation et principe de décomposition spectrale.** — Peu après les Mémoires de Schrödinger du printemps 1926, on a cherché à comprendre ce qu'était l'onde Ψ et à quoi elle pouvait servir. C'est Max Born qui paraît avoir été, en 1926-1927, le premier à apercevoir les principes de l'interprétation probabiliste de l'onde Ψ. Dans les exposés que j'ai donnés de ces principes, je les ai généralement présentés sous la forme de deux principes distincts : le principe de localisation et le principe de décomposition spectrale, ce dernier présenté d'abord dans son application à l'énergie et à la quantité de mouvement pouvant être ensuite généralisé.

Le principe de localisation (ou des interférences) affirme que la probabilité de présence du corpuscule est donnée par la densité ρ précédemment définie qui correspond au genre de corpuscule considéré. Plus précisément, la probabilité pour que le corpuscule manifeste au temps t sa présence dans un élément de volume $d\tau$ de l'espace (naturellement en déclenchant autour de $d\tau$ par un processus de réaction en chaîne un phénomène observable) est donnée par $\rho\,(x, y, z, t)\,d\tau$. Dans le cas de l'équation de Schrödinger, cette probabilité s'écrit

$$|\Psi(x, y, z, t)|^2\, d\tau = a^2(x, y, z, t)\, d\tau.$$

(1) *Voir* Appendice.

Cette dernière expression est identique à celle qui donne la localisation de l'énergie par le carré de l'amplitude dans la théorie classique des ondes lumineuses. Si l'on admet que la lumière est formée de photons, on est amené à dire que la probabilité de présence du photon dans une onde lumineuse est $a^2 d\tau$ et ainsi se fait le raccord entre la théorie classique des ondes lumineuses et la Mécanique ondulatoire.

En étudiant ultérieurement la théorie de la double solution, nous verrons que l'équation de continuité (5) nous conduit à une image toute naturelle du principe de localisation. Mais, même en restant dans l'interprétation usuelle, c'est l'équation de continuité qui permet de normer la fonction d'ondes en posant $\int \rho\, d\tau = 1$ $\left(\text{soit } \int |\Psi|^2\, d\tau = 1 \text{ dans le cas de l'équation de Schrödinger}\right)$ et de définir ainsi ρ comme étant une probabilité en valeur absolue obéissant au principe des probabilités totales d'après lequel la probabilité totale de toutes les localisations possibles du corpuscule doit être égale à 1. Notons qu'en admettant que le physicien a le droit de normer l'onde Ψ, c'est-à-dire de lui attribuer une amplitude arbitrairement choisie, nous admettons le caractère subjectif de cette onde.

Passons au principe de décomposition spectrale que nous énoncerons d'abord pour l'énergie et la quantité de mouvement d'un corpuscule libre. Pour un corpuscule libre en mouvement rectiligne et uniforme, nous savons depuis les origines mêmes de la Mécanique ondulatoire qu'on doit associer au mouvement du corpuscule la propagation d'une onde plane monochromatique de la forme

$$\Psi = A\, e^{\frac{2\pi i}{h}(Et - p_x x - p_y y - p_z z)}, \tag{8}$$

avec $E = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$ dans le cas de l'équation d'ondes non relativiste de Schrödinger et de la forme

$$\Psi = A\, e^{\frac{2\pi i}{h}(Wt - p_x x - p_y y - p_z z)} \tag{9}$$

avec $\frac{W^2}{c^2} = m_0^2 c^2 + p^2$ dans le cas des équations d'ondes relativistes.

Comme les équations d'ondes admises sont toujours linéaires, la forme générale de l'onde sera

$$\Psi = \sum_i c_i a_i\, e^{\frac{2\pi i}{h}(E_i t - p_{ix} x - p_{iy} y - p_{iz} z)}, \tag{10}$$

a_i étant l'amplitude normée de la $i^{\text{ième}}$ composante de Fourier. La formule (10) est valable dans le cas non relativiste (avec spectre discontinu) et l'on a une formule analogue dans le cas relativiste. Les c_i sont des constantes qui peuvent être complexes.

Le principe de décomposition spectrale affirme alors que, si nous faisons une mesure de la quantité de mouvement du corpuscule, nous obtiendrons une des valeurs $\vec{p}_i$ de la quantité de mouvement figurant dans la décomposition spectrale (10) et cela avec une probabilité égale à $|c_i|^2$. Si la fonction Ψ a été normée, le théorème de Parseval montre que $\sum_i |c_i|^2 = |\Psi|^2 = 1$, de sorte que les $|c_i|^2$ donnent bien la probabilité en valeur absolue, d'accord avec le principe des probabilités totales.

Ici encore, le raccord avec l'optique classique est facile à faire. Considérons un train d'ondes *lumineuses*

$$\Psi = \sum_i c_i \, e^{2\pi i\left(\nu_i t - \frac{\alpha_i x + \beta_i y + \gamma_i z}{\lambda_i}\right)}$$

formé par la superposition d'ondes planes monochromatiques. Si nous voulons mesurer la quantité de mouvements $\frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ d'un photon associé à ce train d'ondes, nous devons envoyer le train d'ondes sur un dispositif du type prisme en réseau. Après la traversée de ce dispositif, les diverses longueurs d'onde seront concentrées dans des directions différentes et, à suffisante distance du dispositif, formeront des portions d'onde séparées, chacune représentée approximativement par l'un des termes de la décomposition de Fourier. L'observation de la présence du photon dans l'une de ces portions d'onde permettra de lui attribuer *après* la sortie du dispositif séparateur la longueur d'onde λ_i $\left(\text{et donc la quantité de mouvement } \frac{h}{\lambda_i}\right)$ correspondante et il est facile de se rendre compte que la probabilité de la valeur λ_i doit bien être proportionnelle à $|c_i|^2$.

On peut d'ailleurs préciser ce qui précède comme il suit. L'effet du dispositif du genre prisme ou réseau est finalement de séparer dans l'espace, dans des directions différentes, des portions d'onde correspondant aux diverses composantes de Fourier de l'onde incidente, portions d'onde entre lesquelles les relations de phase sont rompues par suite de leur isolement. Dans chaque région séparée occupée par une de ces portions d'onde, la probabilité de localisation du corpuscule est toujours donnée par $|\Psi|^2$; mais comme dans la $i^{\text{ième}}$ région où Ψ se réduit à $c_i a_i e^{2\pi i\left(\nu_i t - \frac{\vec{n}_i \cdot \vec{r}}{\lambda_i}\right)}$ on a

$$\int |\Psi|^2 d\tau = \int |c_i|^2 |a_i|^2 d\tau = |c_i|^2$$

puisque l'amplitude est supposée normée, on voit que la probabilité de pouvoir attribuer au photon après la mesure la longueur d'onde λ_i est bien égale à $|c_i|^2$. Ceci montre sur l'exemple particulier de photon que la mesure de l'énergie et de la quantité de mouvement se fait toujours à l'aide d'un dispositif *qui rompt les relations de phase* entre les composantes d'un développement de Fourier du type (8) ou (9).

Si le spectre de l'onde Ψ est continu, on devra écrire au lieu de (8),

$$(11) \qquad \Psi = \int c(\vec{p})\, e^{\frac{2\pi i}{h}(\mathrm{E}t - p_x x - p_y y - p_z z)}\, d\vec{p},$$

où $d\vec{p} = dp_x dp_y dp_z$ où E s'exprime en fonction de p_x, p_y, p_z. La probabilité pour qu'une mesure de la quantité de mouvement du corpuscule donne une valeur correspondant à l'intervalle $dp_x\, dp_y\, dp_z$ est fournie par $|c(\vec{p})|^2 d\vec{p}$. On a encore $\int |c(\vec{p})|^2 d\vec{p} = 1$ si Ψ est normée. Nous n'insisterons pas sur les difficultés que soulève l'examen rigoureux du cas des spectres continus.

Au lieu de considérer un corpuscule libre, nous pouvons considérer un corpuscule dans un oscillateur linéaire, dans un atome d'hydrogène, dans une caisse parallélipipédique, etc. On se trouve alors en présence d'un problème de quantification et l'on déterminera les fréquences des ondes Ψ stationnaires correspondant à la forme admise pour l'équation des ondes et aux conditions aux limites imposées par le problème traité en résolvant un problème de valeurs propres. On trouvera une suite de valeurs propres ν_i pour la fréquence (c'est-à-dire de valeurs $\mathrm{E}_i = h\nu_i$ pour l'énergie) et la fonction d'onde représentant l'onde stationnaire de fréquence ν_i (fonction propre) sera de la forme

$$(12) \qquad \varphi_i(x, y, z, t) = a_i(x, y, z)\, e^{2\pi i \nu_i t} = a_i(x, y, z)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\mathrm{E}_i t},$$

a_i étant normée. La solution générale de l'équation d'ondes avec ses conditions aux limites est alors

$$\psi(x, y, z, t) = \sum_i c_i a_i(x, y, z)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\mathrm{E}_i t}$$

et le principe de décomposition spectrale nous dit alors que, si l'on peut déterminer l'état stationnaire du corpuscule, on lui trouvera toujours l'une des énergies E_i, chaque valeur E_i ayant ainsi la probabilité $|c_i|^2$ d'être trouvée. On ne peut donc trouver pour l'énergie aucune autre valeur que l'un des E_i et ceci constitue la « quantification » de l'énergie qu'on peut considérer comme une simple conséquence du principe de décomposition spectrale.

On peut généraliser le principe de décomposition spectrale pour des cas autres que l'énergie ou la quantité de mouvement. On est ainsi amené à faire correspondre à toute grandeur mécanique mesurable A attachée au corpuscule (telle que composantes du moment de quantité de mouvement, etc.) un opérateur A qui peut contenir les variables d'espace, les dérivées par rapport à ces variables et même le paramètre temps t. Pour un problème déterminé avec conditions aux limites données, on écrira l'équation aux valeurs propres $A\varphi = \alpha\varphi$, où α est une constante et l'on déterminera une suite de valeurs propres α_i et les fonctions propres $\varphi_i(x, y, z)$ correspondantes qu'on supposera normées. Si l'onde a la forme générale $\Psi = \sum_i c_i \varphi_i$, la probabilité pour qu'une observation permette d'attribuer à la grandeur A la valeur α_i sera $|c_i|^2$. Nous ne nous étendrons pas davantage sur le principe de décomposition spectrale dont l'étude est classique.

3. **Peut-on unifier les deux principes énoncés ci-dessus?** — Nous avons énoncé les lois de probabilité de la Mécanique ondulatoire en distinguant le principe de localisation du principe de décomposition spectrale. Nous avons ainsi isolé la constatation d'une localisation de la mesure des autres grandeurs physiques. Ne pourrait-on rétablir une élégante unité en absorbant le principe de localisation dans le principe de décomposition spectrale généralisé? Formellement il est, en effet, possible de le faire de la façon suivante. On a considéré, en utilisant la fonction δ de Dirac bien connue, que la localisation du corpuscule en un point de l'espace défini par un rayon-vecteur $\vec{R}_0$ à partir d'une origine des coordonnées est représentée par la fonction propre $\delta(\vec{R} - \vec{R}_0)$ correspondant à la valeur propre $\vec{R}_0$. On écrit alors la formule évidente d'après les propriétés de la fonction de Dirac :

$$\Psi(\vec{R}) = \int \Psi(\vec{R}_0)\,\delta(\vec{R} - \vec{R}_0)\,d\tau, \tag{13}$$

avec $d\tau = d\vec{R}_0 = dx_0\,dy_0\,dz_0$. En appliquant le principe de décomposition spectrale généralisé, on en conclut que la probabilité pour qu'un corpuscule manifeste sa présence dans un élément de volume $d\tau$ entourant le point $\vec{R}_0$ est $|\Psi(\vec{R}_0)|^2\,d\tau$. Ainsi on semble bien avoir absorbé, à l'aide d'un raisonnement mathématique élégant, le principe de localisation dans le principe général de décomposition spectrale.

Mes réflexions de ces dernières années me font craindre que cette belle démonstration, qui est à la base de la théorie des transformations, ne soit qu'un trompe-l'œil et ne donne des idées fausses au point de vue physique. Tandis que la mesure de grandeurs dynamiques, comme la quantité de mouvement d'un corpuscule, exige une séparation physique des composantes de la fonction d'onde avec rupture de leurs relations de phase suivie de la constatation d'une localisation observable dans l'un des trains d'ondes ainsi séparés, la constatation de la position d'un corpuscule ne s'opère pas du tout en isolant les différentes parties infinitésimales de l'onde $\left[\text{qui correspondraient aux fonctions propres } \delta\left(\vec{R}_0 - \vec{R}_0\right)\right]$ et en constatant sa présence dans l'une d'entre elles. La pulvérisation de l'onde en éléments infiniment petits est physiquement irréalisable et ne donnerait rien d'observable. La localisation observable se produit seulement, répétons-le, quand le corpuscule se trouvant à très grande proximité d'une autre unité de l'échelle microphysique déclenche par interaction un processus, d'abord individuel, qui, amplifié par une réaction en chaîne, produit un effet observable.

La localisation du corpuscule se produit par son simple passage à travers la matière sans que le physicien ait à monter un dispositif qui agisse sur lui. La localisation est donc quelque chose de beaucoup plus simple, de beaucoup plus primaire, que la mesure d'une quantité de mouvement à l'aide d'un dispositif approprié ou d'un choc avec conservation de l'énergie et de l'impulsion. Ce qui justifie le choix de la densité ρ comme probabilité de présence du corpuscule, c'est l'équation de continuité (5) et non l'équation (13) qui n'est d'ailleurs qu'une tautologie car elle exprime simplement que $\Psi(\vec{R})$ est égale à $\Psi(\vec{R}_0)$ au point $\vec{R} = \vec{R}_0$.

Le principe de localisation me paraît donc, en raison même du rôle primordial que jouent en Microphysique les processus de localisations observables, être en réalité indépendant du principe de décomposition spectrale.

4. **Les relations d'incertitude**. — Pour terminer ce rappel sommaire du formalisme usuel de la Mécanique ondulatoire, nous dirons un mot des relations d'incertitude de Heisenberg. Ces relations résultent mathématiquement des lois de probabilités pour deux variables canoniquement conjuguées comme x et p_x, lois qui découlent respectivement du principe de localisation et du principe de décomposition spectrale.

Une première manière de déduire les relations d'incertitude s'appuie sur un théorème de la théorie des développements de Fourier. On considère un train d'ondes Ψ qui, par exemple à l'époque $t = 0$, a un développement de Fourier de la forme

$$(14) \qquad \Psi(x, y, z, 0) = \iiint c(p_x, p_y, p_z)\, e^{-\frac{2\pi i}{h}(p_x x + p_y y + p_z z)}\, dp_x\, dp_y\, dp_z.$$

Supposons que ce train d'ondes ait des dimensions maximales Δx, Δy, Δz le long des trois axes de coordonnées rectangulaires. Pour que le développement de Fourier puisse représenter un tel train d'ondes, il faut, d'après le théorème auquel j'ai fait allusion que l'intégrale triple (14) porte sur des intervalles Δp_x, Δp_y, Δp_z (avec des coefficients c différents de zéro) tels qu'on ait en ordre de grandeur :

$$(15) \qquad \Delta x\, \Delta p_x \geqq h; \quad \Delta y\, \Delta p_y \geqq h; \quad \Delta z\, \Delta p_z \geqq h.$$

Comme, d'après le principe de localisation, le corpuscule peut se révéler présent en tout point du train d'ondes et qu'une mesure de sa quantité de mouvement peut donner pour p_x, p_y, p_z des valeurs comprises respectivement dans Δp_x, Δp_y et Δp_z, on dira que Δx, Δy, Δz, Δp_x, Δp_y, Δp_z sont respectivement les « incertitudes » sur les valeurs des grandeurs x, ..., p_z et les inégalités (15) seront appelées les « relations d'incertitude ».

On peut retrouver les relations d'incertitude sous une autre forme, presque équivalente à la précédente, en partant de la notion de « dispersion ». Si la valeur d'une grandeur aléatoire A obéit à une certaine loi de probabilité, on définit la dispersion σ_A correspondante comme égale à la racine carrée du carré moyen de l'écart de A par rapport à sa valeur moyenne $\overline{A}$, c'est-à-dire par la formule

$$\sigma_A = \sqrt{\overline{(A - \overline{A})^2}}. \tag{16}$$

En appliquant cette définition aux lois de probabilité données pour x, y, z par le principe de localisation et pour p_x, p_y, p_z par le principe de décomposition spectrale, on trouve [1]

$$\sigma_x \sigma_{p_x} \geq \frac{h}{4\pi}, \qquad \sigma_y \sigma_{p_y} \geq \frac{h}{4\pi}, \qquad \sigma_z \sigma_{p_z} \geq \frac{h}{4\pi}. \tag{17}$$

Ceci rappelé, quel sens doit-on donner aux relations d'incertitude? Δx, ..., Δp_z sont-elles des « incertitudes » sur des valeurs de x, ..., p_z qui existent, mais que nous ne connaissons pas exactement? Ou sont-elles de véritables « indéterminations » de valeurs de x, ..., p_z, valeurs qui n'existeraient pas avant d'avoir été mesurées? Se rapportent-elles toutes à une situation unique, celle qui existerait dans l'état du corpuscule symbolisé par la fonction Ψ avant toute mesure? Ou bien, au contraire, les incertitudes Δx, Δy, Δz se rapporteraient-elles à cet état initial tandis que Δp_x, Δp_y, Δp_z se rapporteraient à un état final qui résulterait du processus de mesure de p_x, p_y, p_z? Nous aurons à discuter ces questions très délicates, à exposer les solutions qu'on leur donne dans l'interprétation usuelle et celles qui finalement nous paraissent aujourd'hui préférables.

5. **Interprétation usuelle des formalismes précédents.** — L'interprétation usuelle du formalisme précédent est une interprétation « purement probabiliste », c'est-à-dire qu'elle s'interdit *a priori* de chercher au-delà des lois de probabilité que nous avons exposées et qu'elle se refuse à imaginer une réalité cachée sur laquelle porteraient ces lois de probabilité. D'inspiration positiviste, cette interprétation repose sur l'affirmation que tout ce qui n'est pas observable n'existe pas et ne doit

---

[1] *Voir* L. DE BROGLIE, *La quantification dans la nouvelle Mécanique*, Hermann, 1932, p. 199.

avoir aucune place dans les théories physiques. Cette affirmation me paraît très contestable : sans compter qu'on est jamais sûr que quelque chose soit définitivement inobservable, je pense qu'une image claire peut très bien être introduite dans la théorie physique si elle permet de mieux comprendre les phénomènes et d'éviter des paradoxes. Ceux qui admettent sans restrictions l'interprétation purement probabiliste ne parlent-ils pas constamment d'électrons, d'atomes ou de noyaux d'atomes? Or il n'en ont jamais vu car électrons, atomes ou noyaux d'atomes ne sont jamais directement observables. Il est bien difficile de ne pas admettre l'existence d'une réalité physique bien déterminée, même quand on ne peut pas l'observer.

Une autre idée, probablement exacte celle-là, qu'on trouve à la base de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire est qu'on doit toujours tenir compte des conditions expérimentales qui nous permettent d'acquérir des connaissances sur le monde microphysique. Il paraît prouvé par certaines analyses de MM. Bohr et Heisenberg que la mesure d'une grandeur microphysique introduit, par suite de l'existence du quantum d'action, une modification de la situation qui existait avant la mesure. Il est certain, par exemple, que la mesure de la quantité de mouvement d'un corpuscule soit par l'emploi d'un dispositif approprié (par exemple prisme ou réseau dans le cas des photons), soit à la suite d'un choc avec une autre particule et avec emploi des principes de conservation (par exemple effet Compton), nous fournit la valeur de la quantité de mouvement *après* le processus de mesure, valeur qui peut être très différente de celle qui existait avant la mesure.

L'ensemble des conceptions admises *a priori* par les promoteurs de l'interprétation purement probabiliste les ont conduits à des conclusions qui, bien qu'elles soient présentées avec des nuances assez diverses par les différents auteurs, peuvent être approximativement résumées comme il suit.

Les incertitudes telles que Δx et Δp_x sont interprétées non pas comme de simples incertitudes résultant de notre ignorance partielle des valeurs exactes de la position et de la quantité de mouvement, mais comme de véritables indéterminations de ces grandeurs. Ainsi l'intervention de la probabilité de localisation en $|\Psi|^2$, qui est différente de zéro dans toute l'étendue de l'onde, n'est pas considérée à la manière classique comme le résultat de notre ignorance de la position du corpuscule dans l'onde, position qui existerait, mais que nous ne connaîtrions pas exactement. Le corpuscule serait présent dans toute l'onde « à l'état potentiel » et se localiserait brusquement au moment d'une localisation observable. Le terme de « présence potentielle » du corpuscule en tout point de l'onde, terme qu'on est presque obligé d'employer pour exposer cette interprétation, prête à confusion : dire que le corpuscule *peut* être présent en tout point de l'onde signifie-t-il qu'il est à chaque instant en un point de l'onde, mais que nous ignorons quel est ce point, ou bien signifie-t-il que le corpuscule possède une mystérieuse « omniprésence » dans tout le train d'ondes? Il semble que la seconde interprétation soit celle qu'adoptent les partisans de l'interprétation actuelle bien que certains gardent sur ce point un silence prudent.

Pour l'incertitude Δp_x, la question est un peu différente car la mesure d'une quantité de mouvement ne peut nous révéler que la valeur de cette grandeur *après* la mesure : il semblerait donc que Δp_x doit être relatif à l'état du corpuscule après la mesure. Or tel ne paraît pas être le point de vue de l'interprétation usuelle : elle semble considérer que Δp_x représente une indétermination de la quantité de mouvement dans l'état initial qui précède toute mesure et celà est vraiment curieux de la part d'une théorie qui affirme qu'en Microphysique on doit toujours tenir compte de la réaction exercée par un processus de mesure dont l'effet est toujours de changer complètement l'état de choses préexistant.

Bref, il semble bien que, dans l'interprétation usuelle, on soit conduit à considérer les incertitudes Δx et Δp_x figurant dans les inégalités de Heisenberg comme exprimant de véritables indéterminations de la position et de la quantité de mouvement du corpuscule dans l'état défini par la fonction d'onde Ψ avant toute constatation observable de position ou avant toute opération de mesure de la quantité de mouvement. Nous aurons à examiner si une telle conception des incertitudes quantiques est vraiment satisfaisante.

L'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire considère l'onde Ψ comme ayant essentiellement un caractère non objectif. Elle en donne des raisons qui paraissent décisives. D'abord, pour pouvoir représenter convenablement les probabilités à l'aide du $|\Psi|^2$ et des $|c_i|^2$, l'onde Ψ doit être normée, c'est-à-dire que son amplitude doit être choisie, d'une manière en somme arbitraire, par la règle $\int |\Psi|^2 d\tau = 1$. Or l'amplitude d'une onde objective ne peut pas être choisie arbitrairement : elle est ce qu'elle est, c'est évident. M. Dirac a beaucoup insisté entre cette différence fondamentale entre les ondes de la Physique classique et l'onde Ψ de la Mécanique ondulatoire. D'autre part, M. Heisenberg a attiré l'attention sur ce qu'il a appelé « la réduction du paquet d'ondes » par une observation [1]. Pour en donner un exemple, considérons un train d'ondes associé à un corpuscule (par exemple un photon) qui vient frapper un miroir semi-refléchissant : le train d'ondes initial se divise en deux trains d'ondes, l'un transmis au-delà du miroir, l'autre réfléchi en deçà, la normalisation de l'onde établie dans l'état initial se maintenant pour l'ensemble des deux trains d'ondes dans l'état final. Supposons maintenant qu'une loca-

---

[1] « Paquet d'ondes » signifie simplement « train d'ondes ». On dit parfois aussi « paquet de probabilités ».

lisation observable nous permette d'affirmer que le corpuscule se trouve finalement dans l'un des trains d'ondes, mettons dans le train d'ondes transmis. Alors l'autre train d'ondes, celui qui a été réfléchi, ne présente plus de localisation possible : il doit être désormais considéré comme inexistant et l'onde doit être à nouveau normalisée dans le train d'ondes transmis qui subsiste seul. Cette réduction du paquet d'ondes, dont on pourrait multiplier les exemples, semble démontrer d'une façon évidente que l'onde Ψ n'a pas de caractère objectif et qu'elle n'est qu'une représentation subjective de probabilités.

Et cependant, nous l'avons vu, il est bien difficile de ne pas accorder un caractère objectif à l'onde de la Mécanique ondulatoire qui se propage, se réfléchit, se diffracte et qui « détermine » les phénomènes d'interférences et de diffraction de la lumière et des particules ainsi que les états stationnaires des systèmes quantifiés. Mis en présence d'un phénomène d'interférences et de diffraction, un physicien dégagé de toute idée théorique préconçue ne peut pas ne pas avoir l'impression très forte qu'il est en présence d'une propagation d'ondes réelle et non d'une simple représentation de probabilité qui n'existerait que dans son esprit.

Nous sommes donc de nouveau en face de l'énigme : la véritable onde de la Mécanique ondulatoire doit être objective et pouvoir déterminer des phénomènes physiques tandis que l'onde Ψ usuellement utilisée n'est qu'une représentation de probabilité à caractère subjectif. Nous avons déjà indiqué comment la théorie de la double solution cherche à résoudre cette énigme. Nous y reviendrons bientôt.

L'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire, n'admettant pas la localisation permanente des corpuscules, est très embarrassée pour expliquer l'apparition des localisations observables auxquelles se ramènent, nous l'avons dit, toutes nos connaissances sur le monde microphysique. Beaucoup d'auteurs ont cherché à expliquer la localisation et les mesures en Microphysique par l'action du dispositif de mesure (ils ont même souvent dit par l'action de l'appareil de mesure, mais nous avons vu que les appareils de mesure au sens usuel du mot interviennent souvent peu dans cette question). Assurément, pour comprendre comment s'effectue une observation, il faut connaitre le dispositif employé, la manière d'opérer, mais ce ne peut être le dispositif qui crée le résultat obtenu; d'ailleurs dans le phénomène de la localisation corpusculaire observable qui est finalement la seule chose que nous puissions constater, on peut dire qu'il n'y a pas à proprement parler de dispositif. Certains auteurs, peu satisfaits sans doute de l'explication usuelle par l'action du dispositif, ont soutenu à la suite de von Neumann que le résultat de la mesure est créé par la conscience qu'en prend l'observateur. Cette manière de voir les a conduits à des conclusions vraiment inacceptables (1). Il nous semble

(1) *Voir* bibliographie [2], p. 38 et suiv.

qu'aucune des explications proposées n'est satisfaisante et que la question est à reprendre sur une autre base comme nous le montrerons dans ce qui va suivre.

La théorie actuelle décrit les états stationnaires d'un système quantifié en leur attribuant comme fonction Ψ les fonctions propres correspondantes, mais elle est tout à fait incapable de décrire les transitions brusques qui font passer d'un état stationnaire à un autre, ces transitions quantiques qui accompagnent l'émission des rayonnements dans la théorie de l'atome de Bohr. Depuis longtemps, M. Bohr a dit que la description de ces trànsitions quantiques « transcendait » le cadre de l'espace-temps, ce qui est purement et simplement un refus d'explication. Aussi Schrödinger a-t-il pu dire avec humour : « La théorie actuelle décrit minutieusement les états stationnaires qui ne sont pas intéressants parce qu'il ne s'y passe rien, mais elle reste silencieuse sur les états intermédiaires ». Cette remarque souligne une carence qui pourait avoir, nous le verrons plus loin, une raison profonde.

CHAPITRE III.

DIFFICULTÉS SOULEVÉES DANS LA THÉORIE ACTUELLE PAR L'HYPOTHÈSE QUE LE CORPUSCULE N'EST PAS CONSTAMMENT LOCALISÉ DANS L'ESPACE.

1. **L'objection d'Einstein.** — On peut reprocher d'une façon générale à l'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire d'abuser des explications purement verbales qui constituent de véritables refus d'explication, assez contraires, me semble-t-il, aux principes d'une saine méthode scientifique. Telles sont la conception de la complémentarité même quand elle est présentée sous une forme acceptable, l'affirmation d'une présence potentielle du corpuscule dans une région étendue de l'espace, le caractère « transcendant » attribué aux transitions quantiques, etc. Mais, laissant de côté ces objections générales, nous allons concentrer notre attention sur les difficultés soulevées par l'hypothèse que le corpuscule, en dehors de ses manifestations observables, n'est pas constamment localisé dans l'espace.

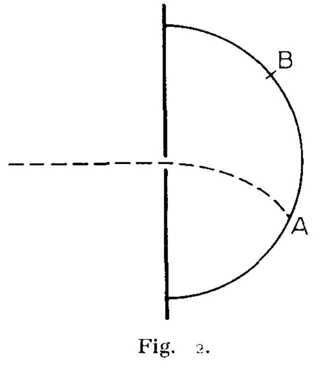

Fig. 2.

Nous exposerons d'abord une objection présentée par Einstein au Conseil Solvay de 1927. Il considérait un corpuscule arrivant normalement sur un écran plan percé d'un petit trou : derrière cet écran, est placé un film photographique ayant la forme d'un hémisphère de grand rayon centré sur le trou.

Si le trou a des dimensions très petites par rapport à la longueur d'onde de l'onde associée au corpuscule, celle-ci sera diffractée et se répandra sur tout le film hémisphérique car le trou jouera alors le rôle d'une petite source ponctuelle placée au centre. Si à un instant t, une impression photographique (constituant une localisation corpusculaire observable) se produit en un point A du film, l'interprétation de ce fait sera très différente suivant qu'on attribue au corpuscule une trajectoire ou qu'on adopte la théorie usuelle.

Avec la conception classique de la trajectoire, celle-ci, schématiquement représentée sur la figure 2 par une ligne ponctuée, devra nécessairement percer l'écran en un de ces points, mais tant qu'on n'aura pas constaté la localisation, nous ne saurons pas quelle est la trajectoire suivie et c'est pourquoi nous attribuerons à la présence du corpuscule en tout point une probabilité non nulle (égale à $|\Psi|^2$) : cette probabilité traduit notre ignorance du chemin suivi par le corpuscule. Dès que le corpuscule s'est manifesté en A, nous savons que sa trajectoire, *quelle qu'ait été sa forme*, a abouti en ce point et la probabilité de trouver le corpuscule en un autre point de l'écran devient instantanément nulle. Tout cela est très clair.

Mais dans l'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire, il n'y a pas de trajectoire suivie par le corpuscule dans l'onde hémisphérique à la droite de l'écran. Tant que la localisation en A n'a pas eu lieu, le corpuscule doit être considéré comme présent à l'état potentiel sur toute la surface de l'écran avec la probabilité $|\Psi|^2$. Dès que le corpuscule s'est manifesté en A, la probabilité de le trouver en un autre point de l'écran s'évanouit puisque, par hypothèse, il n'y a qu'un corpuscule associé à l'onde. L'interprétation de ce fait, toute simple quand on admet l'existence d'une trajectoire, devient ici très mystérieuse. Il est, en effet, impossible, avec nos idées sur l'espace et le temps et avec le principe relativiste suivant lequel un signal ne saurait se propager avec une vitesse supérieure à c, d'admettre que la localisation qui a lieu en A puisse signaler instantanément sa présence à tous les points de l'écran, écran qui peut avoir de très grandes dimensions. On ne comprend pas non plus comment l'émission d'un seul corpuscule par la source de l'onde ne puisse pas produire plusieurs localisations sur l'écran. Einstein considérait ces circonstances comme prouvant que l'absence de tout lieu causal résultant de l'existence d'une trajectoire reliant l'émission du corpuscule par la source et sa localisation observable sur l'écran constituait une difficulté conceptuelle insurmontable.

On pourrait chercher, pour écarter l'objection, à faire intervenir la durée finie du passage de l'onde sur l'écran. Toute onde est, en effet, de dimensions limitées et constitue un train d'ondes ayant une épaisseur l, un front avant et un front arrière. Dans l'exemple d'Einstein, l'onde sphérique à droite de l'écran constitue une pellicule sphérique dont les fronts avant et arrière se déplacent avec la vitesse v du corpuscule. Cette pellicule met un temps $\frac{l}{v}$ à franchir l'écran et, pendant ce temps, un signal parti de A pourrait atteindre les points de l'écran situés à une distance de A inférieure ou égale à $c\frac{l}{v}$. Il est évident que cette circonstance ne permet aucunement de lever l'objection d'Einstein. D'ailleurs, pour un électron, l est de l'ordre de 1/10 de millimètre, v de 10^9 cm/s. et $c\frac{l}{v}$ de l'ordre du millimètre. Or il est évident que l'écran aura en général des dimensions très supérieures.

Une autre manière de faire disparaître la difficulté est de dire : l'onde n'étant qu'une représentation de la probabilité, dès que la localisation en A a eu lieu, l'onde n'existe plus sur le reste de l'écran et il n'y a pas besoin de « signal » parti de A pour qu'elle cesse d'exister et pour empêcher le corpuscule de se manifester ailleurs qu'en A. Mais on retombe alors sur la difficulté, à mon avis très grande pour les raisons que j'ai dites, de concevoir l'onde comme subjective.

2. **L'objection de Schrödinger.** — Dans une série d'articles [1], Schrödinger, se joignant à Einstein pour rejeter l'interprétation probabiliste de la Mécanique ondulatoire, a développé une forme d'objection qui fait intervenir explicitement la dimension finie des trains d'ondes et qui me paraît avoir une grande force.

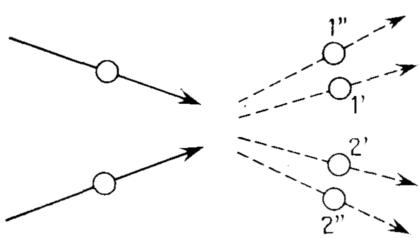

Fig. 3.

Considérons deux groupes d'ondes presque monochromatiques associés à deux corpuscules 1 et 2 et supposons qu'ils viennent à la rencontre l'un de l'autre. Parvenus à proximité, les deux corpuscules interagissent et la théorie usuelle pour prévoir les résultats possibles de l'interaction, envisage la propagation d'une onde Ψ dans l'espace de configuration. La Mécanique ondulatoire dans l'espace de configuration (sur laquelle nous reviendrons) nous apprend alors que le choc peut donner lieu à toute une série de mouvements finaux possibles, tous compatibles avec

---

[1] *Naturwissenschaften*, t. 23, 1935, p. 787, 823 et 844.

la conservation de l'énergie et des composantes de la quantité de mouvement. Ou bien le train d'ondes du corpuscule 1 décrira finalement une trajectoire 1′, le train d'ondes du corpuscule 2 décrivant la trajectoire *correlée* 2′; ou bien le train d'ondes du corpuscule 1 décrira finalement une trajectoire 1″, le train d'ondes du corpuscule 2 décrivant la trajectoire 2″, etc. Les trains d'ondes dans l'état final formeront donc des couples correlés, 1′ avec 2′, 1″ avec 2″, etc.

Supposons maintenant que nous observions une localisation corpusculaire du corpuscule 1 dans le train d'ondes 1′, nous saurons alors que le corpuscule 2 est dans le train d'ondes 2′. Ceci se comprend aisément si les corpuscules occupent à chaque instant une certaine position dans l'espace physique à l'intérieur de leurs trains d'ondes car alors nous pouvons dire que, d'après le choc le corpuscule 1 suit la trajectoire 1′, le corpuscule 2 suit la trajectoire 2′. La localisation observable qui se produit dans 1′ indique seulement que le corpuscule, en suivant sa trajectoire, était venu dans le train d'ondes 1′ et alors le corpuscule 2 doit se trouver dans le train d'ondes 2′. Tout est ainsi très clair, mais ce n'est pas le point de vue de l'interprétation usuelle.

Le point de vue de l'interprétation actuellement orthodoxe implique que le corpuscule n'est pas localisé dans l'onde. Après le choc, le corpuscule 1 serait potentiellement présent dans l'ensemble des trains d'ondes 1′, 1″, ..., et le corpuscule 2 dans l'ensemble des trains d'ondes 2′, 2″, ... Lorsque se produit une localisation observable du corpuscule 1 dans 1′, le corpuscule 2 *sur lequel on n'a exercé aucune action* se trouverait précipité dans le train d'ondes 2′ à l'exclusion de 2″, ..., et cela bien que 2′ puisse à ce moment se trouver extrêmement éloigné de 1′. Comme l'a dit Schrödinger : « Ce serait de la magie ».

Remarquons que ce ne peut être ni le dispositif qui a permis l'observation de la localisation en 1′, ni encore moins la prise de conscience de cette localisation par l'observateur, qui peut déterminer la localisation du corpuscule 2 dans le train d'ondes 2′, peut-être très éloigné du train d'ondes 1′. Souvent on parle d'une « réaction incontrôlable » qu'exercerait l'appareil de mesure sur le corpuscule et qui le précipiterait dans l'un ou l'autre des états finaux possibles. Dans le cas des systèmes correlés que nous venons d'étudier une telle interprétation paraît bien n'avoir aucun sens.

3. **Autre forme des objections précédentes.** — Dans un récent article du *Journal de Physique* (1), j'ai repris le même genre d'arguments contre l'interprétation actuelle sous une forme nouvelle que je vais résumer.

(1) *Voir* bibliographie [3].

Soit un corpuscule enfermé dans une boîte B dont les parois lui sont infranchissables. Son onde Ψ est répandue dans la boîte, mais ne peut en sortir. L'interprétation actuelle considère le corpuscule comme « potentiellement » présent dans toute la boîte B avec une probabilité $|\Psi|^2$ en chaque point. Supposons que, par un procédé quelconque, par exemple en glissant une double cloison à travers la boîte, on divise la boîte B en deux parties isolées B_1 et B_2 et qu'ensuite on transporte B_1 et B_2 en deux lieux très éloignés, par exemple à Paris et à Tokyo. Le corpuscule, qui ne s'est pas manifesté, reste alors potentiellement présent dans l'ensemble des deux boîtes et sa fonction d'onde Ψ comprend deux parties dont l'une Ψ_1 est localisée dans B_1 et l'autre Ψ_2 dans B_2. La fonction d'onde est donc de la forme $\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2$ avec $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$.

Les lois de probabilité de la Mécanique ondulatoire nous disent alors que, si l'on fait dans la boîte B_1 à Paris une expérience permettant de déceler la présence du corpuscule dans cette boîte, la probabilité pour que cette expérience donne un résultat positif est $|c_1|^2$ tandis que la probabilité pour qu'elle donne un résultat négatif est $|c_2|^2$. D'après l'interprétation usuelle, ceci aurait la signification suivante : le corpuscule étant présent dans l'ensemble des deux boîtes avant la localisation observable, il se localiserait brusquement dans la boîte B_1 à Paris dans le cas d'un résultat positif. Une telle manière de voir ne me paraît pas admissible. La seule interprétation raisonnable me paraît être la suivante : avant la localisation observable dans B_1, nous savions que le corpuscule était dans l'une des deux boîtes B_1 et B_2, mais nous ne savions pas dans laquelle et les probabilités envisagées en Mécanique ondulatoire usuelle traduisent cette ignorance partielle; si nous décelons le corpuscule dans la boîte B_1, c'est simplement qu'il y était déjà avant la localisation. Alors tout devient clair parce que nous revenons à la conception classique de la probabilité dont l'intervention provient de notre ignorance partielle. Mais, dès qu'on admet ce point de vue, il apparaît que la description du corpuscule par l'onde Ψ usuelle, bien que conduisant à une description parfaitement *exacte* des probabilités, ne nous donne pas une description *complète* de la réalité physique puisque le corpuscule doit avoir une localisation avant l'observation qui l'a décelè et que l'onde Ψ ne nous dit rien à ce sujet.

On peut ici remarquer à quels paradoxes peut conduire l'interprétation usuelle dans le cas d'expériences à résultat négatif. Supposons que le corpuscule soit électrisé et qu'on ait monté à Tokyo dans la boîte B_2 un dispositif permettant de drainer tout corpuscule électrisé se trouvant dans la boîte et d'en constater une localisation observable : un tel dispositif paraît facile à imaginer. Alors, si l'on n'observe rien, ce résultat négatif signifiera que le corpuscule n'est pas dans la boîte B_2 et donc qu'il est dans la boîte B_1 à Paris. Mais ceci ne peut raisonnablement signifier qu'une chose : le corpuscule était déjà à Paris dans la boîte B_1 avant l'expérience de drainage faite à Tokyo dans la boîte B_2. Toute autre interprétation paraît absurde car peut-on imaginer que le simple fait de n'avoir *rien* observé à Tokyo ait pu provoquer la localisation du corpuscule à plusieurs milliers de kilomètres?

4. **L'expérience à résultat négatif de M. Renninger.** — Ce que nous venons de dire nous amène à parler d'un récent article de M. W. Renninger dans le *Zeitschrift für Physik* (1). M. Renninger, qui poursuit depuis quelques années en Allemagne une campagne contre l'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire (2), a insisté sur l'aspect particulièrement paradoxal que prend cette interprétation dans le cas des expériences négatives. Il en donne l'exemple suivant.

Considérons une source ponctuelle S qui émet des corpuscules isotropiquement dans toutes les directions. Un écran E_1 ayant la forme d'une

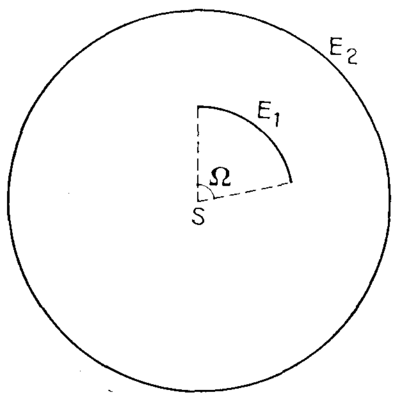

Fig. 4.

portion de sphère de centre S et de rayon R_1 est recouvert intérieurement d'une substance susceptible de déceler l'arrivée d'un corpuscule par une scintillation (localisation corpusculaire observable!). Un autre écran E_2 formant une sphère complète de centre S et de rayon $R_2 > R_1$ entoure complètement l'ensemble précédent; il est, lui aussi, recouvert intérieurement d'une substance susceptible de donner des scintillations.

Nous supposons que l'écran E_1 sous-tend un angle solide Ω autour de S. L'onde émise par S se propage en étant soumise aux conditions aux limites représentées par l'écran E_1 sur les bords duquel se produisent des phénomènes de diffraction. Malgré l'existence de ces phénomènes de diffraction, il

(1) *Voir* bibliographie [4].

(2) *Voir* notamment un très remarquable article de cet auteur : *Z. Phys.*, vol. 136, 1953, p. 251.

est évident qu'un corpuscule émis par la source aura une probabilité $P_1 = \frac{\Omega}{4\pi}$ de produire une scintillation sur E_1 et une probabilité $P_2 = \frac{4\pi - \Omega}{4\pi}$ de produire une scintillation sur E_2. Lors de l'émission par la source d'un corpuscule de vitesse v, l'émission de l'onde associée commence à un temps $t = 0$ et dure un temps fini τ. L'onde Ψ émise forme une pellicule sphérique dont le front avant atteint l'écran R_1 au temps $t_1 = \frac{R_1}{v}$ et dont le front arrière atteint le même écran au temps $t_1 + \tau$. Si au temps $t_1 + \tau$ aucune scintillation ne s'est produite sur l'écran, nous sommes sûrs que la scintillation se produira sur l'écran E_2. Brusquement P_1 deviendra nul et P_2 deviendra égal à 1. Il y aura donc un changement brusque de l'amplitude de l'onde sur les deux écrans et l'on aura d'après la théorie usuelle, un cas particulier de réduction du paquet de probabilités. Or, la chose est ici particulièrement paradoxale puisque l'observateur n'observe rien du tout sur l'écran E_1 où il ne s'est rien passé. Dans ce cas d'observation « négative » comme dit M. Renninger, la réduction du paquet de probabilités prend un aspect incompréhensible : il est, en effet, impossible d'admettre que cette réduction soit due à la prise de conscience d'un observateur qui n'a rien observé, ni d'un dispositif, ici l'écran E_1, qui n'a aucunement réagi.

Les choses deviennent beaucoup plus claires si l'on admet que la source émet un corpuscule qui reste étroitement associé à l'onde, mais qui a une position définie à chaque instant et, par suite, une trajectoire au cours du temps. Cette trajectoire doit être étroitement liée à la propagation de l'onde et être influencée par elle. On peut admettre que, du moins en moyenne (1), ces trajectoires sont des droites partant de S, sauf dans le voisinage immédiat des bords de l'écran E_1 : cet écran constitue un obstacle à la propagation de l'onde et provoque sur ses bords des phénomènes de diffraction qui modifient localement la forme des trajectoires dans cette région. Dans l'ensemble, on peut dire que le nombre des trajectoires possibles émanant de S et aboutissant sur E_1 est proportionnel à Ω tandis que le nombre des trajectoires émanant de S et parvenant sur E_2 soit après un trajet rectiligne, soit après un trajet perturbé par la diffraction au bord de l'écran E_1 est proportionnel à $4\pi - \Omega$. On trouve ainsi les probabilités $P_1 = \frac{\Omega}{4\pi}$ et $P_2 = \frac{4\pi - \Omega}{4\pi}$ pour l'arrivée du corpuscule soit sur E_1, soit sur E_2. Si la scintillation ne se produit pas sur E_1 dans l'intervalle de temps τ que met l'onde à franchir la sphère de rayon R_1, nous serons sûrs que la trajectoire suivie par le corpuscule n'est pas l'une de celles qui aboutissent sur E_1. On aurait donc brusque-

(1) C'est-à-dire abstraction faite des perturbations Bohm-Vigier dont nous parlerons ultérieurement.

ment $P_1 = 0$ et $P_2 = 1$. Ce brusque changement traduira simplement un changement de l'état de nos connaissances sur la trajectoire du corpuscule. Il n'y aura plus là aucune incompréhensible action sur le corpuscule de la prise de conscience par l'observateur du fait qu'il n'y a pas de scintillation sur l'écran E_1. Quant au dispositif employé comportant la présence de l'écran E_1, il n'intervient que parce que l'écran E_1 est un obstacle à la propagation de l'onde et influe ainsi sur les trajectoires *possibles* du corpuscule en arrêtant certaines d'entre elles et en provoquant des phénomènes de diffraction. C'est là une interprétation très claire et beaucoup plus compréhensible que celle qui invoque une mystérieuse action qu'exercerait sur le corpuscule la simple « possibilité » qu'il puisse se localiser sur E_1. Comment imaginer, en effet, qu'une possibilité qui ne se réalise pas puisse avoir un effet quelconque?

M. Renninger a également envisagé le cas où l'écran intérieur E_1 serait une sphère complète percée d'un petit trou. Alors la portion de l'onde qui passe par le trou subit un important phénomène de diffraction et présente des franges de diffraction sur E_2. On retrouve alors une déduction classique des relations d'incertitude. Mais l'écran E_1 n'agit que comme obstacle à la propagation de l'onde et l'interprétation de ce qui se passe quand on n'observe rien sur E_1 ne devient claire que si l'on suppose que le corpuscule a une trajectoire passant par le trou et influencée par la diffraction.

5. **Une tentative pour écarter les objections précédentes.** — Si l'on veut tenter de répondre aux objections que nous venons d'analyser, contre l'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire, on peut envisager la conception suivante qui s'écarte d'ailleurs assez sensiblement, semble-t-il, de l'interprétation usuelle et des idées de l'École de Copenhague [1]. On admet que les « événements » existent inscrits dans l'espace-temps de toute éternité. Quand un événement se manifeste à nous, c'est qu'il était depuis toujours inscrit dans l'espace-temps. Si dans le système de coordonnées x, y, z, t d'un observateur, l'événement en question a les coordonnées x_0, y_0, z_0, t_0, cet événement apparaît inéluctablement à l'observateur au point x_0, y_0, z_0 de son espace propre au moment où ses horloges marquent le temps t_0. C'est là un point de vue qui est acceptable et certainement conforme aux idées générales de la théorie de la Relativité. Si l'on adopte ce point de vue, les localisations corpusculaires observables doivent être considérées comme des événements de ce genre inscrits à l'avance dans l'espace-temps et se manifestant fatalement à l'observateur à l'instant t_0 de son temps propre. Ceci paraît tout à fait différent de la manière de voir de la plupart des partisans de l'interpré-

[1] Cette conception me paraît très voisine de celle qu'a soutenue dans ces derniers temps M. Costa de Beauregard.

tation actuelle. Certains disciples de l'École de Copenhague admettent même que les phénomènes microphysiques sont affectés d'une véritable indétermination et que les unités du monde microphysique choisissent à chaque instant leur avenir. Dans un livre récemment traduit en français sous le titre *La Physique et le secret de la vie organique* (Albin Michel, traduction André George), l'un de ces physiciens M. Pascual Jordan a donné un exposé de ses vues sur le problème. Tout en affirmant (p. 48) qu'une radiation peut apparaître tantôt sous forme d'onde, tantôt sous forme de corpuscule (ce qui, nous l'avons vu, ne paraît pas exact), il écrit (p. 39) : « Certaines des lois que nous connaissons à présent en toute exactitude prescrivent à l'atome certaines possibilités de réaction ne leur laissant que la faculté d'*opter* pour l'une ou l'autre de ces possibilités ». Et plus loin (p. 53), il parle de « l'incessante intervention de décisions autonomes que présente le comportement des atomes ». Ces textes, où le mot « atome » s'applique certainement à toutes les unités de l'échelle atomique, semblent bien attribuer à la succession des phénomènes observables du monde microphysique le caractère d'événements nullement déterminés à l'avance. On ne pourrait donc aucunement les considérer comme préexistant dans l'espace-temps.

Le point de vue que nous exposons conduit à des conclusions tout à fait différentes. Si les événements sont inscrits à l'avance dans l'espace-temps, ils apparaissent inévitablement à leur heure et il n'y a aucune indétermination de ces événements. C'est là une sorte de « fatalisme », mais ce n'est pas un déterminisme causal. Les événements inscrits dans l'espace-temps ne seraient pas reliés les uns aux autres par des connexions causales, mais néanmoins ils devraient être semés dans l'espace-temps d'une manière aléatoire qui soit conforme aux lois de probabilité de la Mécanique ondulatoire. L'objection d'Einstein et les objections analogues se trouveraient alors levées d'une façon assez inattendue. Prenons l'objection d'Einstein : un corpuscule ayant été émis par la source manifestera sa présence sur l'écran hémisphérique par une scintillation (localisation observable) en un point A à l'instant t simplement parce qu'au point d'espace-temps défini par A et t l'événement « scintillation » était inscrit de toute éternité et, si d'autres scintillations ne se produisent pas en d'autres points de l'écran, c'est qu'aucun autre événement de ce genre n'était inscrit à l'avance dans l'espace-temps. Si une nouvelle émission d'un corpuscule par la source se produit, il apparaîtra une nouvelle scintillation sur l'écran en un point B à l'instant t'. Quand un grand nombre de corpuscules auront été émis par la source, les points où une scintillation se sera produite sur l'écran seront répartis suivant les lois de probabilité de la Mécanique ondulatoire simplement parce que les points-événements correspondants se trouvent semés dans l'espace-temps de telle façon qu'il en soit ainsi.

L'objection d'Einstein semble ainsi être écartée et par des considérations analogues, toutes les autres objections étudiées plus haut qu'on peut faire à l'interprétation usuelle se lèveraient de la même manière.

Si l'on réfléchit bien à une telle conception de la succession des faits observables du monde microphysique, il semble qu'elle soit assez difficile à adopter. On peut, je pense, la résumer comme il suit. De toute éternité des points-événements ont été semés dans l'espace-temps et correspondent aux événements microphysiques observables par l'homme, c'est-à-dire aux localisations corpusculaires observables. Ce semis a été effectué d'une façon aléatoire sans connexion causale, mais cependant en observant certaines lois de probabilité. Or, et c'est ici que la chose devient vraiment peu vraisemblable, les lois de probabilité choisies se déduisent de la propagation d'une onde qui évolue dans l'espace-temps suivant une certaine équation de propagation et qui est susceptible de se réfléchir sur des miroirs, d'être diffractée par un obstacle, etc. Cette onde est-elle purement fictive et irréelle ou est-elle une onde objective et réelle? Nous retombons toujours sur le même problème. Si l'onde est purement fictive et n'est qu'une manière de calculer des probabilités, comment se fait-il qu'elle soit soumise à des conditions physiques de propagation, de réflexion, de diffraction, etc, où interviennent des conditions aux limites dues à la présence d'obstacles, etc? Si l'onde est concrète, on doit en théorie de la Relativité la représenter par des grandeurs de champ distribuées dans l'espace-temps, lui associer par exemple un tenseur énergie-impulsion : mais, puisqu'il s'agit de l'onde Ψ de la Mécanique ondulatoire usuelle, ces grandeurs devront être à répartition homogène et ne comporter aucune région de haute concentration du champ permettant de comprendre l'existence d'événements à caractère corpusculaire. L'énigme reste donc totale.

Au fond, la conception qui vient d'être exposée revient à admettre une sorte d'harmonie préétablie entre la répartition aléatoire dans l'espace-temps des points-événements représentant les localisations corpusculaires et la propagation d'une onde dont le caractère réel ou irréel reste alors très obscur. Mais postuler une harmonie préétablie revient toujours plus ou moins à un refus d'explication. Cela revient à dire : « C'est ainsi parce que c'est ainsi ». Une telle attitude, peut-être trop commode, me paraît assez contraire au véritable esprit scientifique et bien peu satisfaisante pour la raison, du moins si l'on veut rester sur le terrain de la Physique.

On peut ajouter encore la remarque suivante. Si l'on se pose la question : « Pourquoi, après l'émission d'un seul corpuscule par la source, observe-t-on une seule scintillation sur l'écran? », la seule réponse qu'on pourra faire sera encore de dire : « C'est une harmonie préétablie, c'est comme cela parce que c'est comme cela ».

Au point de vue, assurément ingénieux mais à mon avis difficile à adopter, que nous avons exposé dans ce paragraphe, je vais maintenant opposer la conception qui était certainement dans la pensée d'Einstein. Elle me paraît tellement plus satisfaisante pour l'esprit qu'après les réflexions que j'ai poursuivies dans ces dernières années sur ce sujet, il me paraît bien difficile de ne pas admettre qu'elle soit la bonne.

6. **Le point de vue d'Einstein.** — Nous pouvons illustrer le point de vue qui a été développé au chapitre précédent de la façon suivante.

Considérons une source de corpuscules et, pour repérer les points de l'espace-temps, prenons un système de référence galiléen lié à cette source.

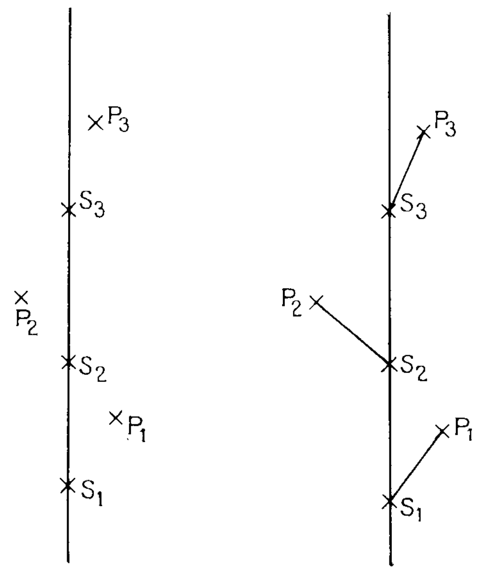

Fig. 5.

La ligne d'univers de la source est représentée par une ligne verticale qui est l'axe des temps propres de la source. Des points-événements S_1, S_2, S_3, ..., représentent les émissions successives de corpuscules par la source à des époques t_1, t_2, t_3, ... Après chacune de ces émissions, se produit une localisation observable du corpuscule sur l'écran (scintillation): ces localisations sont représentées par des points-événements P_1, P_2, P_3, ... Chaque P_i doit se trouver à l'intérieur du cône de lumière de sommet S_i (parce que la vitesse d'un signal ne peut dépasser la valeur c), Dans l'hypothèse qui a été développée plus haut, par suite d'une harmonie préétablie qui dispense de toute explication, les points P_i correspondent biunivoquement aux points S_i et sont répartis par rapport aux S_i suivant les lois de probabilité de la Mécanique ondulatoire sans aucune connexion causale.

Pour Einstein au contraire, il doit exister entre chaque S_i et le P_i correspondant une connexion causale parce qu'il existe une ligne d'univers (ou plus exactement un tube d'univers infiniment délié) représentant le déplacement du corpuscule depuis la source qui l'émet jusqu'au point de l'écran où il manifeste son arrivée d'une façon observable (¹).

Mais, pour obtenir ainsi une image vraiment physique, il faut rendre à l'onde associée au corpuscule un caractère objectif que semblent d'ailleurs exiger ses propriétés de propagation, de réflexion, d'interférences et de diffraction. Une difficulté se présente alors : si l'on imagine que l'onde associée possède l'homogénéité de l'onde Ψ habituellement considérée, comment expliquer la brusque concentration d'énergie qui se produirait quand le corpuscule se localise? On arrive ainsi à l'idée que l'onde homogène du type usuellement envisagé en Mécanique ondulatoire peut fournir une représentation *exacte* des probabilités de localisation, mais qu'elle ne nous donne pas une image *complète* de dualisme onde-corpuscule. L'image de l'onde se propageant dans l'espace au cours du temps doit être complétée par celle du tube d'univers *caché* du corpuscule qui établit une connexion causale entre ses localisations successives. La forme de ce tube (c'est-à-dire le mouvement du corpuscule au cours du temps) doit être reliée de quelque manière à la propagation de l'onde, sans quoi l'onde ne pourrait rien nous apprendre sur les localisations possibles du corpuscule. La liaison entre l'onde et le corpuscule doit être si étroite que nous sommes amenés à penser que le tube d'univers fait partie de la *structure* de l'onde. Nous nous acheminons ainsi vers les idées qui m'avaient inspiré jadis les conceptions de la théorie de la double solution. Mais nous apercevons toujours une grave difficulté : si la véritable onde associée au corpuscule est une onde concrète, objective, comportant dans sa structure une inhomogénéité permanente qui est le corpuscule au sens étroit du mot, elle ne peut pas coïncider complètement avec l'onde Ψ de la Mécanique ondulatoire usuelle qui a sans aucun doute le caractère subjectif d'une représentation de probabilité normable à volonté et soumise, lorsque de nouvelles informations parviennent à notre connaissance, à la brusque « réduction du paquet d'ondes » dont le caractère non objectif est évident. Cependant les deux ondes doivent être intimement reliées. Quelle est donc la relation entre l'onde objective et l'onde Ψ usuelle? Voilà le difficile problème qui est alors à résoudre.

Après avoir, dans tout ce qui précède, retourné dans tous les sens les problèmes posés par l'interprétation de la Mécanique ondulatoire, le moment est venu d'essayer de compléter l'œuvre de critique par une œuvre constructive et d'exposer les principes de la théorie de la double solution.

(¹) Sur la figure 5, nous avons, pour simplifier, représenté les lignes d'univers S_iP_i par des lignes droites. En réalité elles peuvent être courbes et même, si l'on tient compte des interactions du corpuscule avec le milieu subquantique, elles peuvent être des lignes indéfiniment brisées. Mais l'essentiel, c'est qu'il y ait une ligne d'univers continue joignant chaque S_i au P_i correspondant. La même remarque s'applique à la trajectoire représentée sur la figure 2.

CHAPITRE IV.

EXPOSÉ SOMMAIRE DE LA THÉORIE DE LA DOUBLE SOLUTION.

1. Idées de base ([1]). — Au début de mes travaux sur la Mécanique ondulatoire, mon idée initiale avait été qu'il fallait conserver la conception d'une réalité physique indépendante de l'observateur et chercher, comme l'avait fait la Physique classique, une représentation claire des processus physiques dans le cadre de l'espace et du temps. J'avais ainsi été amené à rechercher une vue synthétique de la dualité des ondes et des corpuscules compatible avec les idées que j'avais introduites antérieurement (Notes et Thèse sur la Mécanique ondulatoire, 1923-1924) et qui venaient de se confirmer d'une façon remarquable (travaux de Schrödinger en 1926, découverte de la diffraction des électrons en 1927). Suivant un courant d'idées qui s'était manifesté dans les travaux de Mie et d'Einstein, je cherchais à me représenter le corpuscule comme une sorte d'accident local, de singularité au sein d'un phénomène ondulatoire étendu. Cela m'avait amené à me représenter la réalité microphysique non pas à l'aide des solutions continues Ψ de l'équation des ondes exclusivement considérées par Schrödinger et ses continuateurs, mais par d'autres solutions de cette même équation que, pour les distinguer des solutions régulières Ψ, j'avais appelé u et qui comporteraient une singularité. En y réfléchissant, je voyais tout de suite un grand avantage à cette conception du corpuscule ainsi « incorporé » à un champ ondulatoire étendu et, par conséquent, solidaire de l'évolution globale de ce champ. Elle me paraissait permettre de comprendre que le corpuscule soit localisé et que, cependant, son mouvement puisse être influencé par la présence d'obstacles éloignés de sa trajectoire, comme cela est nécessaire pour pouvoir interpréter, en conservant l'idée de corpuscule localisé, l'existence des phénomènes d'interférences et de diffraction. Nous avons d'ailleurs vu, à la fin du dernier chapitre, que le rétablissement d'une ligne d'univers qui repré-

([1]) On trouvera ces idées développées d'une façon plus complète dans certaines de mes publications récentes. *Voir* bibliographie [1], [2] et [3].

sente le mouvement du corpuscule au sein de l'onde au cours du temps permet une représentation des phénomènes microphysiques beaucoup plus claire que l'interprétation actuelle.

Néanmoins l'interprétation probabiliste de l'onde régulière Ψ, primitivement issue des travaux de M. Born et confirmée par ses succès, me semblait devoir être maintenue. Tandis que l'onde u serait la véritable description des unités microphysiques, l'onde Ψ serait une onde fictive à caractère subjectif susceptible de nous fournir des renseignements statistiques exacts. Mais pour qu'elle puisse remplir ce rôle, encore faut-il qu'elle puisse se relier d'une certaine façon à l'onde u.

Or, mes premières recherches sur la Mécanique ondulatoire m'avaient conduit à attribuer une importance particulière à la phase de l'onde que j'associais au corpuscule. C'est essentiellement l'accord des phases du corpuscule considéré comme une petite horloge avec l'onde environnante qui m'avait amené à écrire les formules fondamentales de la Mécanique ondulatoire $\left(W = h\nu,\ p = \frac{h}{\lambda}\right)$. C'est la fréquence et la longueur d'onde, éléments contenus dans la phase, qui se trouvent ainsi établir une liaison entre la propagation de l'onde et le mouvement du corpuscule. Ceci me conduisait à écrire la fonction d'onde usuellement envisagée sous la forme

$$\Psi = a\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi} \tag{1}$$

avec a et φ réels et à attribuer à la phase φ (qui, à l'approximation de l'Optique géométrique, coïncide avec la fonction S de Jacobi) une signification physique profonde. Au contraire, l'amplitude a me paraissait ne pas avoir une signification objective, mais une signification statistique.

Parmi les probabilités envisagées par l'interprétation probabiliste de la Mécanique ondulatoire déjà admise à cette époque, la probabilité de présence $|\Psi|^2$, qui correspond aux localisations observables du corpuscule, me paraissait avoir une sorte de priorité car elle correspondait à mes yeux à la possibilité que le corpuscule se trouve en un point indépendamment de toute mesure. Les autres probabilités, telles que les $|c(\vec{p})|^2$ pour la valeur $\vec{p}$ de la quantité de mouvement devaient selon moi avoir un sens moins immédiat : elles ne seraient valables qu'*après* l'action sur l'onde réelle u à laquelle le corpuscule serait incorporé, d'un dispositif de mesure de la grandeur envisagée quand on ne connaît pas encore le résultat de la mesure. Nous avons déjà signalé l'importance de ces idées et nous y reviendrons en critiquant la théorie actuellement admise des transformations.

Muni de ces idées générales, j'avais admis le postulat suivant auquel j'avais donné le nom de principe de la double solution : « A toute solution régulière $\Psi = a\,e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ de l'équation des ondes de la Mécanique ondulatoire, doit correspondre une solution à singularité du type

$$u = f\,e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi} \tag{2}$$

ayant la même phase φ, mais avec une amplitude f comportant une singularité ponctuelle, en générale mobile. »

L'onde u, véritable description physique du corpuscule, représente bien une propagation d'ondes, mais complétée par le tube d'univers qui représente le mouvement de la singularité (corpuscule) au cours du temps. On voit bien la relation entre cette représentation et les idées précédemment développées.

Appliquant le principe de la double solution à l'équation de Schrödinger et à l'équation de Klein-Gordon, j'avais pu dès 1927 démontrer les résultats suivants.

1° Pour l'équation de Klein-Gordon en l'absence de champ, on peut effectivement faire correspondre à l'onde plane monochromatique $\Psi = a\,e^{\frac{2\pi i}{h}(\mathrm{W}t - \vec{p}.\vec{r})}$ qui, dans la théorie usuelle représente un mouvement rectiligne et uniforme du corpuscule avec l'énergie W et la quantité de mouvement $\vec{p}$ une autre solution de même phase comportant une singularité ponctuelle se déplaçant dans la direction $\vec{r}$ avec la vitesse $v = \frac{pc^2}{\mathrm{W}}$, ce qui montre que le principe de la double solution est bien vérifié dans ce cas particulier.

2° S'il existe deux solutions Ψ et u de l'équation de Klein-Gordon, l'une à amplitude continue, l'autre comportant une singularité ponctuelle mobile, *solution ayant la même phase* φ, la singularité de u se déplacera dans l'espace avec la vitesse instantanée

$$\vec{v} = -\,c^2\,\frac{\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\varphi + \frac{\varepsilon}{c}\vec{\mathrm{A}}}{\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \varepsilon\mathrm{V}}, \tag{3}$$

où ε est la charge électrique, V et $\vec{\mathrm{A}}$ le potentiel scalaire et le potentiel-vecteur du champ électromagnétique agissant sur le corpuscule.

La formule (3) est la « formule du guidage » qui, quand on peut négliger les corrections de relativité et supposer nul le champ magnétique $\left(\text{c'est-à-dire poser } \frac{\partial\varphi}{\partial t} \simeq m_0c^2 + \varepsilon\mathrm{V} \text{ et } \vec{\mathrm{A}} = 0\right)$, prend la forme simple

$$\vec{v} = -\,\frac{1}{m}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\varphi, \tag{4}$$

forme qui correspond à l'équation de Schrödinger et peut se déduire directement d'elle. Si, de plus, la propagation d'onde s'effectue à l'approximation de l'optique géométrique, on pourra poser $\varphi \simeq S$, où S est la fonction de Jacobi de sorte qu'alors la formule (4) n'est pas autre chose que la formule classique $m\vec{v} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, S$ de la théorie d'Hamilton-Jacobi.

A mes yeux, le sens profond de la formule du guidage est le suivant : le corpuscule considéré comme une petite horloge se déplace de façon à rester constamment en phase avec l'onde qui l'environne.

3° Le mouvement du corpuscule est le même que s'il était soumis, en plus de la force classique dérivant des potentiels extérieurs à une « force quantique » égale à $-\overrightarrow{\text{grad}}\, Q$, Q étant un « potentiel quantique » ignoré des théories classiques qui, à l'approximation non relativiste de l'équation de Schrödinger, s'écrit simplement

$$Q = -\frac{h^2}{8\pi^2 m}\left(\frac{\Delta f}{f}\right) = -\frac{h^2}{8\pi^2 m}\left(\frac{\Delta a}{a}\right), \tag{5}$$

les quantités entre parenthèses étant prises au point où se trouve le corpuscule à l'instant t.

La formule du guidage et le potentiel quantique permettent d'ailleurs de mettre sous forme lagrangienne la dynamique du corpuscule incorporé comme singularité dans l'onde u.

Toutes ces questions, et en particulier les démonstrations de la formule du guidage, sont exposées dans les Ouvrages [1] et [2] de la bibliographie.

On peut donner à la formule du guidage une interprétation particulièrement intéressante en faisant intervenir l'écoulement hydrodynamique défini par une densité ρ et un flux $\rho\vec{v}$ qu'on peut toujours, nous l'avons vu au chapitre II (§ 1), associer à la propagation de l'onde Ψ. Dans le cas de l'équation de Schrödinger, les formules (7) du chapitre II nous montrent que la vitesse v de l'écoulement fluide associé à la propagation de l'onde est donnée par la formule (4) écrite plus haut, c'est-à-dire qu'elle coïncide avec la vitesse définie par la formule du guidage. Dans le cas de l'équation de Klein-Gordon, on trouve

$$\rho = \frac{1}{m_0 c^2} a^2 \frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{m_0 c^2} V a^2, \qquad \rho\vec{v} = -\frac{1}{m_0} a^2 \overrightarrow{\text{grad}}\, \varphi - \frac{\varepsilon}{m_0 c} a^2 \vec{A} \tag{6}$$

et, en divisant la seconde expression par la première, on retrouve la formule du guidage sous la forme relativiste (3). Pour l'équation de Dirac, la même méthode conduit à une formule de guidage un peu plus compliquée qu'on trouvera dans [1]. Finalement, on peut en déduire la signification suivante de la formule du guidage : le corpuscule suit une ligne de courant de l'écoulement hydrodynamique associé à l'onde avec la vitesse locale de cet écoulement.

Sous la forme que nous venons de lui donner, la théorie du guidage nous permet de déjà mieux apercevoir le rapport entre l'onde u et l'onde Ψ que nous préciserons encore davantage plus loin. Ces deux ondes de nature très différente doivent avoir les mêmes lignes de courant. L'onde Ψ représente donc aussi bien que l'onde u l'*ensemble* des mouvements possibles du corpuscule, mais il lui manque un élément essentiel qui est le corpuscule lui-même décrivant l'*une* des lignes de courant. Telle serait la raison pour laquelle, si l'onde Ψ peut donner une image statistique exacte des localisations possibles du corpuscule, elle ne peut pas constituer une description complète de la réalité microphysique. Nous retrouvons ainsi la conclusion à laquelle nous étions arrivés à la fin du chapitre précédent, conclusion en accord avec l'opinion qu'Einstein a toujours soutenue.

2. **Introduction d'un élément aléatoire dans les conceptions précédentes.** — Les conceptions que je viens d'exposer correspondent à l'image que je m'étais faite du corpuscule dans la forme primitive de ma théorie de la double solution en 1926-1927. Depuis une dizaine d'années à la suite d'un travail de MM. Bohm et Vigier dont je parlerai tout à l'heure, j'ai reconnu de plus en plus la nécessité de compléter cette image en y introduisant un élément supplémentaire sous la forme du « milieu subquantique ».

Cette nécessité apparaît quand on cherche à justifier dans la théorie de la double solution l'identification de la densité ρ avec la probabilité de présence du corpuscule. J'avais autrefois essayé de le faire de la façon suivante. Je partais de l'équation de continuité

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho\vec{v} = 0 \tag{7}$$

qui est toujours valable pour l'écoulement hydrodynamique associé à la propagation de l'onde. Nous venons de voir que dans la théorie de la double solution où la vitesse du corpuscule est définie par la formule du guidage, le corpuscule bien localisé suit l'une des lignes de l'écoulement hydrodynamique. En réfléchissant à cette circonstance, j'avais été naturellement amené à en déduire l'affirmation suivante : quand on ignore laquelle des trajectoires définies par la formule du guidage est suivie par le corpuscule, la probabilité de la présence du corpuscule dans un élément $d\tau$ de l'espace est égale à $\rho\, d\tau$. En m'appuyant sur l'équation (7) qui exprime que la grandeur $\rho\, d\tau$ conserve sa valeur quand l'élément $d\tau$ est entraîné par l'écoulement le long d'un tube de lignes de courant, j'avais donné quelques raisons qui paraissaient rendre ma conclusion vraisemblable.

Cependant, si naturelle que puisse paraître cette conclusion, on doit reconnaître qu'elle ne s'impose pas rigoureusement et je vais expliquer pourquoi. Considérons un petit élément $d\tau$ du fluide fictif défini par l'écoulement hydrodynamique. On peut considérer cet élément comme contenant $\rho d\tau$ molécules de ce fluide : au cours du temps, l'élément de volume contenant ces molécules balaie tout l'intérieur d'un petit « tube de courant » formé par l'ensemble des lignes de courant qu'il contient. Comme je l'ai dit plus haut, l'équation de continuité (7) peut alors s'interpréter en disant que tout le long du tube de courant la quantité $\rho d\tau$ reste constante, bien que ρ et $d\tau$ puisse varier séparément. Mais, comme nous n'avons aucune raison d'admettre *a priori* qu'un même tube de courant remplisse tout l'espace physique, la conservation de $\rho d\tau$ le long d'un tube de courant ne nous autorise pas à conclure rigoureusement que $\rho d\tau$ est la probabilité de présence du corpuscule dans l'élément $d\tau$ quand nous ignorons laquelle des lignes de courant il parcourt.

La difficulté qu'on rencontre ici est analogue (sans être tout à fait identique) à celle qu'on rencontre dans la théorie cinétique des gaz quand on considère le mouvement des points représentatifs dans l'extension-en-phase. Dans la théorie cinétique classique, on peut tenter de surmonter la difficulté en introduisant l'idée que les molécules, en raison de leurs chocs mutuels incessants, sont soumises à de constantes perturbations aléatoires correspondant à ce que Boltzmann avait appelé le « chaos moléculaire ». Dans la théorie de la double solution, on peut tenter d'introduire un élément analogue. C'est ce qu'ont fait dans un important Mémoire MM. Bohm et Vigier (1). D'après eux, le corpuscule serait soumis à d'incessantes perturbations aléatoires provenant de sa continuelle interaction avec un milieu sous-jacent caché, le « milieu subquantique », sorte de « thermostat caché ».

Si l'on admet cette hypothèse et si l'on suppose que les perturbations aléatoires subies par le corpuscule sont représentables par l'apparition momentanée dans l'équation des ondes de petits potentiels perturbateurs, l'équation de continuité doit rester valable, même dans les périodes de perturbation et la grandeur $\rho d\tau$ restera constante le long d'un tube de courant, même dans ses portions perturbées où il ne coïncide plus avec l'écoulement hydrodynamique régulier. Alors un même élément $d\tau$ passera constamment d'un tube de courant non perturbé à un autre tube de courant non perturbé voisin avec conservation de $\rho d\tau$. On pourra donc considérer l'élément $d\tau$ comme décrivant successivement tous les tronçons de tube de courant non perturbés de façon à balayer, avec conservation de $\rho d\tau$, tout l'ensemble de la région de l'espace physique accessible au corpuscule.

Ainsi le mouvement du corpuscule, compte tenu de l'élément aléatoire que nous venons d'introduire, comporterait une sorte de mouvement brownoïde *superposé* au mouvement régulier défini par la formule du

(1) *Voir* bibliographie [5].

guidage. Ceci paraît tout à fait analogue à ce qui se passe dans l'écoulement permanent d'un fluide dans lequel l'ensemble des lignes de courant considérées en Hydrodynamique forment l'ensemble des trajectoires possibles d'une molécule dans son mouvement non perturbé, mais où en réalité chaque molécule est animée d'un continuel mouvement brownien d'origine thermique qui la fait constamment passer d'une ligne de courant sur une autre. Le corpuscule apparaît ainsi comme une sorte de granule entraîné par l'écoulement associé à la propagation d'ondes, mais qui change constamment de ligne de courant par suite des chocs qu'il subit de la part des particules cachées du milieu subquantique.

L'élément aléatoire ainsi introduit pour compléter les conceptions de la théorie de la double solution me paraît aujourd'hui essentiel. Le corpuscule se trouverait ainsi en contact constant avec un « thermostat caché » et son mouvement subirait de continuelles fluctuations autour du mouvement régulier prévu par la formule du guidage. On voit ainsi apparaître la possibilité de construire pour un corpuscule unique une « thermodynamique » particulière et cela parce que le corpuscule n'est jamais réellement isolé, étant constamment en contact avec un thermostat caché. C'est là une idée qui se laisse déjà développer d'une manière assez satisfaisante [1] et qui pourrait être appelé à jouer un rôle important dans les progrès futurs de la Physique quantique.

3. **Les idées d'Einstein sur les ondes et les corpuscules. Introduction de la non-linéarité dans la théorie de la double solution.** — Mes premières tentatives d'interprétation de la Mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution en 1926-1927 m'avaient certainement été suggérées, plus ou moins consciemment, par les conceptions auxquelles Einstein était parvenu à la suite de ses travaux sur la Relativité générale. Il avait été amené à admettre que le monde physique doit être entièrement décrit à l'aide de grandeurs de champ bien définies en tout point de l'espace-temps et obéissant à des équations bien déterminées à caractère non aléatoire. L'idée essentielle d'Einstein était donc que la totalité de la réalité physique, y compris les corpuscules, devait pouvoir être décrite par des solutions appropriées des équations du champ.

Dans la théorie idéale qu'il imaginait, il ne devait pas y avoir dans les équations de termes représentant des sources indépendantes du champ (comme les termes de charges et de courants électriques au second membre des équations de Maxwell-Lorentz). La raison en était pour lui que, si l'on n'exclut pas formellement les termes de source indépendants du champ, les équations différentielles du champ, même en se donnant des conditions initiales et des conditions aux limites, ne suffisent pas à déterminer l'évolution du champ total.

---

(1) *Voir* bibliographie [13].

Cette attitude d'Einstein ne signifiait nullement qu'il niait l'existence des corpuscules : il considérait au contraire, cette existence comme un fait incontestable. Mais il pensait que le corpuscule n'est pas un élément qui se surajoute au champ pour ainsi dire de l'extérieur, mais qu'il doit bien plutôt appartenir à la structure même du champ et en constituer une sorte d'inhomogénéité locale. Pour lui, tous les champs existant dans la nature, qu'ils fussent gravifiques, électromagnétiques ou autres, champs qui ne sont peut-être que des formes diverses d'un même champ fondamental unique, devaient toujours comporter de très petites régions où leur valeur serait extrêmement grande et qui correspondraient à l'image usuelle des corpuscules ainsi *incorporés* au champ. On a donné à ce type de champ le nom expressif de « champs à bosse » (bunched fields).

Transposées en Mécanique ondulatoire, les conceptions générales d'Einstein sur l'incorporation du corpuscule au champ conduisent naturellement à l'onde de la théorie de la double solution car l'onde u est un champ à bosse. Mais, et c'est ici que nous nous écartons un peu des conceptions d'Einstein, ce champ doit être un champ ondulatoire de façon à pouvoir retrouver dans le cas de l'onde monochromatique les formules fondamentales $W = h\nu$ et $\lambda = \frac{h}{p}$ où figure la constante de Planck, ce qui introduit les quanta. On est alors naturellement conduit à penser que, comme cela se passe en Relativité générale, les équations du champ doivent être non linéaires et que le mouvement de la bosse, c'est-à-dire du corpuscule, doit résulter de cette non-linéarité.

Un point très important sur lequel Einstein a beaucoup insisté est en effet le suivant. Si les équations d'un certain champ sont linéaires, on peut toujours trouver une solution à singularité de cette équation dans laquelle le mouvement de la singularité est arbitrairement choisi à l'avance. A cette solution à singularité on peut toujours ajouter une solution régulière quelconque et cette adjonction n'a aucune influence sur le mouvement de la singularité. On peut en conclure que le guidage d'une région à hautes valeurs du champ par une solution régulière est impossible si les équations du champ sont linéaires. Il n'en est pas du tout de même si les équations ne sont pas linéaires car on n'obtient plus alors une solution en ajoutant plusieurs solutions et le mouvement d'une singularité dans une solution singulière peut se trouver être imposé par la forme extérieure régulière de la solution. Nous reviendrons tout à l'heure sur ce point très important.

Il apparaît donc maintenant que le guidage d'une région singulière par une onde continue, tel qu'il est postulé par la théorie de la double solution, doit impliquer une non-linéarité de l'équation des ondes. Il est facile de se rendre compte que la non-linéarité qui s'introduit ainsi dans la propagation de l'onde doit, dans tous les cas exactement décrits par la théorie usuelle, être *très localisée,* c'est-à-dire qu'elle ne doit intervenir d'une façon importante que dans la très petite région qui constitue le corpuscule au sens étroit du mot. C'est seulement dans cette très petite région, en général mobile, que, l'onde u y prenant une très grande valeur, les termes non linéaires de l'équation d'ondes deviennent importants. En dehors de cette région, ces termes doivent être négligeables et l'équation d'ondes de u doit se réduire sensiblement à l'équation linéaire de l'onde Ψ. Pourquoi doit-il en être ainsi? Parce que nous savons que l'onde Ψ permet de prévoir des phénomènes physiques observables tels que des effets d'interférences et de diffraction ou encore, par un calcul de valeurs propres, les énergies des états stationnaires d'un atome. Ce fait me paraît rendre indispensable d'admettre que l'équation des ondes u doit *presque partout* coïncider avec l'équation linéaire des ondes Ψ. Ce n'est que dans les petites régions singulières (corpuscules) où les valeurs de u sont très élevées (et peut-être sur les bords abrupts de certains trains d'ondes où les dérivées de u peuvent devenir très grandes) que la non-linéarité peut se manifester.

Terminons par une remarque qui pourrait être d'une grande importance. Tout ce que nous venons de dire ne s'applique qu'aux états que la Mécanique ondulatoire sait décrire à l'aide des ondes Ψ puisque c'est la nécessité de retrouver en général pour l'onde u l'équation de propagation linéaire de l'onde Ψ, dont on sait que l'emploi donne alors de bons résultats, qui oblige à considérer une non-linéarité très localisée. Mais il y a des processus microphysiques que la Mécanique quantique actuelle ne sait pas décrire : le type en est les transitions quantiques entre les états stationnaires des systèmes quantifiés, mais il me paraît probable qu'il y a d'autres processus dont la description échappe à la théorie actuelle. Il s'agit là de processus transitoires d'une durée probablement très brève et il se pourrait que, pendant la durée de ces processus, les termes non linéaires jouent un rôle très important, même en dehors des régions singulières. La description de ces processus transitoires échapperait ainsi à la théorie usuelle parce que celle-ci est essentiellement linéaire. Autrement dit, la théorie usuelle ne pourrait donner qu'une description des états stables, non transitoires, au cours desquels les termes non linéaires s'annulent partout sauf dans des régions singulières très localisées. Ces idées, qui semblent être apparentées à certains résultats de la théorie des cycles limites en Mécanique non-linéaire, pourraient ouvrir un champ de recherches difficile à explorer, mais d'un très haut intérêt, susceptible en particulier de nous donner une explication claire des transitions quantiques. De très intéressantes notes récentes de MM. Fer, Lochak, Andrade e Silva et Leruste semblent confirmer cet espoir [1].

---

[1] *Voir* bibliographie [6].

4. **La forme de l'onde u et la relation entre l'onde u et l'onde Ψ.** — Écartant malgré son intérêt le cas des processus transitoires dont nous venons de parler, nous admettrons que l'onde u objective obéit à une équation qui est non linéaire dans la région singulière à hautes valeurs du champ ondulatoire, mais qui se réduit sensiblement en dehors de cette région à l'équation linéaire usuelle de la Mécanique ondulatoire (suivant les cas, équation de Schrödinger, de Klein-Gordon, de Dirac, etc.). Dans le domaine linéaire extérieur à la région singulière, on doit pouvoir trouver une solution u_0 qui a une valeur très faible dès qu'on s'éloigne de cette région, mais qui croît très rapidement dès qu'on s'en approche et qui comporterait une singularité mathématique dans cette région si l'équation linéaire y restait valable. Des solutions u_0 de ce type ont pu être effectivement calculées dans certains cas particuliers. On doit aussi pouvoir trouver une solution continue v du type usuel en Mécanique ondulatoire telle que la fonction u solution de l'équation non linéaire puisse s'écrire

$$u = u_0 + v, \qquad \text{avec} \quad u_0 \ll v \tag{8}$$

dans tout le domaine linéaire extérieur à la région singulière.

Cette solution se prolongera dans la région singulière non linéaire, mais la décomposition en u_0 et v n'y aura plus de sens. La non-linéarité régnant dans cette région aura pour effet que les solutions u_0 et v ne sont pas indépendantes et qu'il existe entre elles une liaison nécessaire. Cette liaison, exprimée par la formule du guidage, consiste en ce que la trajectoire de la singularité de u_0 doit coïncider avec une des lignes de courant de l'onde v. Elle a pour effet que l'onde u_0 dans la région reste toujours en phase avec l'onde extérieure environnante. En assimilant la région singulière au corpuscule, nous retrouvons ici l'image qui m'avait jadis inspiré au début de mes recherches : la très petite région singulière constituant le corpuscule serait le siège d'un phénomène périodique qu'on pourrait assimiler à une horloge et se déplacerait au sein de l'onde v dont elle est intimement solidaire de façon à rester constamment en phase avec elle.

Et maintenant nous allons pouvoir préciser la relation qui doit exister entre l'onde u et l'onde Ψ. Pour cela nous devons bien distinguer l'onde v, partie régulière de u à caractère objectif, et l'onde Ψ de la Mécanique ondulatoire usuelle, simple représentation subjective de probabilités, tout en les considérant comme deux solutions intimement liées de l'équation des ondes linéaires usuelle. Cette distinction, qui est à la base même de la théorie de la double solution et qui justifie le nom que je lui avais donné, fera disparaître le caractère hybride et peu satisfaisant, à la fois objectif et subjectif, qu'on est forcé d'attribuer à l'onde Ψ de la Mécanique ondulatoire dans l'interprétation usuelle.

En effet, comme l'onde Ψ, représentation de probabilité, doit être construite d'après nos informations sur l'état du corpuscule, on peut la définir, si nos informations sont exactes, comme partout proportionnelle à l'onde v, en posant

$$\Psi = Cv, \tag{9}$$

C étant une constante de normalisation [1]. Comme l'onde u, et par suite sa partie extérieure v sont supposées avoir une réalité objective, elles doivent avoir partout une valeur bien déterminée. Au contraire, nous sommes libres de « normer » comme nous le voulons la fonction Ψ par un choix convenable de la constante C. L'onde Ψ définie par (9) obéit partout à l'équation linéaire usuelle, ce qui est satisfaisant. D'ailleurs l'onde Ψ ne saurait obéir à une équation non linéaire car le principe de superposition paraît être une condition nécessaire de l'interprétation statistique usuelle comme Pauli l'avait naguère souligné dans son exposé sur la Mécanique ondulatoire dans le *Handbuch der Physik*.

Le mystère du double caractère à la fois objectif et subjectif de l'onde dans l'interprétation usuelle paraît être ainsi dissipé. L'onde v, étant objective, peut déterminer des phénomènes physiques tels que les interférences, la diffraction, les valeurs quantifiées de l'énergie des systèmes atomiques; l'onde Ψ, elle, n'est qu'une pure représentation de probabilité à caractère subjectif normable à volonté. Mais, comme l'onde Ψ doit en principe être calquée sur l'onde v à l'aide de la formule (9), on a pu avoir l'impression que c'était l'onde Ψ qui provoquait les phénomènes physiques indiqués plus haut. Ceci explique pourquoi on a été amené à attribuer à l'onde Ψ un caractère hybride très peu satisfaisant. Je pense même que l'interprétation que nous venons d'indiquer dans le cadre de la théorie de la double solution pourrait bien être la seule susceptible de résoudre l'énigme de la double nature subjective et objective de l'onde usuellement envisagée en Mécanique ondulatoire.

Et, de plus, il semble bien que du même coup on puisse comprendre la nature de la « réduction du paquet d'ondes » sans en faire un incompréhensible phénomène physique. Lorsqu'un processus physique (par exemple, l'action d'un dispositif de mesure) dissocie l'onde u du corpuscule en portions séparées avec rupture des relations de phase et qu'ensuite une constatation nous apprend que le corpuscule est présent dans l'une de ces portions, nous devons pour traduire le nouvel état de nos informations poser $C = 0$ pour toutes les régions autres que celle où nous savons maintenant que le corpuscule se trouve et renormaliser l'onde Ψ dans cette région-là. Ainsi la possibilité de valeurs différentes, et éventuellement nulles, pour la constante C pour les différentes portions en lesquelles

(1) Comme M. Destouches l'a fait remarquer, il serait plus exact, au lieu de poser $\Psi(x, y, z, t) = C\, v(x, y, z, t)$, d'écrire $\Psi(x_1, y_1, z_1, t) = C[v(x, y, z, t)]_{x=x_1,\, y=y_1,\, z=z_1}$, où x_1, y_1, z_1 sont les coordonnées du corpuscule (variables de l'espace de configuration à trois dimensions).

l'onde v s'est fragmentée, nous permet d'interpréter la réduction du paquet d'ondes sans porter atteinte au caractère objectif de l'onde u. Et c'est peut-être là la seule interprétation physique raisonnable de la réduction du paquet d'ondes.

Précisons encore un peu ce que nous venons de dire. Dans l'état initial nous devons d'après (9) écrire l'onde non décomposée $\Psi = C\,v$, puis après la rupture des relations de phase par un processus de mesure entre les portions v_1, v_2, ... de l'onde, on devra poser $\Psi = C\,(v_1 + v_2 + \ldots)$. Mais ensuite, quand on aura pris connaissance de la présence du corpuscule dans l'une des portions d'onde, mettons v_k, on devra poser $C = 0$ pour tous les v_i sauf v_k et $C = C'$ pour v_k de sorte qu'alors on devra définir l'onde subjective de probabilité Ψ par $\Psi = C'v_k$, C' étant une nouvelle constante de normalisation [1].

5. **Nouvelle manière d'envisager la formule du guidage.** — En théorie de la Relativité générale, des auteurs comme Georges Darmois, Einstein et ses collaborateurs et plus récemment André Lichnérowicz, Pham Tan Hoang, etc. ont établi qu'une particule matérielle doit dans son mouvement, en vertu même des équations non linéaires de la théorie, suivre une géodésique du champ extérieur. Ils ont, en effet, démontré qu'une singularité du champ définissant une particule matérielle doit dans l'espace-temps rester à l'intérieur d'un tube extrêmement délié dont les parois sont formées par des géodésiques du champ extérieur. En d'autres termes, les valeurs très élevées du champ qui constituent la particule doivent rester « emprisonnées » à l'intérieur d'un tel tube. Toute autre disposition du tube d'univers représentant le mouvement au cours du temps de la particule ainsi définie ne serait pas compatible avec l'existence d'une solution continue des équations non linéaires du champ gravifique.

Georges Darmois, dans un remarquable petit Ouvrage [2], avait présenté cette idée d'une manière particulièrement frappante. « La conception qu'Einstein propose de substituer à celle de Newton, écrivait-il, au lieu de lier les masses entre elles par des forces, les relie par la communauté du champ dans lequel elles sont intégrées : les tubes d'univers qui décrivent le mouvement des masses matérielles baignent, si l'on peut dire, dans le même champ et c'est lui qui crée leur interdépendance ». Plus loin il ajoutait : « C'est en somme pour *engrener* son champ propre sur le champ extérieur qu'une petite masse doit en décrire une géodésique ».

---

(1) Remarquons encore que la présence de facteur de normalisation C dans l'équation (9) permet à l'onde Ψ de conserver les propriétés de propagation d'une onde physique, mais la prive de la propriété d'addition des amplitudes qui caractérise les ondes physiques. Ceci explique le caractère hybride de l'onde Ψ.

(2) *Voir* bibliographie [7].

Il avait fait aussi de profondes remarques, qui furent depuis précisées par M. Lichnérowicz [1], sur la façon dont on peut chercher à prolonger le champ extérieur vers l'intérieur des tubes d'univers de la particule. Il avait mis en évidence le fait que ce champ extérieur prolongé doit contenir une singularité et ajoutait avec beaucoup de profondeur : « Ce rôle fondamental des singularités qui préfigurent, en quelque sorte, les tubes massiques, est d'une extrême importance ».

Bien que ce problème soit assez différent, la question du guidage du corpuscule en théorie de la double solution peut être abordée par une méthode analogue. A l'extérieur du tube d'univers du corpuscule, l'onde u vient se confondre sensiblement avec l'onde v qui peut être considérée comme constituant le champ extérieur. Mais la solution $u = u_0 + v$ de l'équation d'ondes extérieure, si l'on pouvait la prolonger régulièrement à l'intérieur du tube, y présenterait une singularité. L'analogie avec les idées de Georges Darmois est frappante et les mêmes raisons de continuité qui l'avaient guidé conduisent ici à la conclusion suivante : les parois du tube d'univers très délié qui contient les hautes valeurs du champ, c'est-à-dire le corpuscule, sont formées de lignes de courant du champ extérieur, le corpuscule se trouvant ainsi emprisonné dans ce tube d'univers, ce qui entraîne la formule du guidage. Paraphrasant une citation de Darmois faite plus haut, nous pouvons dire : « C'est en somme ponr engrener son champ ondulatoire intérieur sur le champ ondulatoire extérieur v que le corpuscule doit en décrire une ligne de courant ».

---

(1) *Voir* bibliographie [8].

CHAPITRE V.

ÉTUDE CRITIQUE DE CERTAINS POINTS DE L'INTERPRÉTATION USUELLE.

1. **Exposé de la théorie des transformations.** — L'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire repose en partie sur un formalisme auquel on donne souvent le nom de « théorie des transformations ». Nous voulons étudier et critiquer ce formalisme.

On part de la remarque qu'en Mécanique ondulatoire on considère toute grandeur physique correspondant à un opérateur linéaire et hermitien A auquel correspond une série de fonctions propres complexes φ_i formant un système complet de fonctions de base normées et orthogonales. Alors la fonction d'onde Ψ peut toujours se développer sous la forme

$$\Psi = \sum_i c_i \varphi_i, \tag{1}$$

les c_i étant coefficients complexes dits « coefficients de Fourier généralisés » qu'on peut calculer par la formule

$$c_i = \int \varphi_i^* \Psi \, d\tau. \tag{2}$$

[Si le spectre des φ_i est continu, on peut écrire encore la formule (1), les φ_i étant les « différentielles propres » du spectre. Ces différentielles propres représentent des groupes d'ondes dont l'intervention peut se justifier physiquement en remarquant que les ondes monochromatiques sont des abstractions et que seuls les groupes d'ondes limités ont une réalité physique].

Les c_i sont les « coordonnées » de Ψ dans l'espace de Hilbert par rapport au système de référence des fonctions de base φ_i. La connaissance de l'ensemble des c_i est équivalente à la connaissance de Ψ. Si l'on passe du système des fonction de base φ_i à un autre système de fonctions de base φ'_i, on a une transformation des coordonnées c_i. Toute la théorie étant linéaire, on a

$$\varphi_i = \sum_k d_{ki}\, \varphi'_k \tag{3}$$

et par suite

$$\Psi = \sum_i c_i \varphi_i = \sum_k c'_k \varphi'_k, \tag{4}$$

avec

$$c'_k = \sum_i d_{ki} c_i. \tag{5}$$

On admet, de plus, que les fonctions propres φ_i correspondant à la position $\vec{R}_0$ du corpuscule sont les fonctions de Dirac $\delta(\vec{R} - \vec{R}_0)$. Nous avons déjà vu que cette hypothèse est physiquement douteuse : la localisation observable d'un corpuscule résulte, en effet, d'une action de proximité exercée par le corpuscule sur un autre système de l'échelle microphysique, action qui déclenche par un processus en chaîne un phénomène observable, et non pas d'une réduction de la fonction d'onde à une fonction δ de Dirac. Quand on admet, comme on le fait habituellement, le postulat douteux en question, on écrit

$$\Psi(\vec{R}) = \int \Psi(\vec{R}_0)\, \delta(\vec{R} - \vec{R}_0)\, d\vec{R} \tag{6}$$

et l'on considère les $\Psi(\vec{R}_0)$ pour les différentes valeurs de $\vec{R}_0$ comme étant les coefficients c_i du développement de Ψ suivant les fonctions propres de la position.

De plus, si l'on remarque que les φ_i sont fonctions de x, y, z et que les c_i peuvent dépendre du temps, l'expression (1) introduite dans l'équation d'ondes

$$\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \mathrm{H}\Psi, \tag{7}$$

où H est l'opérateur hamiltonien donne après multiplication par φ_i^* et intégration sur $d\tau$:

$$\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial c_j}{\partial t} = \sum_i \mathrm{H}_{ji} c_i, \tag{8}$$

avec $\mathrm{H}_{ji} = \int \varphi_j^* \mathrm{H} \varphi_i\, d\tau$, élément de matrice correspondant à l'opérateur H dans le système des φ_j. L'équation (8), équation de variations des constantes de Dirac, peut être considérée comme équivalente à l'équation d'ondes.

Entraîné par cet élégant formalisme, on en a conclu que toutes les « représentations » de la fonction Ψ, à l'aide de tous les systèmes complets et orthonormés de fonctions propres correspondant à toutes les grandeurs physiques, seraient équivalentes au point de vue physique. En particulier, la « représentation q » correspondant aux coordonnées et à la formule (6) n'aurait pas plus d'importance que la « représentation p » correspondant à la quantité de mouvement et données par les coefficients $c(\vec{p})$ du développement suivant les ondes planes monochromatiques. L'équation des ondes (7) n'aurait aucun privilège sur les équations de variation des constantes (8).

La théorie des transformations admet comme générale la loi de probabilité suivante : « La probabilité pour qu'une grandeur A attachée au corpuscule ait pour valeur la valeur propre α_i de l'opérateur correspondant est donnée par $|c_i|^2$ ». Appliquant cette loi générale au cas de la position avec intervention de la formule (6), elle considère qu'elle a retrouvé pour la probabilité de la présence du corpuscule au point $\vec{R}_0$ la valeur $|\Psi(\vec{R}_0)|^2$, c'est-à-dire le principe de localisation.

Nous aurons à examiner la valeur d'une telle déduction, mais nous voulons d'abord faire une remarque importante. Nous avons énoncé, comme on le fait souvent, la loi générale de probabilité en disant : « La probabilité pour qu'une grandeur A ait pour valeur... ». Il est certain qu'on ne doit pas s'exprimer ainsi, mais qu'on doit dire : « la probabilité pour qu'une mesure (ou mieux un phénomène observable) nous permette d'attribuer à la grandeur A une valeur égale à... ». Je pense que même les plus stricts partisans de l'interprétation actuelle seraient d'accord pour reconnaître que ce second énoncé est seul exact. Or le premier énoncé diffère essentiellement du second car il admet implicitement que la grandeur A a *a priori*, avant toute mesure, la probabilité $|c_i|^2$ d'avoir la valeur α_i et cette affirmation ne paraît nullement justifiée et n'est pas en accord avec l'idée que tout processus de mesure modifie l'état qui existait avant son intervention. C'est là une remarque essentielle qui, dès maintenant, peut nous faire penser qu'il y a quelque chose de faux dans les conclusions qu'on prétend tirer de la théorie des transformations.

2. **Critique de la théorie des transformations.** — Même, si l'on se place à un point de vue formel, purement mathématique, la théorie des transformations peut faire l'objet de critiques. Il n'est pas exact de dire qu'il y a équivalence complète entre l'ensemble des $c_i\varphi_i$ *considérés isolément* et la somme $\Psi = \sum_i c_i\varphi_i$. En effet, les coefficients c_i sont des nombres complexes de la forme $c_i = |c_i| e^{i\beta_i}$ et, si l'on considère les $c_i\varphi_i$ isolément, on ne fait pas apparaître les « différences de phase » $\beta_i - \beta_j$,

tandis que dans la somme $\sum_i c_i\varphi_i$, ces différences de phase interviennent d'une façon essentielle. La somme $\Psi = \sum_i c_i\varphi_i$ contient des effets d'interférences qui ne sont nullement présents dans l'ensemble des $c_i\varphi_i$ considérés isolément. En particulier $|\Psi|^2$ ne peut pas se déduire de l'ensemble des $|c_i|^2$.

De plus, il ne me paraît pas légitime de faire correspondre à la localisation du corpuscule au point R_j la fonction propre $\delta(\vec{R}-\vec{R}_j)$ car, nous l'avons dit, la localisation observable ne provient pas de la réduction de l'onde à un point, mais d'une action de proximité entre un corpuscule et une autre unité microphysique. En particulier le passage de l'onde à travers un petit trou dans un écran qui ne s'accompagne d'aucune manifestation observable ne constitue nullement une localisation du corpuscule et ce n'est jamais de cette façon qu'on observe une localisation corpusculaire.

Mais, si l'on se place à un point de vue physique, le caractère fallacieux de la théorie des transformations me semble apparaître d'une façon beaucoup plus évidente. Pour nous en rendre compte, souvenons-nous que toute la théorie vient de la Physique classique et plus précisément de la théorie des cordes vibrantes de d'Alembert. Regardons donc comment les choses se présentent dans ce cas.

Considérons une corde homogène qui à l'état d'équilibre est tendue le long de l'axe des x, ses extrémités étant fixées aux points $x = 0$ et $x = l$. L'élongation y d'un point de la corde quand elle vibre dans le plan $x\,O\,y$ est une superposition d'harmoniques de la forme complexe

$$\varphi_n = c_n \sin n\pi \frac{x}{l}\, e^{2\pi i\nu_n t} = c_n \sin 2\pi \frac{x}{\lambda_n}\, e^{2\pi i\nu_n t} \tag{9}$$

qui sont les fonctions propres du problème avec $\lambda_n = \frac{2l}{n}$ et $\nu_n = \frac{V}{\lambda_n} = \frac{nV}{2l}$, où V est la vitesse des ondes le long de la corde. Le mouvement de la corde sera donné par

$$y = \sum_n c_n\varphi_n = \sum_n \left(c_n \sin n\pi \frac{x}{l}\, e^{2\pi i\nu_n t} + c_n^* \sin n\pi \frac{x}{l}\, e^{-2\pi i\nu_n t}\right). \tag{10}$$

Si l'on observe ce mouvement, par une méthode photographique, on verra à chaque instant une forme en général très compliquée de la corde qui variera constamment, mais ne permettra pas d'observer séparément les harmoniques si l'on ne perturbe pas le mouvement de la corde. Assurément la connaissance de la fonction $y(x, t)$ permettra à un théoricien de calculer les harmoniques dont la superposition forme $y(x, t)$ mais la décomposition de y en une série d'harmoniques n'existe que dans l'esprit du théoricien, elle n'existe pas dans le mouvement observable. Néanmoins, on pourra isoler physiquement ces harmoniques, mais il faudra alors employer des dispositifs qui, en les isolant, rompront les relations de phase qui existaient entre eux dans le mouvement de la corde. Par exemple, si la corde est placée dans un gaz comme l'air, elle émettra un son qui correspondra à la fonction $y(x, t)$ et par conséquent sera formé par une superposition d'harmoniques : en disposant autour de la corde des résonateurs de Helmholtz ayant des fréquences de résonance égales aux divers ν_n, on obtiendra dans chaque résonateur un mouvement de l'air s'effectuant avec la fréquence ν_n correspondante. On a ainsi isolé les divers harmoniques du son émis, mais on aura rompu leurs relations de phase, on aura perdu la connaissance des différences de phase qui déterminaient la forme de la corde.

On obtiendrait un exemple analogue en considérant une antenne de T. S. F. parcourue par un courant formé par une superposition d'harmoniques d'une fréquence fondamentale. L'onde électromagnétique émise sera une superposition d'harmoniques et aura une forme très complexe; mais des circuits oscillants accordés sur les diverses fréquences des harmoniques et placés dans le champ de l'onde deviendront le siège de courants harmoniques. On aura ainsi isolé les divers harmoniques de l'onde incidente, mais la connaissance des courants dans les circuits oscillants ne permettra pas de reconstituer la forme exacte de l'onde parce qu'on aura perdu la connaissance des différences de phase.

Un exemple plus proche peut-être de la Mécanique ondulatoire s'obtient en considérant un train d'ondes (par exemple sonores ou élastiques) formé par une superposition d'ondes planes monochromatiques arrivant sur un dispositif du genre prisme ou réseau. L'onde incidente, si on peut l'enregistrer, correspond à un mouvement complexe du milieu qu'elle traverse et, si la connaissance de ce mouvement permet à un théoricien de calculer les composantes monochromatiques dont elle est la superposition, ces composantes n'existent pas d'une façon isolée dans l'onde incidente, mais seulement dans la pensée du théoricien. L'action du dispositif du genre prisme ou réseau a pour effet de séparer les composantes monochromatiques en les concentrant dans des directions différentes de l'espace. L'onde se trouve donc finalement subdivisée en portions d'ondes sensiblement monochromatiques et spatialement séparées : on aura ainsi isolé les composantes monochromatiques, mais les relations de phase qui existaient entre elles et déterminaient la forme de l'onde incidente ne se manifesteront plus par suite de la séparation spatiale et ne pourront plus être connues.

Si l'on réfléchit aux exemples précédents et à d'autres qu'on pourrait imaginer, on arrive nécessairement à l'idée que c'est la représentation dans l'espace au cours du temps qui est objective et non la décomposition de Fourier qui n'existe que dans l'esprit du théoricien. Les diverses composantes de Fourier ne peuvent être observées qu'à l'aide de dispositifs qui changent entièrement l'état de choses initial et rompent les relations de phase.

Dans le langage de la théorie des transformations on devra exprimer ceci en disant que la représentation q est la seule représentation objective tandis que la représentation p, représentation abstraite dans l'espace des quantités de mouvement, n'existe que dans l'esprit du théoricien. Ceci montre, contrairement à ce qu'affirme la théorie usuelle des transformations, que les deux représentation q et p ne sont nullement équivalentes. C'est la fonction d'onde qui décrit la réalité physique et non l'ensemble des coefficients c_i considérés isolément. Cette conclusion est d'ailleurs la conséquence du fait évident que l'espace à trois dimensions est une réalité physique, cadre nécessaire de notre expérience, tandis que l'espace des moments (quantités de mouvement) n'est qu'une représentation mathématique abstraite.

3. **Primauté de la probabilité de présence. Probabilités actuelles et probabilités prévues.** — L'ensemble des considérations que nous avons développées nous conduit à penser que la probabilité de présence ρ, égale à $|\Psi|^2$ dans le cas de l'équation de Schrödinger, possède une sorte de *primauté* sur les autres probabilités envisagées par la théorie usuelle parce qu'elle correspond à la présence du corpuscule en un point de l'onde avant toute action d'un dispositif séparant les composantes de Fourier avec rupture des relations de phase. Pour les grandeurs autres que la localisation et celles qui se déduisent de la localisation (c'est-à-dire, en langage abstrait pour les grandeurs qui ne commutent pas avec la position), les probabilités $|c_i|^2$ correspondent à la situation qui existe *après* l'action d'un dispositif qui isole, avec rupture des relations de phase, les composantes φ_i relatives aux diverses valeurs possibles α_i de la grandeur A envisagée quand on ne connaît pas encore la valeur qui en résulte pour A, c'est-à-dire quand on ne connaît pas le résultat de la mesure. L'action du dispositif de mesure doit, en effet, détacher le corpuscule de son onde initiale pour le rattacher sur l'une des composantes spectrales : dans le langage de la théorie de la double solution, on devra dire qu'au cours de la perturbation de l'onde provoquée par l'action du dispositif de mesure, le corpuscule est *guidé* de telle façon que ce résultat soit finalement obtenu. L'acrochage du corpuscule sur l'une des composantes spectrales avec perte des relations de phase peut s'opérer soit par séparation spatiale des composantes spectrales (cas des dispositifs genre prisme ou réseau), soit par un processus « d'aiguillage » du corpuscule sur l'une des composantes spectrales. J'ai étudié ces questions dans mon livre sur la *Théorie de la Mesure* [2], mais elles demanderaient encore à être approfondies.

Bref, la densité de probabilité de présence ρ me paraît exister dans l'état initial avant l'action de tout dispositif de mesure tandis que les probabilités $|c_i|^2$ n'entrent en jeu qu'après l'action d'un dispositif de mesure de la grandeur A à laquelle se rapportent les φ_i correspondants; les $|c_i|^2$, ne peuvent pas avoir le sens de probabilités existant objectivement dans l'état initial. Ce qui achève de prouver qu'il en est bien ainsi, c'est que dans l'état initial la mesure de n'importe quelle grandeur est *a priori* possible et que, suivant la nature de la mesure qu'on effectuera, l'ensemble des $|c_i|^2$ qu'on aura à envisager ne sera pas en général le même. Cette circonstance me paraît rendre impossible de considérer tous les jeux de $|c_i|^2$ comme représentant des probabilités existant simultanément dans l'état initial. Comme je l'ai déjà remarqué, il est bien curieux que, dans le cadre d'une interprétation reposant sur l'idée que tout processus permettant une mesure perturbe nécessairement l'état qui existait antérieurement, la théorie des transformations en mettant sur le même pied la probabilité de présence ρ et les probabilités en $|c_i|^2$ ait en somme méconnu ce principe fondamental.

Pour bien préciser cette question il est très important d'insister sur la différence essentielle entre une probabilité *actuelle* valable à l'instant où on l'évalue, comme nous supposons que c'est le cas pour la probabilité de présence ρ, et les probabilités simplement *prévues* comme pouvant correspondre à des situations futures comme le sont les $|c_i|^2$ dans l'état Ψ initial.

Donnons de ceci un exemple simple. Supposons que j'aie devant moi une roulette avec nombre égal de cases rouges et de cases noires qui est en rotation et que j'aie la bille dans ma main. Dans cette situation initiale, les probabilités de présence de la bille sont

dans ma main : 1, sur une case rouge : 0, sur une case noire : 0.

Ces probabilités correspondent à la situation actuelle. Mais je peux prévoir les probabilités qui seront valables quand j'aurai lancé la bille sur la roulette et quand cette bille se sera finalement arrêtée sur une case dont je n'aurai pas encore pu constater la couleur. Ces probabilités de présence prévues seront

(A) dans ma main : 0, sur une case rouge : $\frac{1}{2}$, sur une case noire : $\frac{1}{2}$.

Mais ce ne sont là, tant que je tiens encore la bille dans ma main de simples probabilités *prévues* qui ne sont pas encore valables. Ce qui prouve bien le caractère « non encore valable » de ces probabilités, c'est que, si j'avais à côté de moi une autre roulette dont toutes les cases seraient noires, les probabilités prévues pour le cas où ce serait sur cette seconde roulette que je jetterais ma bille seraient

(B) dans ma main : 0, sur une case rouge : 0, sur une case noire : 1

Ces probabilités prévues sont incompatibles avec les précédentes et je ne saurai si ce sont les probabilités (A) ou les probabilités (B) qui deviennent actuelles que quand je me serai décidé à jeter ma bille sur l'une ou l'autre roulette.

Ces considérations se transposent immédiatement pour les probabilités de la Mécanique ondulatoire. Dans un état initial correspondant à une forme connue Ψ de la fonction d'onde, la probabilité de localisation $|\Psi|^2$ est actuelle. Pour toute grandeur physique mesurable, il existe des probabilités *prévues* $|c_i|^2$ qui ne deviendront valables qu'après l'intervention du processus de mesure. Tant que je ne me serai pas décidé à mesurer une grandeur déterminée, je ne saurai pas quel est l'ensemble des $|c_i|^2$ qui vont effectivement devenir des probabilités actuelles. Il semble important de réfléchir à ces questions pour éviter des confusions et pour bien comprendre la nature de la primauté que nous proposons d'attribuer à la probabilité de présence.

4. **Signification des relations d'incertitude.** — Entraînée par le formalisme de la théorie des transformations, l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire a été amenée à admettre des conséquences qui vont maintenant nous apparaître comme probablement inexactes.

Considérons d'abord les relations d'incertitude entre deux grandeurs canoniquement conjuguées, par exemple $\Delta x\, \Delta p_x \geqq h$ $\left(\text{ou sous une forme plus précise } \sigma_x \sigma_{p_x} \geqq \frac{h}{4\pi}\right)\cdot$ Quel est la signification des incertitudes Δx et Δp_x? Pour Δx, la réponse paraît évidente : c'est l'incertitude sur la coordonnée x du corpuscule qui peut se trouver en n'importe quel point de l'onde avec la probabilité $|\Psi|^2$. Le seul point en litige est de savoir ce que signifient les mots « peut se trouver ». Veulent-ils dire que le corpuscule a une position dans le train d'ondes, mais que nous ignorons cette position ou veulent-ils dire que le corpuscule n'a pas de position dans le train d'ondes, qu'il est potentiellement présent dans tout le train d'ondes? On sait que c'est la deuxième hypothèse, beaucoup moins claire que la première, qui est adoptée par l'interprétation actuelle. Mais passons sur ce point et demandons-nous ce que signifie Δp_x. Dans l'interprétation actuelle, la réponse est : c'est l'incertitude sur p_x dans l'état Ψ, la valeur de p_x étant répartie potentiellement dans tout l'intervalle Δp_x. Ainsi les deux incertitudes Δx et Δp_x seraient « actuelles » dans l'état caractérisé par la fonction Ψ.

Une telle interprétation ne nous paraît pas possible à adopter : Δp_x nous paraît être sans aucun doute l'incertitude *prévue* dans l'état initial sur la valeur qui peut avoir p_x *après* l'action d'un dispositif permettant la mesure de p_x quand on ne connaît pas encore le résultat de cette mesure. Et, comme, conformément à un grand principe de l'interprétation usuelle

elle-même, l'action du dispositif de mesure perturbe complètement l'état initial, l'incertitude Δp_x ne se rapporte pas au même état que Δx. Pour nous l'incertitude Δx existe actuellement dans l'état initial avant toute mesure de la quantité de mouvement (quand les composantes de Fourier de l'onde interfèrent encore entre elles) tandis que l'incertitude Δp_x est alors seulement prévue et ne devient actuelle qu'après l'action du dispositif de mesure de la quantité de mouvement quand les composantes de Fourier de l'onde ont cessé d'interférer et que le corpuscule est resté attaché à l'une d'elles.

La relation d'incertitude $\Delta x \, \Delta p_x \geqq h$ a donc un sens assez différent de celui qu'on lui donne généralement puisque les incertitudes Δx et Δp_x ne sont actuelles que dans des états *différents* du corpuscule. Rien n'oblige d'ailleurs à considérer ces incertitudes comme de véritables indéterminations des grandeurs x et p_x comme le fait la théorie usuelle : il semble beaucoup plus naturel de les considérer comme de simples incertitudes dues à notre ignorance des vraies valeurs de x et de p_x. Et, en nous servant de cette conception claire, nous revenons à la notion traditionnelle de la probabilité qui s'introduirait toujours par suite de notre ignorance de quelque chose qui existe objectivement.

Dans la théorie de la double solution, le corpuscule occupe à chaque instant dans l'onde une position qui est ignorée, mais qui existe : d'où l'incertitude Δx. Si nous connaissions la position du corpuscule, la formule du guidage nous permettrait de calculer sa quantité de mouvement, donc la valeur de p_x ; mais, comme nous ignorons cette position, il en résulte une incertitude sur la valeur de p_x dans l'état initial, valeur qui existe, mais que nous ignorons. Seulement cette incertitude actuelle dans l'état initial n'est pas l'incertitude Δp_x de la relation d'Heisenberg car celle-ci est seulement dans l'état initial une incertitude prévue qui ne devient actuelle qu'après le processus de mesure de p_x qui modifie complètement la constitution de l'onde.

Le même genre d'analyse pourrait être effectué pour des relations d'incertitude de la forme $\Delta A \, \Delta B \geqq a$ où les incertitudes ΔA et ΔB ne sont ni l'une, ni l'autre actuelles dans l'état initial, mais sont toutes deux des incertitudes prévues comme se rapportant à deux situations différentes qui pourraient exister après l'exécution de deux mesures incompatibles.

5. **Le schéma statistique de la Mécanique ondulatoire.** — Ces conceptions, bien différentes de celles de l'interprétation usuelle, conduisent à réviser tout le schéma statistique admis dans cette interprétation. Ce schéma statistique s'écarte, en effet, complètement de celui qui est classique en Calcul des probabilités. C'est une question que j'avais étudiée dans un article de la *Revue scientifique* en 1948 (1) à une époque

(1) *Voir* bibliographie [9].

où j'admettais encore l'interprétation orthodoxe et dont les conclusions n'avaient pas été sans provoquer dans mon esprit une certaine gêne qui a sans doute contribué à m'orienter vers une autre interprétation.

En Calcul des probabilités, on définit pour une variable aléatoire continue X une densité de probabilité $\rho_X(x)$ telle que $\rho_X(x)\,dx$ soit la probablité pour que X ait une valeur comprise entre x et $x + dx$. Pour une autre variable aléatoire Y, on définira de même une densité de probabilité $\rho_Y(y)$. On définit ensuite une densité de probabilité $\rho(x, y)$ telle que $\rho(x, y)\,dx\,dy$ soit la probabilité d'obtenir dans une *même* opération de mesure (une même « épreuve » comme disent les statisticiens) des valeurs de X et de Y comprises respectivement dans les intervalles $x \to x + dx$ et $y \to y + dy$. Enfin on introduit la densité de la probabilité de Y liée par X, $\rho_Y^{(X)}(x, y)$, qui correspond à la probabilité d'obtenir la valeur y de Y *quand on sait* que X a la valeur x et l'on définit de même la probabilité $\rho_X^{(Y)}$ de X liée par Y. Il est alors facile de voir qu'on doit avoir entre les cinq densités de probabilité que nous venons de définir les relations qu'on peut considérer comme évidentes :

$$(11)\qquad \begin{cases} \rho_X(x) = \int \rho(x, y)\,dy, & \rho_Y(y) = \int \rho(x, y)\,dx, \\ \rho_X^{(Y)}(x, y) = \dfrac{\rho(x, y)}{\rho_Y(y)}, & \rho_Y^{(X)}(x, y) = \dfrac{\rho(x, y)}{\rho_X(x)}; \end{cases}$$

d'où l'on tire

$$(12)\qquad \begin{cases} \rho_X(x) = \int \rho_X^{(Y)}(x, y)\,\rho_Y(y)\,dy, \\ \rho_Y(y) = \int \rho_Y^{(X)}(x, y)\,\rho_X(x)\,dx. \end{cases}$$

Tout ce schéma statistique résulte très clairement de l'image concrète de la probabilité quand on se figure des « individus » pour lesquels les grandeurs X et Y ont des valeurs déterminées, la statistique s'introduisant par la considération simultanée d'individus pour lesquels X et Y ont des valeurs différentes.

Or, ce schéma statistique n'est pas applicable aux probabilités définies par l'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire. D'une part, la probabilité $\rho(x, y)$ ici n'existe généralement pas et, d'autre part, les produits $\rho_X^{(Y)}(x, y)\,\rho_Y(y)$ et $\rho_Y^{(X)}(x, y)\,\rho_X(x)$ qui devraient être égaux ne le sont pas. Cet échec du schéma statistique classique dans l'interprétation usuelle s'explique, à mon sens, par le fait que les probabilités qu'elle envisage ne se rapportent pas à un même état du corpuscule, qu'elles ne sont pas simultanément « actuelles » : ceci fait tomber la base même du schéma statistique classique qui n'est plus applicable à ces probabilités.

Mais si, conformément aux conceptions de la double solution, on attribue au corpuscule, quand il occupe une certaine position, la quantité de mouvement définie par la formule du guidage, on peut rétablir le schéma statistique classique aussi bien dans l'état initial avant l'action sur l'onde du dispositif de mesure de la quantité de mouvement que dans l'état final qui suit l'action de ce dispositif. C'est ce que j'ai montré en détail notamment dans les pages 88 et suivantes de mon livre sur la *Théorie de la Mesure* [2].

Et ceci nous amène à parler du célèbre théorème de von Neumann suivant lequel il serait impossible de donner une interprétation des lois de probabilités de la Mécanique ondulatoire par une image introduisant des variables cachées et permettant ainsi d'attribuer au corpuscule une localisation et une quantité de mouvements bien déterminées.

Von Neumann a cru démontrer ce théorème, il y a une trentaine d'années, en partant d'un formalisme très élégant, celui des matrices statistiques. Il en avait conclu, en apparence très rigoureusement, que l'introduction de variables cachées ne pouvait aucunement permettre de ramener les distributions de probabilités admises en Mécanique ondulatoire à un schéma statistique du type classique.

Or le seul fait qu'on puisse, comme nous l'avons dit, rétablir des schémas statistiques du type classique en utilisant les variables cachées introduites par la théorie de la double solution montre que le théorème de von Neumann ne peut pas être exact, et cela même si l'image proposée par la théorie de la double solution n'était pas conforme à la réalité physique. Il suffit, en effet, d'un seul contre-exemple, même sans réalité physique, pour prouver la fausseté de l'interdiction qui semble résulter du raisonnement de von Neumann.

Voici où est, à notre avis, l'erreur de ce raisonnement : il repose essentiellement sur le postulat que les distributions de probabilités pour deux variables canoniquement conjuguées sont, dans l'état représenté par une onde Ψ, toutes deux simultanément *actuelles*. Or, ce postulat suggéré par la théorie des transformations et couramment admis nous apparaît maintenant, pour les raisons exposées plus haut, comme certainement inexact : par exemple, en négligeant l'action inévitable qu'exerce sur l'état initial tout processus de mesure de la quantité de mouvement, il méconnaît le fait que la probabilité de présence $|\Psi|^2$ et la probabilité $|c_{\vec{p}}|^2$ des valeurs de la quantité de mouvement ne peuvent être simultanément actuelles dans l'état initial. Et cette remarque, qui ne semble pas pouvoir être contestée par les partisans de l'interprétation usuelle puisqu'elle revient à tenir compte de l'action inévitable du processus de mesure constamment invoquée par eux, fait tomber le théorème de von Neumann qui semble bien être un pseudo-théorème.

6. Impossibilité d'obtenir des interférences et de déterminer en même temps la trajectoire du corpuscule. — Nous avons vu qu'il n'est pas exact d'énoncer le concept de complémentarité en disant que le corpuscule ne se manifeste jamais simultanément sous son aspect granulaire et son aspect ondulatoire. Bien au contraire sur une plaque photographique où se sont inscrites des franges d'interférences ou de diffraction, cette inscription résulte d'une infinité de petites taches locales qui traduisent l'arrivée successive de projectiles tandis que l'ensemble des franges est un effet statistique d'aspect ondulatoire.

Mais là où les partisans de la complémentarité et de la présence potentielle des corpuscules dans toute une région de l'espace paraissent triompher, c'est quand ils démontrent que dans un champ d'interférences, on ne peut aucunement déterminer la trajectoire suivie par le corpuscule. Ainsi, dans l'expérience classique des trous de Young, si le dispositif est monté de façon à obtenir les franges, on ne peut pas dire par quel trou a passé le corpuscule et l'on en conclut soit que le corpuscule n'a passé par aucun des deux trous, soit qu'il a passé « potentiellement » par l'ensemble des deux trous. Nous devons examiner cette question.

Nous attachant au cas particulier des trous de Young, nous allons tout d'abord reproduire le raisonnement fait à ce sujet par M. Bohr.

Nous supposerons que l'onde monochromatique envoyée sur la face antérieure de l'écran de Young provient d'une fente percée dans un

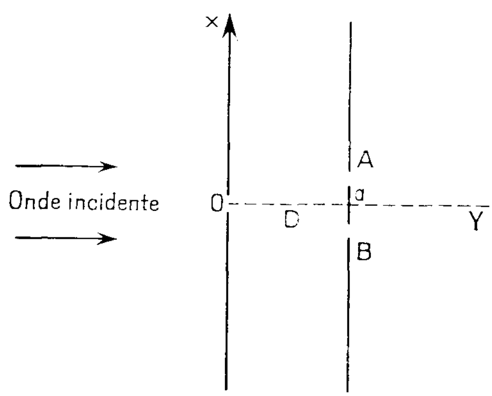

Fig. 6.

premier écran et jouant le rôle de source de lumière. Nous désignerons par a la distance des trous de Young, par $D \gg a$ la distance des deux écrans par λ la longueur d'onde des corpuscules utilisés. Enfin, nous choisirons les axes des x et des y comme il est indiqué sur la figure 6.

L'axe des y passe à égale distance des trous de Young et, en principe, la fente du premier écran doit se trouver sur cet axe. Mais, dit Bohr, la position exacte est affectée d'une incertitude Δx. Comme pratiquement a et Δx sont toujours très petits devant D, la différence de phase des ondes qui atteignent les deux trous de Young sera

$$(13)\quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\sqrt{D^2+\left(\frac{a}{2}+\Delta x\right)^2}-\sqrt{D^2-\left(\frac{a}{2}+\Delta x\right)^2}\right] \simeq 2\pi\,\frac{a\,\Delta x}{\lambda D}.$$

Pour qu'après le second écran nous puissions avoir des franges nettes, il faut que la différence de phase des ondes émanant des deux trous de Young soit bien déterminée, c'est-à-dire que l'incertitude dont la différence de phase peut être affectée soit très inférieure à 2π. Cette condition nous donne

$$(14)\qquad \Delta x \ll \frac{\lambda D}{a}.$$

D'autre part, pour que nous puissions dire par quel trou du second écran a passé le corpuscule qui a déjà traversé la fente du premier écran, il faudrait connaître avec une précision suffisante la quantité de mouvement de ce corpuscule au sortir de la première fente. Si p_X et p_Y sont les composantes de cette quantité de mouvement, le point du second écran atteint par le corpuscule aura une abscisse x égale à $D\frac{p_X}{p_Y}$ et, si p_X est affectée d'une incertitude Δp_X, cette abscisse est affectée d'une incertitude $D\,\frac{\Delta p_X}{p_Y}$. Pour qu'on puisse affirmer que le corpuscule passera par l'un des trous de Young, il faut donc qu'on ait

$$(15)\qquad a \gg D\,\frac{\Delta p_X}{p_Y}.$$

Mais le faisceau d'ondes issu de la première fente est à peu près parallèle à l'axe des y de sorte qu'on a approximativement $p_Y = p = \frac{h}{\lambda}$ et que par suite, la condition précédente s'écrit sensiblement

$$(16)\qquad a \gg D\,\Delta p_X\,\frac{\lambda}{h}.$$

Or nous savons que, quels que soient les dispositifs employés pour mesurer les coordonnées du corpuscule et les composantes de sa quantité de mouvement, on a toujours les inégalités d'Heisenberg :

$$(17)\qquad \Delta x\,\Delta p_X \geq h.$$

La condition (16) donne donc *a fortiori* :

$$(18)\qquad \Delta x \gg \frac{\lambda D}{a}.$$

Comme les conditions (14) et (18) sont visiblement contradictoires, on en conclut que, si l'on peut préciser par quel trou de Young a passé le corpuscule, il est impossible d'observer le phénomène d'interférences et inversement que, si l'on peut observer le phénomène d'interférences, on ne peut pas dire par quel trou a passé le corpuscule.

Naturellement, le raisonnement précédent s'applique aussi bien à un électron ou autre corpuscule qu'à un photon.

Au premier abord, le raisonnement de Bohr apparaît comme très élégant, mais, si on l'examine de près, on peut lui adresser des critiques. La façon dont y intervient la relation d'incertitude (17) est un peu singulière car elle suppose implicitement qu'on puisse mesurer la composante p_x de la quantité de mouvement du corpuscle par le recul le long de l'axe des x du premier écran, ce qui est impossible puisque cet écran a une masse macroscopique et peut être solidement fixé [1]. De plus, le raisonnement ne fait pas intervenir la largeur de la fente du premier écran (qui ne se confond pas avec l'incertitude Δx), largeur qui joue un rôle essentiel dans le phénomène de diffraction qui permet à l'onde, après son passage à travers la fente du premier écran, d'atteindre les deux trous de Young. Enfin, ce raisonnement comme plusieurs raisonnements du même genre fait intervenir l'idée d'une trajectoire rectiligne du corpuscule allant de O en A ou B, ce qui est étrange dans une théorie qui se refuse à attribuer une trajectoire au corpuscule.

Il paraît donc utile de reprendre le raisonnement de Bohr sous une forme un peu différente et plus proche des conceptions usuelles de l'optique physique afin de mieux dégager le véritable sens des résultats obtenus. Commençons par refaire la figure 6 d'une manière un peu différente.

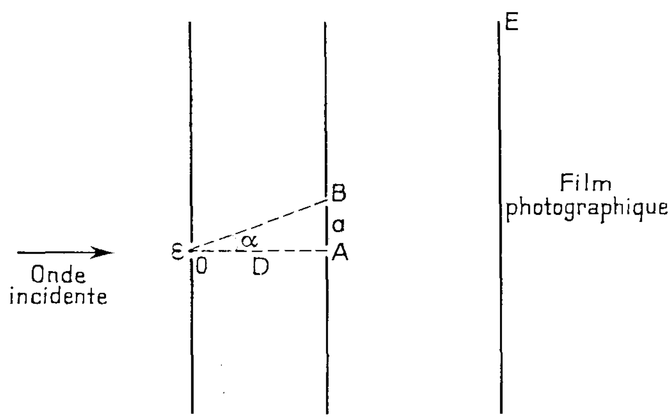

Fig. 7.

---

[1] Dans ce raisonnement, on fait intervenir la relation (17) comme si le premier écran, assimilable à un corpuscule, pouvait prendre un mouvement d'ensemble par échange de quantité de mouvement avec le photon, ce qui me parait fort douteux.

Ici ε désigne la largeur de la fente du premier écran. On suppose $a \ll D$ et aussi $\varepsilon \ll a$. Pour faciliter les calculs, nous supposons aussi que le bas de la fente du premier écran est juste en face du trou de Young A.

La différence de phase des ondes envoyées sur les trous de Young par le bord inférieur O de la fente est alors

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\sqrt{D^2 + a^2} - D\right) \simeq \frac{\pi a^2}{\lambda D}. \tag{19}$$

Quand on passe du bord inférieur au bord supérieur de la fente, cette différence de phase devient

$$\Delta\varphi + d\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\sqrt{D^2 + (a - \varepsilon)^2} - \sqrt{D^2 + \varepsilon^2}\right) \simeq \frac{\pi a^2}{\lambda D} - 2\pi\frac{\varepsilon a}{\lambda D}, \tag{20}$$

d'où

$$d\,\Delta\varphi = -2\pi\frac{\varepsilon a}{\lambda D}. \tag{21}$$

Pour qu'il y ait des franges d'interférences, il faut que $|\,d\,\Delta\varphi\,| \ll 2\pi$, soit

$$\frac{\varepsilon a}{\lambda D} \ll 1. \tag{22}$$

Mais, en remarquant que $\operatorname{tg}\alpha \simeq \alpha = \frac{a}{D}$, la théorie de la diffraction nous apprend que, si $\frac{a}{D} \ll \frac{\lambda}{\varepsilon}$, il y aura une forte diffraction de l'onde à travers la fente du premier écran, que les amplitudes des ondes diffractées en A et en B seront à peu près égales et que, la condition (22) étant réalisée, les phases des ondes envoyées par tous les points de la fente en A et en B seront approximativement les mêmes. La condition (22) est donc la condition nécessaire et suffisante pour que les franges de Young soient observables, mais on ne saura pas par lequel des trous le corpuscule a passé.

Si, au contraire, on a $\frac{a}{D} \gg \frac{\lambda}{\varepsilon}$, la diffraction sera faible et l'onde diffractée n'atteindra pas le trou B. Alors, on sera sûr que le corpuscule qui arrive sur le film où se produit l'impression photographique a passé par le trou A, mais, comme tout se passe alors comme si le trou B n'existait pas, il n'y aura plus d'interférences et de franges de Young. La condition pour qu'on sache par quel trou a passé le corpuscule est donc

$$\frac{\varepsilon a}{\lambda D} \gg 1. \tag{23}$$

Les conditions (22) et (23) coïncident avec les conditions (14) et (18) obtenues par le raisonnement de Bohr, mais à condition de remplacer Δx par ε, ce qui a un sens physique beaucoup plus net. Les conditions (22) et (23) étant contradictoires, on voit qu'il est impossible d'observer les interférences et de savoir par quel trou a passé le corpuscule.

Mais cette conclusion, qui confirme par une voie assez différente celle de Bohr, ne nous oblige aucunement à admettre que le corpuscule ne passe par aucun des trou de Young ou passe à la fois par tous les deux d'une façon potentielle (?). Il suffit pour s'en rendre de se placer au point de vue de la théorie de la double solution. Si la condition (22) est réalisée, l'onde diffractée couvre uniformément les trous A et B et les lignes de courant de l'onde passent en nombre égal à travers les deux trous supposés de même surface. Le corpuscule suivant l'*une* de ces lignes de courant (abstraction faite des perturbations Bohm-Vigier) passera par l'un des trous, mais aucune localisation observable du corpuscule ne peut se produire avant son arrivée sur le film photographique et l'on ne saura pas par quel trou il a passé. Si, au contraire, c'est l'inégalité (23) qui est réalisée, la fente du premier écran sera assez large pour que la diffraction soit faible et que l'onde ne parvienne pratiquement pas sur le trou B. Alors toutes les lignes de courant de l'onde qui traverseront l'écran de Young passeront par le trou A et l'on saura par quel trou a passé le corpuscule, mais évidemment on n'obtiendra plus les franges de Young.

Pour comparer notre raisonnement avec celui de Bohr, on peut remarquer qu'il comporte les points essentiels suivants. Il y a *deux* conditions pour que les franges de Young puissent se manifester, savoir : *a.* que la différence de phase de l'onde sur les trous A et B soit bien déterminée; *b.* que les amplitudes de l'onde sur ces deux trous soient sensiblement égales. Or, chacune de ces deux conditions implique que la dimension ε de la fente du premier écran soit petite par rapport à la longueur d'onde. Les deux conditions se trouvent réalisées simultanément quand l'inégalité (22) est valable. C'est la première inégalité du raisonnement de Bohr (sous réserve de la substitution de ε à Δx), mais dans ce raisonnement on l'obtient pour satisfaire à la condition *a* sans faire mention de la condition *b.* Quand c'est l'inégalité (23) qui est satisfaite, la fente du premier écran est suffisamment large pour que la différence de phase de l'onde en A et B ne soit plus bien déterminée et il ne peut plus y avoir d'interférences. Mais, *du même coup*, la diffraction devenant faible, les deux trous A et B ne sont plus simultanément atteints par l'onde : on saura que le corpuscule a passé par A, mais il n'y aura plus d'interférences. On obtient ainsi, à l'aide de conceptions ondulatoires claires et classiques, un résultat analogue à celui de Bohr, mais qui paraît bien plus près de la réalité physique et qui ne fait plus intervenir un mélange de conceptions contradictoires (inexistence des trajectoires corpusculaires et trajectoire rectiligne de O en A ou B).

On pourrait imaginer des manières autres que celle que nous venons d'étudier de savoir par quel trou de Young a passé le corpuscule. Par exemple, on pourrait supposer que près de l'un des trous, mettons le trou B, se trouve un système microphysique qui puisse éprouver lors du passage du corpuscule par ce trou une action de proximité déclenchant par un processus en chaîne une localisation observable. On pourrait ainsi déceler le passage du corpuscule par le trou B, mais il est bien évident que la portion de son onde voisine du trou B sera complètement perturbée par l'interaction du corpuscule avec le système microphysique voisin et que, par suite de cette perturbation, les conditions de phase des ondes provenant de A et de B, qui sont nécessaires pour l'apparition des franges de Young sur le film, ne seront plus satisfaites.

Il paraît probable que les considérations précédentes peuvent être étendues à toutes les expériences d'interférences pour toutes les sortes de corpuscules. On arrive ainsi à la conclusion suivante : « Dans tout dispositif d'interférences, on ne peut pas à la fois obtenir les franges d'interférences et suivre le mouvement des corpuscules dans le champ d'interférences ». Mais on ne peut nullement en conclure que ce chemin n'existe pas. On doit seulement en conclure ce qui suit : » Pour qu'un dispositif d'interférences puisse fonctionner, il faut : 1° que toutes les voies prévues pour la propagation de l'onde soient effectivement parcourues par elle et que, par suite, les lignes de courant correspondant soient des trajectoires non perturbées possibles pour le corpuscule; 2e que le corpuscule dans son trajet dans le champ d'interférences ne puisse déclencher aucun phénomène de localisation observable pouvant déceler sa présence ». Il est bien évident que, si ces deux conditions permettant d'obtenir les interférences sont satisfaites, la trajectoire du corpuscule, même si, comme nous le supposons, elle existe réellement, ne pourra être décelée.

Nous pouvons résumer notre point de vue en disant que l'impossibilité de déceler la trajectoire d'un corpuscule dans un champ d'interférences résulte de la solidarité étroite établie par le guidage entre la propagation de l'onde et le déplacement du corpuscule et non pas de l'inexistence de celui-ci ou de quelque mystérieuse complémentarité.

7. **Sur un article de M. Max Born.** — Pour terminer ce chapitre, je voudrais dire quelques mots de certaines idées plusieurs fois développées par M. Max Born, notamment dans un récent article du *Journal de Physique* (1).

On peut admettre que, même en Mécanique classique, les conditions initiales de position et de vitesse qui déterminent le mouvement ultérieur d'un corps ne sont jamais connues avec une entière précision. Cette incertitude qui affecte les données initiales au temps t_0 a pour conséquence que la position du corps au temps t ne peut, elle aussi, être prévue qu'avec une certaine incertitude. Or, on peut montrer qu'à part quelques mouvements très particuliers (cas de l'oscillateur linéaire par exemple), l'incer-

(1) *Voir* bibliographie [10].

titude qui existe ainsi sur la position prévue croit avec la durée $t - t_0$ de sorte qu'on peut déjà à ce point de vue introduire en Mécanique classique une probabilité de présence d'un corps, par exemple d'un point matériel, qui s'étend à un domaine de plus en plus vaste de l'espace quand le temps s'écoule. Ainsi une petite incertitude sur la position initiale d'un corps engendre une grande incertitude sur la position de ce corps au bout d'un temps assez long. Henri Poincaré avait déjà, il y a bien longtemps, insisté sur ce fait : étudiant le mouvement des petites planètes sur la sphère céleste, il avait montré que, s'il existe une certaine incertitude sur la position et la vitesse d'une petite planète à l'instant t_0, au bout d'un temps suffisamment long il y aura une probabilité égale pour que la petite planète soit en n'importe quel point du zodiaque.

M. Born, après avoir donné des exemples précis avec calculs à l'appui pour montrer qu'il en est bien ainsi, considère cette circonstance comme prouvant que les conceptions de l'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire se rencontrent déjà en Mécanique classique et que, par suite, elles ne devraient pas paraître si extraordinaires.

J'ai, pour ma part, de grandes réserves à faire sur les conclusions de M. Born. En effet, en Mécanique classique, on admet toujours qu'un corps a à chaque instant une position bien déterminée et, si une petite incertitude sur sa position et sa vitesse initiales peut engendrer une très grande incertitude sur sa position ultérieure, c'est là une incertitude de « prévision par le calcul »; le corps n'en a pas moins, l'observation le prouve, une position bien définie à chaque instant. Prenons le problème des petites planètes de Poincaré : si le mathématicien plongé dans ses calculs de Mécanique céleste ne parvient plus à dire en quel point du zodiaque se trouve la petite planète, l'astronome d'observatoire, en regardant dans sa lunette, la trouvera toujours en un point défini avec une grande précision sur sa trajectoire. Le calculateur, partant d'une certaine incertitude initiale de la position et de la vitesse, est amené à introduire une probabilité de présence qui résulte de son ignorance de la position exacte et cette probabilité de présence lui paraît s'étaler au cours du temps parce que son ignorance de la position augmente. Mais cela n'empêche pas la position d'exister à chaque instant et la probabilité introduite, qui représente l'ignorance d'une position qui existe, est d'un type tout à fait classique. Si donc, avec M. Born, on considérait l'étalement des incertitudes en Mécanique classique comme analogue à ce qui se passe en Mécanique quantique, c'est à une théorie genre « double solution » qu'on serait ainsi conduit, je veux dire à une théorie qui maintiendrait l'idée d'une localisation permanente du corpuscule au cours du temps et qui interprèterait les probabilités d'une façon classique.

Or, nous le savons, tel n'est pas du tout le point de vue de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire. D'après elle, le corpuscule est présent d'une façon potentielle dans toute l'étendue de son train d'ondes

(M. Born insiste lui-même à la fin de son article du *Journal de Physique* sur cette présence potentielle) et les probabilités qu'elle introduit ne peuvent pas s'interpréter d'une façon classique et ne satisfont pas aux schémas admis d'ordinaire par les statisticiens.

Au fond, il est très paradoxal de vouloir déduire d'exemples tirés de la Mécanique classique des arguments en faveur d'une théorie qui rejette toutes les conceptions classiques. M. Born l'a très bien senti puisqu'il répète lui-même à plusieurs reprises que les analogies qu'il développe ne doivent pas faire oublier la différence fondamentale existant entre la Mécanique classique et la Mécanique quantique.

Pour ma part, je pense qu'on peut conclure de la manière suivante. Ou les analogies entre la Mécanique classique et la Mécanique quantique sur lesquelles insiste M. Born sont réelles et alors elles doivent nous conduire à une interprétation du genre de la théorie de la double solution; ou bien, les deux Mécaniques étant essentiellement différentes par leurs conceptions, ces analogies ne sont pas réelles et alors on ne voit pas très bien à quoi elles servent pour éclaircir le problème.

Finalement, et cela est assez curieux, on pourrait considérer les analogies soulignées par M. Born comme plus favorables à une théorie genre « double solution » qu'à l'interprétation actuelle.

CHAPITRE VI.

LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE DES SYSTÈMES DE CORPUSCULES ET LA THÉORIE DE LA DOUBLE SOLUTION.

1. **Exposé du problème.** — Depuis les travaux de M. Schrödinger en 1926, on admet en Mécanique ondulatoire que le mouvement d'un ensemble de corpuscules en interaction peut, à l'approximation non relativiste, être représenté par la propagation d'une onde dans l'espace de configuration du système, espace constitué par l'ensemble des coordonnées des N corpuscules formant le système. La grandeur $|\Psi|^2$, carré de l'amplitude de l'onde Ψ dans l'espace de configuration, multipliée par un élément de volume $d\tau = dx_1 \ldots dz_N$ de cet espace donne la probabilité de présence *simultanée* de corpuscule numéroté 1 dans l'élément de volume $d\tau_1 = dx_1 dy_1 dz_1$ de l'espace physique, du corpuscule numéroté 2 dans l'élément de volume $d\tau_2 = dx_2 dy_2 dz_2$ de l'espace physique, etc. Les succès remportés par cette méthode de calcul dans des domaines très divers, et notamment dans les innombrables applications de la Chimie quantique, ne permettent pas de douter que dans son domaine de validité elle ne soit exacte.

Néanmoins, malgré ses succès, cette Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules dans l'espace de configuration a un caractère assez paradoxal. D'abord, rentrant dans le cadre général d'une théorie qui nie la localisation permanente des corpuscules dans l'espace physique, elle envisage cependant un espace abstrait formé par la réunion des coordonnées des divers corpuscules du système. Or, quelle idée intelligible peut-on se faire des coordonnées d'un corpuscule qui n'est pas localisé dans l'espace physique? D'autre part, il apparaît comme peu admissible que le mouvement d'un système de corpuscules ne puisse être décrit que dans le cadre, visiblement abstrait et fictif, de l'espace de configuration et ne puisse pas être représenté dans l'espace physique à trois dimensions. Ces difficultés ne se présentaient pas en Mécanique classique : l'espace de configuration y était bien défini par les coordonnées des points matériels qu'on supposait bien localisés dans l'espace physique, on s'en servait fréquemment comme d'un moyen commode pour représenter l'évolution d'un ensemble de points matériels en interaction, mais on ne mettait pas en doute que le mouvement de ces points s'effectuait dans l'espace physique. Au contraire, en Mécanique ondulatoire des systèmes, on affirme que l'emploi de la représentation dans l'espace de configuration est obligatoire et n'a pas comme contre-partie une représentation dans l'espace physique, ce qui est bien étrange. Nous reviendrons plus loin sur la démonstration que M. Darwin a cru donner de ce fait dans un Mémoire ancien.

Nous devons maintenant examiner comment la question se présente du point de vue de la théorie de la double solution qui doit évidemment revenir à la représentation des systèmes dans l'espace physique, mais qui doit aussi expliquer le succès des calculs de la méthode de Schrödinger dans l'espace de configuration.

En théorie de la double solution, chaque corpuscule d'un système constitue une très petite région singulière incorporée à une onde en propagation dans l'espace physique, région qui décrit dans son mouvement, abstraction faite des perturbations Bohm-Vigier, l'une des lignes de courant de l'onde. La propagation de l'onde individuelle de chacun des corpuscules est constamment influencée par l'interaction des autres corpuscules en mouvement traduite dans son équation d'ondes individuelle par la présence de termes d'interaction. L'ensemble des trajectoires ainsi « correlées » des corpuscules du système peut évidemment être représenté par la trajectoire d'un point représentatif unique dans l'espace de configuration : on est alors amené à admettre que cette dernière trajectoire coïncide avec l'une des lignes de courant de l'onde Ψ fictive de Schrödinger dans l'espace de configuration. Mais, en y réfléchissant, on s'aperçoit que, du point de vue de la double solution, la représentation du mouvement du système par l'onde Ψ de Schrödinger dans l'espace de configuration est nécessairement une représentation « appauvrie » : en effet, si elle représente exactement par l'ensemble des lignes de courant d'une onde Ψ tout un ensemble de mouvements possibles des corpuscules du système dans l'espace physique, elle ne représente pas dans toute leur extension les diverses propagations d'ondes qui sont associées à ces corpuscules dans l'espace physique.

La théorie de la double solution trouve donc devant elle la tâche difficile d'analyser exactement les relations qui doivent exister entre, d'une part, les mouvements corpusculaires et les propagations d'ondes associées qui se trouvent correlés dans l'espace physique et, d'autre part, la représentation des mouvements correlés par l'onde Ψ de l'espace de configuration. J'avais fait dans mon Mémoire de 1927 un premier effort en ce sens et je l'ai repris en 1952-1953 quand je suis revenu aux conceptions de la double solution, mais toutes ces tentatives étaient insuffisantes. Cependant le problème est d'une grande importance pour la théorie de la double solution car, pour pouvoir admettre l'image qu'elle propose pour le mouvement d'un système (N propagations d'ondes correlées dans l'espace physique portant chacune une région singulière), il est indispensable que cette image permette d'expliquer le succès de la Mécanique ondulatoire de Schrödinger dans l'espace de configuration. Une des principales objections qui ont été faites dans ces dernières années, notamment par M. Fock, aux tentatives tendant au rétablissement de la localisation des corpuscules dans l'espace physique est fondée sur la prétendue obligation d'employer l'espace de configuration pour représenter le mouvement d'un système de corpuscules en Mécanique ondulatoire. Une étude très approfondie du problème s'imposait donc. Nous l'avons entreprise depuis quelques années, M. Andrade e Silva et moi, et je vais résumer maintenant les résultats actuellement obtenus.

2. **État actuel du problème. La thèse de M. Andrade e Silva.** [1] — Je vais exposer les principaux résultats obtenus en me bornant au cas simple d'un système comprenant seulement deux corpuscules, la généralisation au cas de plus de deux corpuscules pouvant se faire, la plupart du temps, sans grande difficulté.

Il convient d'abord de faire une remarque très importante. Quand, dans la théorie de la double solution on considère un certain mouvement d'un système de deux corpuscules, il existe dans l'espace physique deux trajectoires correlées T_1 et T_2 : ces deux trajectoires sont des lignes de courant de deux propagations d'ondes correlées O_1 et O_2. Si l'on considère ensuite un autre mouvement du système où les deux corpuscules décrivent deux autres trajectoires T'_1 et T'_2, ces trajectoires seront des lignes de courant d'ondes O'_1, et O'_2 *différentes de* O_1 *et de* O_2 : ceci résulte du fait que la propagation de chaque onde individuelle est influencée par le mouvement du corpuscule lié à l'autre onde. Il y a là une différence essentielle entre le cas d'un corpuscule en mouvement dans un champ extérieur donné et celui de deux corpuscules en interaction : dans le premier cas, toutes les lignes de courant d'une même propagation d'ondes dans l'espace physique sont des trajectoires possibles du corpuscule tandis que, dans le second cas, sur chaque couple d'ondes correlées dans l'espace physique O_1 et O_2, il y a un seul couple de lignes de courant qui sont des trajectoires possibles.

Cherchons maintenant à établir une correspondance satisfaisante entre notre image du système dans l'espace physique et la représentation fournie par la Mécanique ondulatoire dans l'espace de configuration. Si nous désignons par $\vec{r}$, $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$ les rayons-vecteurs qui repèrent dans l'espace physique respectivement la position d'un point courant de cet

(1) *Voir* bibliographie [11].

espace et celles de chacun des deux corpuscules, les ondes associées aux corpuscules pourront être représentées par les formules

$$(1) \qquad \begin{cases} \Psi_1(\vec{r}, \vec{r}_2, t) = a_1(\vec{r}, \vec{r}_2, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi_1(\vec{r}, \vec{r}_2, t)}, \\ \Psi_2(\vec{r}, \vec{r}_1, t) = a_2(\vec{r}, \vec{r}_1, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi_2(\vec{r}, \vec{r}_1, t)}. \end{cases}$$

L'application de la formule du guidage aux deux ondes nous donne

$$(2) \qquad \vec{v}_1 = -\frac{1}{m_1}\left[\overrightarrow{\text{grad}}\, \varphi_1\right]_{\vec{r}=\vec{r}_1}; \qquad \vec{v}_2 = -\frac{1}{m_2}\left[\overrightarrow{\text{grad}}\, \varphi_2\right]_{\vec{r}=\vec{r}_2}.$$

Le couple de trajectoires correlées T_1 et T_2 des deux corpuscules est représenté dans l'espace de configuration à six dimensions correspondant au système par une trajectoire unique T du point figuratif qui doit être l'une des lignes de courant de la fonction d'onde de Schrödinger :

$$(3) \qquad \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = a(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)}.$$

Il est naturel, comme on s'en rend compte aisément, d'appliquer la formule du guidage sous la forme

$$(4) \qquad \vec{v}_i = -\frac{1}{m_i}\left[\overrightarrow{\text{grad}}_i\, \varphi\right] \qquad (i = 1, 2),$$

où $\overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi$ est le vecteur de l'espace de configuration dont les six composantes sont $\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial\varphi}{\partial z_2}$.

La comparaison des formules (2) et (4) suggère d'établir entre les phases φ_1, φ_2 et φ les relations

$$(5) \qquad \overrightarrow{\text{grad}}_1\, \varphi = \left(\overrightarrow{\text{grad}}\, \varphi_1\right)_{\vec{r}=\vec{r}_1}; \qquad \overrightarrow{\text{grad}}_2\, \varphi = \left(\overrightarrow{\text{grad}}\, \varphi_2\right)_{\vec{r}=\vec{r}_2}$$

qui permettent, connaissant les valeurs de φ_1 et de φ_2 sur les trajectoires correlées T_1 et T_2 de l'espace physique, de calculer les valeurs de la phase φ sur la trajectiore T de l'espace de configuration.

Ce résultat admis, la comparaison entre les équations de continuité individuelles dans l'espace physique et l'équation de continuité dans l'espace de configuration montre que, si $a_1(\vec{r}, \vec{r}_2, t)$ et $a_2(\vec{r}, \vec{r}_1, t)$ sont les amplitudes des ondes individuelles dans l'espace physique, on doit poser pour l'amplitude de l'onde Ψ dans l'espace de configuration

$$(6) \qquad a(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = a_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)\, a_2(\vec{r}_2, \vec{r}_1, t).$$

On peut donner de cette formule une démonstration analytique détaillée, mais on peut la justifier plus simplement de la façon suivante. Soient $d\tau_1$ et $d\tau_2$ deux éléments de volume infiniment petits dont les points sont entraînés le long des trajectoires individuelles T_1 et T_2 suivant la formule du guidage. La forme et la grandeur de ces deux éléments de volume varient au cours du temps, mais les relations de continuité individuelles dans l'espace physique, qui peuvent s'écrire sous la forme

$$\frac{D}{Dt}(a_1^2\, d\tau_1) = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{D}{Dt}(a_2^2\, d\tau_2) = 0,$$

entraînent que les grandeurs $a_1^2\, d\tau_1$ et $a_2^2\, d\tau_2$ se conservent le long de T_1 et de T_2. Aux éléments de volume $d\tau_1$ et $d\tau_2$ correspond dans l'espace de configuration un élément de volume à six dimensions $d\tau = d\tau_1\, d\tau_2$ qui y décrit suivant la formule du guidage (4) la trajectoire T. Or, l'équation de continuité correspondant à l'onde Ψ de l'espace de configuration, formule qui peut s'écrire $\frac{D}{Dt}(a^2\, d\tau) = 0$, montre que la grandeur $a^2\, d\tau$ se conserve le long de la trajectoire T. On voit alors immédiatement qu'en adoptant pour a la définition (6) en fonction de a_1 et de a_2, la conservation de $a^2\, d\tau$ le long de T est une conséquence de la conservation de $a_1^2\, d\tau_1$ et de $a_2^2\, d\tau_2$ le long de T_1 et de T_2.

Finalement les formules (5) et (6) nous permettent quand nous connaissons les valeurs des fonctions d'onde individuelles Ψ_1 et Ψ_2 sur les trajectoires correlées T_1 et T_2 de calculer les valeurs de la fonction Ψ le long de la trajectoire T correspondante de l'espace de configuration. Nous pouvons alors nous représenter le passage de l'espace physique à l'espace de configuration comme il suit. Si dans l'espace physique, nous partons des deux ondes O_1 et O_2 portant des trajectoires correlées T_1 et T_2 et, si nous faisons varier par la pensée d'une façon continue les conditions initiales, nous aurons à envisager une infinité d'ondes correlées O_1 et O_2 correspondant à une infinité de trajectoires correlées T_1 et T_2. Le passage de l'espace physique à l'espace de configuration consistera à « prélever » sur chaque paire d'ondes correlées les trajectoires correspondantes avec les valeurs de a_1, a_2, φ_1, et φ_2 qu'elles portent (ainsi éventuellement que les valeurs de certaines des dérivées de ces fonctions) et à constituer par la réunion de ces trajectoires individuelles correlées les trajectoires-lignes de courant de l'espace de configuration avec les valeurs du Ψ qui leur correspondent d'après les formules (5) et (6). On voit bien alors qu'on obtiendra ainsi une image « appauvrie » de ce qui se passe dans l'espace physique puisque, pour chaque couple de propagations correlées O_1 et O_2, nous ne conservons dans l'espace de configuration que ce qui concerne les trajectoires correlées T_1 et T_2 en nous désintéressant de tout le reste des ondes O_1 et O_2.

L'onde Ψ ainsi obtenue à partir des ondes individuelles Ψ_1 et Ψ_2 par les formules (5) et (6) doit obéir à l'équation d'ondes bien connue de Schrödinger dans l'espace de configuration. Or on peut voir que pour qu'il en soit ainsi, il faut que les équations d'ondes individuelles des deux corpuscules dans l'espace physique contiennent, à côté des termes de potentiels individuels classiques et quantiques, des termes de « potentiels quantiques mutuels ». Ceci est assez naturel : puisque chaque corpuscule subit une réaction de sa propre onde exprimée par le potentiel quantique individuel, on comprend qu'il puisse aussi subir des réactions de la part des ondes des autres corpuscules du système et ce serait ces réactions qui seraient exprimées par les potentiels quantiques mutuels. La forme de ces potentiels quantiques mutuels est facile à trouver dans le cas de deux corpuscules. Dans le cas de plus de deux corpuscules, le problème est plus difficile, mais M. Andrade e Silva est parvenu à le résoudre en déterminant d'une façon univoque la forme des potentiels quantiques mutuels dans le cas général (Notes aux *Comptes rendus* et Thèse de Doctorat [11]).

Mais nous rencontrons maintenant pour les systèmes de corpuscules la difficulté qui s'était déjà présentée pour nous dans le cas d'un seul corpuscule. Le fait que la grandeur $a^2\,d\tau$ garde une valeur constante le long d'une ligne de courant dans l'espace de configuration ne suffit pas pour nous autoriser à affirmer qu'elle mesure la probabilité de présence du point représentatif du système dans l'élément $d\tau$. Ici, encore, il est naturel de chercher à introduire une hypothèse de perturbations aléatoires du type Bohm-Vigier de façon que le point représentatif du système, sautant continuellement d'une trajectoire non perturbée à une autre dans l'espace de configuration, se trouve parcourir très rapidement tous les tronçons des trajectoires non perturbées. Mais ici se présente une complication par rapport à ce que nous avions vu précédemment pour un seul corpuscule. On doit évidemment se représenter les perturbations Bohm-Vigier comme agissant sur les corpuscules dans l'espace physique et les introduire sous forme de potentiels perturbateurs dans les équations d'ondes individuelles. Dans le cas d'un seul corpuscule dans un champ donné, on pouvait considérer toutes les lignes de courant d'une même onde comme étant des trajectoires non perturbées possibles et raisonner sur les brusques passages aléatoires d'une de ces trajectoires à une autre. Dans le cas d'un système de corpuscules en interaction, toute perturbation du mouvement d'un des corpuscules réagit immédiatement sur le mouvement des autres et les couples de trajectoires correlées sont des lignes de courant de propagation d'ondes *différentes*. Cette circonstance exigeait qu'on reprenne sur des bases nouvelles et plus compliquées le raisonnement de MM. Bohm et Vigier. C'est ce qu'a fait récemment M. Andrade e Silva notamment dans sa Thèse de Doctorat. Il est ainsi parvenu à une justification, qui paraît satisfaisante, de la signification statistique de la grandeur $a^2 = |\Psi|^2$ dans l'espace de configuration.

Les considérations qui précèdent, bien que demandant encore à être précisées et complétées, paraissent conduire à concilier l'exactitude des prévisions statistiques de la Mécanique ondulatoire dans l'espace de configuration avec la localisation des corpuscules dans l'espace physique. Ainsi se trouverait levée l'une des plus importantes objections qu'on pouvait faire au rétablissement de cette localisation.

3. **Étude d'un ancien Mémoire de M. Darwin.** — Nous allons maintenant analyser un intéressant Mémoire ancien de M. Darwin [1]. Ce Mémoire avait pour but de montrer que, dans un problème de choc, on ne peut pas éviter l'emploi de l'espace de configuration et se représenter les choses dans l'espace physique.

M. Darwin considère un écran plan percé d'une ouverture sur laquelle on a placé un film très mince d'une substance homogène dont les atomes ont une masse m. On fait tomber normalement dans le sens indiqué par la flèche un flot de particules de masse M et de vitesse V.

On suppose que les atomes m et M sont susceptibles d'exercer l'un sur l'autre des forces à très court rayon d'action, c'est-à-dire de se choquer.

Décrivons d'abord le phénomène observable en nous servant des images de la Physique classique. Lors d'un choc entre un atome M incident

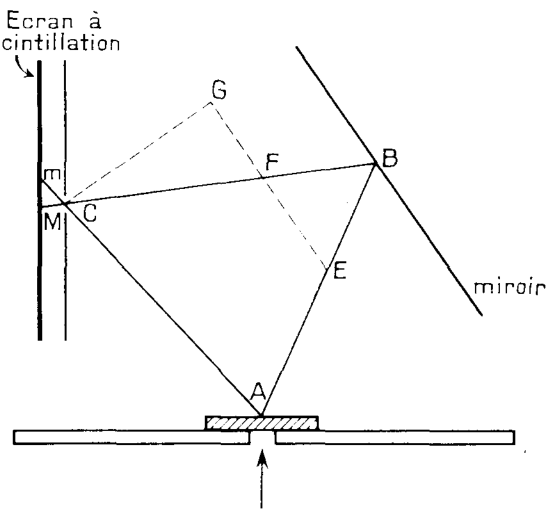

Fig. 8.

et un atome m qui était au repos dans le film, ils sont tous deux projetés vers le haut avec conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. Il en résulte que, si M est projeté dans une direction AB, m est

(1) *Voir* bibliographie [12].

projeté dans une direction AC et les vitesses des deux particules sont bien déterminées. On a donc après le choc deux particules dont les mouvements sont liés : c'est là ce que M. Darwin appelle une « paire cohérente » de particules. Supposons qu'à l'aide d'un miroir, nous réfléchissions les atomes M venant de A le long de AB vers un point C de la trajectoire des atomes *m* qui viennent de A le long de AC.

Nous disposons un deuxième écran percé d'un trou en C et, derrière cet écran, nous observons l'arrivée des particules sur un écran à scintillations. En général nous observerons sur cet écran l'arrivée le long de AB d'atomes M qui marquent leur impact au point M et l'arrivée le long de AC d'atomes *m* qui marqueront leur impact au point *m*. Mais dans le cas très particulier où, les atomes M ayant après la collision une vitesse supérieure à celle des atomes *m*, le temps mis par les atomes M pour suivre le trajet brisé ABC se trouve être le même que le temps mis par les atomes *m* pour aller directement de A en C, il pourra y avoir choc des atomes *m* et M en C de sorte que l'écran à scintillation pourra recevoir des atomes ailleurs qu'aux points M et *m*. Donc, pour une certaine position du miroir et du point B, il peut se produire un phénomène tout différent de celui qu'on observe pour les autres positions. Voilà ce que nous apprend l'image corpusculaire classique.

M. Darwin examine ensuite comment on pourrait interpréter le même phénomène en introduisant des ondes associées aux corpuscules dans l'espace physique, mais, et c'est là sans doute le point essentiel, il admet que ces ondes sont des ondes continues du type usuel des ondes Ψ et que, par suite elles ne contiennent rien qui permette de définir la localisation et la distance des deux particules. Il associe donc à chacun de ses atomes M et *m* une onde sphérique homogène se propageant à partir de A. Le fait qu'un phénomène particulier se produise pour une certaine position du miroir lui paraît alors comme ne pouvant pas être interprété par une interférence se produisant en C entre l'onde de M venant de A par réflexion en B et l'onde de *m* venant directement de A. En effet, une telle interférence ne pourrait se produire que s'il y avait une certaine condition de phase bien déterminée en C pour les deux ondes qui s'y croisent. Or, nous pourrions placer deux miroirs en E et F de façon que l'onde liée à l'atome M arrive en C après deux réflexions en E et F en y ayant la même phase qu'auparavant : il suffirait pour cela que la différence de marche EBF-EF soit ègale à un nombre entier de fois la longueur d'onde de l'onde M. Les conditions d'interférence en C seraient restées les mêmes et cependant il est certain que les chocs en C ne se produiraient plus car les atomes M arriveraient en C avant les atomes *m*. Au contraire, si l'on plaçait un miroir en E et un autre en G de façon que le parcours AEGC soit égal au parcours ABC, il y aurait toujours des chocs en C, tandis que les conditions d'interférences en C se trouveraient complètement modifiées puisque les ondes y arriveraient sous un angle différent de celui réalisé dans l'expérience originelle. Enfin au point de vue des intensités, il y aurait aussi désaccord car il est évident du point de vue corpusculaire que la probabilité d'un choc en C doit être en raison inverse du carré de $\overline{AC}$, tandis que les interférences en C donneront une intensité proportionnelle au produit des intensités des ondes interférentes, soit à la quatrième puissance de $\frac{1}{AC}$.

M. Darwin en conclut qu'on ne peut représenter les phénomènes en associant à chaque particule une onde se propageant dans l'espace à trois dimensions. Au contraire, la représentation des phénomènes peut se faire en associant au système des deux particules M et *m* une onde Ψ unique dans l'espace de configuration à six dimensions. M. Darwin a fait le calcul complet : il en résulte effectivement qu'il est possible de représenter le fait de la seconde collision en C des atomes seulement pour une certaine position du miroir en utilisant la propagation de l'onde Ψ dans l'espace de configuration. L'auteur croit donc avoir illustré par cet exemple la nécessité d'employer l'espace de configuration pour traiter les problèmes de Mécanique ondulatoire des systèmes et en particulier les problèmes de choc.

Et maintenant que devons-nous penser de cette démonstration de M. Darwin?

On peut évidemment reconnaître qu'elle prouve l'impossibilité de représenter le phénomène de choc étudié à l'aide de la propagation de deux ondes homogènes, sans singularité, dans l'espace physique à trois dimensions. Ceci n'est, au fond, nullement étonnant puisque M. Darwin admet *a priori* qu'on doit retrouver des résultats conformes à l'image de particules bien localisées dans l'espace et que les ondes homogènes ne contiennent rien qui permette de définir une telle localisation. Le raisonnement de Darwin montre donc uniquement que l'onde associée à un corpuscule dans l'espace physique à trois dimensions ne peut pas être une onde homogène, qu'elle doit contenir une inhomogénéité qui permette de définir sa localisation. Et ceci est entièrement conforme aux conceptions de la théorie de la double solution.

On aperçoit d'ailleurs très bien pourquoi la méthode de l'espace de configuration permet de traiter correctement le problème de choc. C'est, comme Darwin l'a lui-même remarqué (p. 388-389 de son article), parce qu'elle introduit dans l'équation d'ondes de l'espace de configuration un terme de potentiel $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ qui représente une interaction s'exercant à très petite distance, c'est-à-dire quand les positions $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$ des deux particules sont très voisines. Il est évident que l'introduction d'un semblable terme est impossible quand on considère la propagation de deux ondes *homogènes* dans l'espace physique. Si la méthode de l'espace de configuration réussit à traiter correctement le problème, c'est parce quelle rétablit, *subrepticement et sans l'avouer,* une localisation des corpuscules dans l'espace physique. En effet, les variables $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$ ne représentent pas autre chose que les positions des corpuscules dans l'espace physique : autrement dit, l'emploi même de l'espace de configuration implique la localisation des corpuscules dans l'espace physique. Pour obtenir une image du phénomène de choc dans l'espace physique, on ne peut pas employer l'image d'ondes homogènes associées aux corpuscules : elle ne permet pas de définir la distance des deux corpuscules, seules les différences de phase et d'amplitude pourraient être utilisées pour l'explication du phénomène et Darwin a très bien montré que celà ne saurait suffire. Mais il n'en est pas de même si l'on associe à chaque corpuscule dans l'espace physique une onde comportant une forte concentration très localisée, singularité ou région singulière, qui permet de définir la position du corpuscule dans son onde et, par suite, d'introduire dans les équations d'ondes individuelles d'un système de deux particules un terme en $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ exprimant une interaction à très faible distance.

Finalement, nous arrivons à la conclusion suivante qui est assez inattendue : l'article de Darwin, bien loin de montrer qu'il est nécessaire de traiter les problèmes de choc dans l'espace de configuration, apporterait plutôt la preuve que l'onde associée au corpuscule dans l'espace physique doit comporter une très petite région de forte concentration, ce qui nous ramène à l'onde u de la théorie de la double solution.

CHAPITRE VII.

REMARQUES SUR LES SYSTÈMES DE PARTICULES IDENTIQUES [1].

1. **Considérations générales.** — La théorie des systèmes dont il a été question jusqu'ici concerne exclusivement les ensembles de particules de nature différente et de spin zéro. Outre l'intérêt propre que peuvent présenter ces résultats, ils suggèrent qu'une description dans l'espace physique des systèmes de particules de spin et de nature quelconques semble effectivement possible — comme le suppose la théorie de la double solution.

Une telle généralisation suppose néanmoins la résolution d'au moins deux problèmes très délicats : il faudra expliquer pourquoi l'identité des particules d'un système entraîne le caractère symétrique on antisymétrique de la fonction Ψ de l'espace de configuration et il faudra comprendre l'origine de ce si mystérieux principe d'exclusion. Pour l'instant, les recherches sur les systèmes de particules à spin ne sont pas assez avancées pour qu'on puisse aller au-delà d'un certain nombre de remarques d'ordre général concernant le principe de Pauli. Nous allons donc nous borner ici aux systèmes de particules identiques sans spin pour essayer de dégager le sens physique qui semble correspondre, d'après la théorie de la double solution, à la règle de symétrisation de la fonction Ψ.

L'interprétation causale de la Mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution est fondée sur une dynamique déterministe des ondes régulières comportant des régions singulières. On y introduit ensuite un principe de nature stochastique (le postulat des fluctuations aléatoires) censé traduire les faibles interactions chaotiques du microsystème avec son environnement; cela permet de déduire (soit pour une seule particule, soit pour un système de particules différentes) une théorie statistique qui nous apporte, en particulier, l'interprétation probabiliste habituelle du carré du module de la fonction Ψ. Or l'identité de nature des particules qui constituent un système exige, d'après les données de l'expérience, un changement qualitatif dans la forme de la fonction Ψ de l'espace de

[1] Ce chapitre a été écrit par M. Andrade e Silva.

configuration correspondant : elle doit alors, quand il s'agit de bosons, être prise sous une forme symétrique par rapport aux coordonnées des diverses particules. Vu que la théorie de la double solution fait dépendre la forme de la fonction Ψ de la description fondamentale dans l'espace physique, il s'ensuit que cette description doit subir elle aussi un changement correspondant. Nous sommes donc confrontés avec le problème préalable de savoir si, par rapport au formalisme développé pour les systèmes de particules de nature différente, ce changement nécessaire se fait déjà sentir au niveau de la dynamique déterministe des ondes ou si, au contraire, il ne traduit que des effets des fluctuations aléatoires qualitativement différents quand elles agissent sur des systèmes de particules identiques.

Cette première question se rapporte directement au problème de la signification du caractère symétrique de la fonction Ψ. On sait que l'explication habituelle revient à dire que, les particules étant physiquement identiques et n'ayant pas en général une localisation assez précise, on ne peut pas déterminer expérimentalement quelle est la particule qui, à un instant donné, a été détectée dans un certain point de l'espace. Comme on demande à la théorie d'exclure toute prévision non susceptible de vérification expérimentale, on conclut que le formalisme doit se borner à fournir la probabilité pour qu'*une* particule soit trouvée à un certain instant dans un certain élément de volume. Nous devrions ainsi nous restreindre à l'emploi des formes de la fonction Ψ fournissant des prévisions d'où le numérotage initial aurait été effacé, c'est-à-dire symétriques ou antisymétriques.

Il va de soi que l'interprétation causale ne peut pas accepter cette « justification » de l'invariance du carré du module de Ψ par rapport aux permutations des coordonnées des particules. A une exigence méthodologique elle doit substituer la mise en évidence de propriétés physiques nouvelles, spécifiques des systèmes de particules identiques. Mais il n'en reste pas moins que l'interprétation de la symétrisation de la fonction Ψ en termes d'un effacement du numérotage initial du système (système de bosons dans ce cas particulier) traduit visiblement une réalité physique objective. D'autre part la théorie de la double solution rétablit, en principe, la localisation qui ne nous échappe pratiquement qu'à cause des effets des petites fluctuations aléatoires; il en résulte que, tant que l'existence de ces fluctuations n'est pas prise en considération, la localisation et donc le numérotage des particules gardent tout leur sens. Autrement dit, l'effacement des conditions initiales et la symétrisation corrélative de la fonction Ψ n'ont lieu qu'en conséquence de l'action des petites perturbations chaotiques sur un système de particules identiques. Ainsi nous devons prendre comme équations du mouvement pour un système de particules identiques les mêmes équations que pour un système de particules différentes et regarder la symétrisation de la fonction Ψ comme traduisant un effet physique résultant uniquement de l'identité de nature physique des particules du système soumis aux fluctuations.

Pour préciser la propriété physique nouvelle correspondante à la symétrisation nous reprendrons l'image que la théorie de la double solution fait correspondre à un système de particules. Il s'agirait d'une interaction (classique et quantique) entre un ensemble d'ondes v sur chacune desquelles se déplacerait une singularité u_0 toujours en phase avec son onde; l'espace de configuration où évolue la fonction Ψ habituelle est alors bâti sur les coordonnées des singularités. Ainsi, dans ce modèle, la règle de symétrisation de la fonction Ψ correspond nécessairement à une possibilité d'échange des positions des singularités. Plus exactement, et d'accord avec tout ce qui vient d'être dit, nous devons admettre qu'une singularité puisse passer grâce à l'action des fluctuations aléatoires d'une onde continue sur une autre de même nature physique.

Nous montrerons plus loin que c'est cette possibilité supplémentaire qui caractérise essentiellement les systèmes de particules identiques car elle permet de prévoir, quand il s'agit de particules de spin zéro, le caractère symétrique de la fonction d'état. Mais nous voulons auparavant discuter en détail son contenu physique et faire à ce propos un certain nombre de remarques de nature plus générale.

L'idée qu'une singularité puisse passer d'une onde v sur une autre de même nature physique constitue naturellement une hypothèse nouvelle en théorie de la double solution. Elle correspond à préciser la nature des liens existant entre les ondes régulières v et les ondes singulières u_0, en nous suggérant que les deux types d'ondes sont essentiellement reliés par leur identité de nature. Cela s'accorde d'autant mieux avec les idées de base de la théorie qu'on y admet qu'à des particules identiques correspondent des singularités identiques et qu'on ne comprendrait pas pourquoi une singularité serait attachée à une certaine onde v de préférence à une autre. D'autre part il semble nécessaire, d'après notre modèle, que le passage de la singularité d'une onde v sur une autre ne puisse avoir lieu que s'il y a superposition totale ou partielle de ces deux ondes à l'instant du passage. Or l'expérience montre justement que la prescription de symétriser la fonction Ψ ne doit être appliquée que s'il y a en un empiètement préalable des trains d'ondes correspondant aux particules en question. Nous obtenons ainsi une explication simple et naturelle d'un fait expérimental dont l'interprétation purement probabiliste rend compte d'une façon plutôt subjective.

2. **Introduction de la conception des états transitoires.** — Il n'en reste pas moins que cette hypothèse nouvelle sur le comportement des singularités semble soulever des difficultés importantes. Il se pose, par exemple, la question de savoir pourquoi le passage d'une singularité d'une onde régulière sur une autre de même nature pourrait résulter de

l'action des fluctuations aléatoires sans jouer néanmoins aucun rôle dans la dynamique sous-jacente. De même il faudrait comprendre les raisons qui conduisent à observer, une fois atteint l'état final, une seule singularité sur chacune des ondes régulières.

Ces problèmes concernent la description du processus physique qui fait passer le système de l'état d'équilibre qui précède le phénomène d'empiètement des ondes v au nouvel état d'équilibre qui suit cet empiètement (et qui correspond à une fonction Ψ maintenant symétrisée). Nous ne savons pas effectivement leur donner une réponse satisfaisante et cela résulte, d'après nous, du fait qu'ils se placent dans une large mesure, en dehors du cadre actuel de la Mécanique ondulatoire. Ainsi, vu l'importance qu'une telle conclusion pourrait présenter, nous nous attacherons plutôt à l'analyse des arguments qui semblent l'appuyer.

M. de Broglie a été le premier à insister, avec Einstein, sur la nécessité de regarder la formulation présente de la Mécanique ondulatoire comme foncièrement incomplète; il a longuement exposé les bonnes raisons qu'il y aurait, d'après la théorie de la double solution, pour introduire des termes non linéaires dans les équations d'onde. A son avis, les effets non linéaires pourraient jouer, dans certains cas, le rôle essentiel comme ce serait justement le cas pour les rapports entre les ondes régulières et les régions singulières. Nous y voyons déjà une liaison étroite avec le problème qui nous occupe ici.

Des travaux plus récents (1) ont néanmoins envisagé cette question du caractère incomplet du formalisme actuel d'un autre point de vue. Du rappel de l'incapacité d'une théorie purement linéaire à fournir une détermination relative des amplitudes (essentielle, comme on sait, en Mécanique ondulatoire) et, donc, de la nécessité où se trouvent toutes les théories quantiques d'introduire *a posteriori* des hypothèses de nature non linéaire, on y déduisait qu'il serait bien plus naturel de postuler dès le départ des équations d'évolution non linéaires. On pourrait obtenir ainsi, comme le suggèrent des exemples précis, un schéma théorique plus général, capable de décrire les états transitoires aussi bien que les états « stationnaires » et où ces derniers n'apparaîtraient que comme l'aboutissement nécessaire des processus transitoires. Et cela reviendrait, en particulier, à attribuer une importance essentielle à des états transitoires dont la description ne peut sûrement être contenue dans les dynamiques linéaires et hamiltoniennes.

Les recherches entreprises dans ce domaine (et dont il n'est pas question de donner un résumé ici) ont concerné jusqu'à présent les systèmes quantifiés; les états « stationnaires » du système — le mot stationnaire ayant, comme plus haut, un contenu physique donné — étaient alors

(1) J. Andrade e Silva, F. Fer, P. Leruste et G. Lochak, *C. R. Acad. Sc.*, t. 251, 1960 p. 2 305, 2 482 et 2 662; *Cah. Phys.*, t. 15, 1961, p. 210 et t. 16, 1962, p. 1.

naturellement mis en correspondance avec les états quantiques observés expérimentalement. Mais on pourrait essayer d'aller plus loin et d'utiliser le même genre d'idées pour les problèmes de propagation de la Mécanique ondulatoire. Aux états « stables » (c'est-à-dire n'ayant pas le caractère d'états transitoires très brefs) correspondraient alors les équilibres statistiques, les processus transitoires se rapportant aux évolutions nécessaires pour atteindre ces états d'équilibre.

Sans méconnaître les différences profondes entre ces deux types de problèmes, nous voyons, outre l'intérêt de la cohérence, des avantages importants dans cette généralisation. En attendant un traitement détaillé qui n'a pas sa place ici, nous nous bornerons pour l'instant à deux simples remarques. Premièrement, les recherches sur les systèmes quantifiés ont conduit à attribuer certaines propriétés d'ergodisme aux états stationnaires correspondants : des états finaux en nombre généralement discret correspondraient ainsi univoquement à des ensembles continus de conditions initiales. Ne doit-on pas établir un rapport entre cet ergodisme et celui qui présente clairement la réalisation de la distribution d'équilibre en $|\Psi|^2$? Ensuite, si la dynamique hamiltonienne semble effectivement incapable de décrire la transition d'un état quantifié à un autre et si, de même (nous y reviendrons plus loin), elle s'avère impuissante à décrire le processus physique qui conduit à la distribution en $|\Psi|^2$, ne doit-on y voir qu'une coïncidence? Ne faudrait-il pas au contraire, mettre au compte d'une même Mécanique non linéaire et non hamiltonienne la description de tous ces processus très rapides, que ce soient les transitions quantiques ou les évolutions d'états initiaux quelconques vers les répartitions de probabilités en $|\Psi|^2$?

Or, si ces analyses sont fondées, il s'ensuit que les problèmes qui étaient au départ de cette longue digression sont effectivement en dehors du cadre théorique où nous nous plaçons ici, vu qu'ils concernent la description d'un processus transitoire. On pourrait nous objecter, bien entendu, qu'une telle conclusion ne découle que d'un schéma théorique somme toute assez hypothétique. C'est pourquoi nous allons reprendre cette question d'un point de vue beaucoup plus direct pour montrer rapidement à la fois l'intérêt qu'on doit attribuer à la description de ces états transitoires et le caractère incomplet de la théorie actuelle.

Laissant de côté l'interprétation habituelle de la Mécanique ondulatoire où la répartition de probabilités en $|\Psi|^2$ est postulée et les transitions quantiques sont regardées comme « indescriptibles » nous commencerons par rappeler que la théorie de la double solution ne parvient pas non plus, sous sa forme linéaire, à décrire le processus physique qui conduit à la réalisation de la distribution de probabilités en $|\Psi|^2$. Que ce soit dans le cas d'une seule particule ou dans le cas d'un système de particules de nature différente, on parvient bien à déduire l'existence de cette distribution de probabilités à partir d'un principe physique, le postulat des fluctuations aléatoires. Mais cette déduction, qui s'appuie à l'heure actuelle sur le théorème ergodique de la théorie des chaînes de Markov, ne nous apporte aucun renseignement sur l'évolution du système depuis son état initial (qui peut être, *a priori*, quelconque) jusqu'à l'état d'équilibre final. Autrement dit, la description du processus transitoire lui-même lui échappe complètement et elle ne peut nous apporter que l'identification de l'état auquel on doit nécessairement aboutir.

Il n'y a aucune raison de supposer que les choses doivent se passer autrement s'il s'agit d'un système de particules identiques et que, dans ce cas particulier, la description des états transitoires devient possible. Au contraire, étant donné que le système présente alors des propriétés plus remarquables, on peut espérer mettre plus aisément en évidence les difficultés soulevées par l'hypothèse qu'une telle description d'un système de particules identiques est réellement « complète ».

En effet, toute interprétation possible du formalisme de la Mécanique ondulatoire devra rendre compte du fait que la symétrisation de la fonction Ψ du système à la suite de l'empiètement des trains d'ondes individuels traduit, d'une manière ou d'une autre, la possibilité pour chacune des particules de devenir présente dans une région de l'espace où sûrement elle ne se trouvait pas auparavant. La symétrisation correspondrait ainsi — et c'est là l'essentiel — à la réalisation d'un certain processus physique, qu'il soit ou non supposé descriptible. Mais il nous semble évident qu'un tel processus physique (comme n'importe quel autre) ne peut pas avoir lieu dans un temps rigoureusement nul. On peut voir alors, dans l'incapacité où se trouvent les théories basées sur des équations linéaires, à prévoir la durée de ce phénomène une première preuve de leur caractère incomplet.

Soit maintenant $\Psi(1, 2)$ la fonction d'état qui représente un système de deux particules identiques avant l'empiètement des trains d'ondes individuels. On sait que, grâce au caractère symétrique de l'hamiltonien du système, $\Psi(2, 1)$ est aussi solution de l'équation de Schrödinger dans l'espace de configuration dont nous pouvons écrire la solution sous la forme de la combinaison linéaire $A\Psi(1, 2) + B\Psi(2, 1)$; A et B sont des constantes arbitraires reliées entre elles par la règle de normalisation de la fonction d'état. Or, de tous les éléments de cette famille continue de solutions, la théorie actuelle ne garde que deux possibilités qui correspondent respectivement à prendre $B = 0$ (et, donc, d'après la normalisation $A = 1$) et $B = A$ $\left(\text{leur valeur commune étant alors } \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdot$ Mais ce passage nécessairement discontinu du premier type de solution au deuxième, passage qui traduit la symétrisation de la fonction d'état, semble incompatible avec l'idée d'un processus physique ayant une durée finie. On ne voit pas pourquoi d'autres solutions correspondant à des valeurs de A comprises entre 1 et $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et des valeurs corrélatives de B comprises entre 0 et $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ne devraient pas, dans certaines circonstances, être prises en considération : elles traduiraient alors la possibilité d'un échange « partiel » des particules, la possibilité d'un échange total correspondant à la solution $A = B = \frac{1}{\sqrt{2}}$, celle d'une impossibilité d'échange à $B = 0$, $A = 1$. Il se pourrait d'ailleurs fort bien que les propriétés de ces états intermédiaires ne soient pas données par cette Mécanique linéaire, ce qui revient à dire qu'elles ne seraient pas décrites par les fonctions $A\Psi(1, 2) + B\Psi(2, 1)$ avec $1 > A > \frac{1}{\sqrt{2}} > B > 0$. Cela montrerait alors, d'après nous, qu'on aurait affaire à des états essentiellement transitoires dont la description ne serait possible qu'à partir d'une Mécanique plus générale.

Ces idées sur les systèmes de particules identiques ne sont peut-être pas si spéculatives qu'elles pourraient en avoir l'air. Nous nous demandons précisément s'il ne serait pas possible de mettre expérimentalement en évidence des répartitions de probabilités, correspondant à des trains d'ondes ayant préalablement empiété et ne s'accordant pas, néanmoins, avec la fonction d'onde symétrisée habituelle. Cela revient à supposer que la réussite présente de la règle stricte de symétrisation de Ψ ne tient qu'au caractère très rapide du processus transitoire correspondant et à admettre qu'en certaines conditions particulières ce processus pourrait, en quelque sorte, être interrompu avant terme. Pour cela il serait, par exemple, possible de concevoir un dispositif expérimental où deux trains d'ondes monocinétiques d'assez grandes dimensions et constitués tous les deux par des particules de même nature physique se verraient attribuer des conditions initiales choisies de telle façon qu'ils viennent par la suite à se superposer très peu et pendant un temps exceptionnellement bref. On mesurerait alors, sur des écrans, les distributions de probabilités de présence consécutives pour vérifier si elles sont d'accord avec les prévisions données par une fonction d'état, symétrique ou antisymétrique selon le spin. Il ne semble pas impossible qu'une expérience de ce type puisse être assez précise pour déceler un fait physique nouveau; en tout état de cause, elle nous apporterait des renseignements intéressants sur le domaine de validité du schéma théorique présent.

3. **Démonstration du caractère symétrique des fonctions d'onde pour les bosons.** — Tout cela étant dit, nous nous bornerons pour terminer à exposer l'esquisse du raisonnement qui permettrait de déduire, en théorie de la double solution, le caractère symétrique de la fonction Ψ pour un système de particules identiques et de spin zéro. Nous serons bien

obligés pour cela de commencer pour rappeler quelques points d'ordre plus général.

Le Mémoire que dans le cas d'une seule particule MM. Bohm et Vigier ont consacré au problème de l'identification de la probabilité de présence avec la distribution classique en $|\Psi|^2$ se fonde sur l'hypothèse physique de l'existence de petites perturbations de nature aléatoire qui agiraient sur le système. Or, les hypothèses qu'il est indispensable de faire sur les effets de ces fluctuations (et dont MM. Bohm et Vigier ont montré l'allure naturelle dans un modèle hydrodynamique) reviennent à assimiler le mouvement chaotique de la singularité sur l'onde régulière à une chaîne markovienne d'un type bien connu en Théorie des probabilités; nous connaissons aussi « l'espace représentatif » correspondant à cette chaîne, constitué à chaque instant par le domaine spatial occupé par l'onde régulière. Malgré l'absence de précisions sur la matrice des probabilités de transition entre les éléments de volume de l'onde régulière nous savons néanmoins que cette matrice existe et cela suffit pour pouvoir utiliser le théorème ergodique de la théorie de Markov. Ce théorème nous apprend que pour des chaînes de ce type assez général (chaînes irréductibles et non périodiques) il ne peut pas exister plus d'un état stationnaire et que, s'il existe, la distribution de probabilités tend vers lui au cours du temps, quelle que soit la distribution initiale. Il suffisait alors à MM. Bohm et Vigier de montrer que la distribution de probabilités en $|\Psi|^2$ était effectivement une distribution d'équilibre (dans le sens markovien du mot) pour que le résultat recherché soit, dans ses grandes lignes, acquis.

Nous ne voulons pas reprendre ici les raisons qui ont rendu nécessaire une certaine généralisation de ce raisonnement pour qu'il puisse être appliqué aux systèmes de particules de nature différente (1). Nous insisterons plutôt sur le fait que cette généralisation gardait inchangés les caractères essentiels de la démonstration de Bohm-Vigier. On y introduisait aussi un mouvement aléatoire du type markovien pour chacune des singularités et des espaces représentatifs reliés aux ondes régulières étaient définis. C'était encore le théorème ergodique de Markov qui nous assurait la tendance du système à rejoindre un état d'équilibre qu'il était possible d'identifier avec la fonction en $|\Psi|^2$ de l'espace de configuration.

Nous nous proposons de montrer maintenant comment, en prenant en considération la posssiblité de passage des singularités d'une onde v sur une autre, un raisonnement *mutatis mutandis* identique prévoit encore le caractère symétrique des ondes Ψ.

Soit donc un système de deux particules identiques sans spin représentées par deux ondes régulières sur lesquelles se déplacent deux singularités. Pour simplifier et parce que cela ne restreint nullement la portée du raisonnement, nous supposerons qu'à l'instant initial les deux ondes v

(1) *Voir* la Thèse de M. Andrade e Silva, bibliographie [11].

n'empiétent pas. Nous numéroterons arbitrairement (quoique définitivement) les ondes régulières et désignerons par 1 la singularité qu'à l'instant initial se trouve sur l'onde dite v_1 et par 2 celle qui se place sur l'onde v_2. D'après nos remarques précédentes nous devrons garder ici précisément le même postulat des fluctuations aléatoires que dans le cas des systèmes de particules différentes jusqu'à ce que l'empiétement des ondes v se réalise. Nous aurons alors une évolution du type markovien pour chacune des singularités avec justement les mêmes espaces représentatifs (désignés par E_1 et E_2) qu'auparavant pour chacune des chaînes de Markov.

Mais, dès l'instant où l'empiètement a lieu, le processus évolutif de chacune des singularités, tout en restant du même type, exige un espace représentatif plus large; un tel élargissement devra traduire la possibilité pour chacune des singularités de passer sur l'autre onde régulière. On se rend compte aisément que les deux particules acquièrent alors des espaces représentatifs identiques et de la forme $E_1 + E_2$. Nous aurions pu d'ailleurs introduire formellement dès l'instant initial ces espaces représentatifs élargis; pour rendre compte de l'impossibilité du passage d'une singularité d'une onde régulière sur une autre avant leur empiétement il suffirait de supposer explicitement que, jusqu'à l'empiétement, tous les éléments des matrices des probabilités de transition qui correspondent à l'intersection des sous-espaces E_1 et E_2 seraient nuls. Le numérotage initial ayant fait correspondre la singularité 1 à l'onde v_1 et la singularité 2 à l'onde v_2 même avec cet espace représentatif élargi, chaque singularité serait bien obligée de rester sur la même onde jusqu'à l'empiétement. Et, si nous nous plaçons à ce point de vue, le changement apporté par l'identité des particules qui constituent le système se traduit simplement par le fait que les éléments matriciels correspondant à l'intersection des sous-espaces E_1 et E_2 peuvent devenir à un certain instant (où il y a empiètement) non nuls.

Le théorème ergodique de Markov restant nécessairement valable dans ce contexte, nous sommes donc assurés que des états initiaux quelconques nous conduiront toujours au même état d'équilibre final (dont on suppose l'existence). Formellement, nous avons le droit de prendre sur l'espace représentatif élargi un premier état initial où la singularité 1 est sur l'onde v_1 (c'est-à-dire dans le sous-espace E_1) et la singularité 2 sur l'onde v_2 (c'est-à-dire dans le sous-espace E_2) et un deuxième état initial correspondant à l'inversion des positions des singularités. Cette deuxième possibilité ne contredit qu'apparemment le numérotage initial; car le fait qu'à un instant ultérieur les singularités puissent avoir une probabilité certainement non nulle (vu que la chaîne est irréductible) d'échanger leurs positions ou, ce qui revient au même, le fait que nous devons définir les chaînes sur lesquelles joue le théorème ergodique sur un espace représentatif de la forme $E_1 + E_2$, correspondent justement à la nécessaité de prendre en considération des conditions initiales de ce type. Dans un langage plus physique, on traduirait la même idée en disant que la possibilité réelle d'échange des positions des singularités après l'empiètement des ondes v rend présent à titre de possibilité cet échange dès l'instant initial.

Comparons maintenant les deux évolutions continues du système qui correspondraient à des états initiaux se caractérisant, l'un par rapport à l'autre, par l'échange des positions des singularités. Les deux états étant physiquement identiques et ne se distinguant que par des numérotages différents des singularités, il en sera de même pendant tout le processus évolutif, jusqu'à l'état final d'équilibre stochastique. Il en résulte clairement que celui-ci doit correspondre à une description qui soit indépendante du numérotage initial, c'est-à-dire, qui soit invariante par rapport aux permutations des coordonnées des singularités. Nous obtenons ainsi une démonstration de la symétrie de la fonction Ψ de l'espace de configuration dans le cadre de la théorie de la double solution.

APPENDICE.

PROBABILITÉS NÉGATIVES ET THÉORIE DE LA DOUBLE SOLUTION.

Dans la théorie générale des équations d'ondes pour les particules à spin, on rencontre des cas où les densités ρ obéissant à l'équation de continuité ne sont pas définies positives. Si l'on admet, comme d'habitude, que la probabilité de présence $P(\vec{r}, t)$ d'une particule en un point $\vec{r}$ de l'espace à l'instant t est proportionnelle à $\rho(\vec{r}, t)$, on est ainsi conduit à des probabilités négatives, ce qui n'est guère admissible. Nous nous proposons de montrer que les conceptions de la théorie de la double solution pourraient peut-être permettre d'éviter cette difficulté.

Conformément aux conceptions générales de la théorie de la double solution, nous admettrons que les particules sont localisées dans l'espace à chaque instant et qu'elles ont un mouvement déterminé par la propagation, à l'endroit où elles se trouvent, de l'onde à laquelle elles sont incorporées. Nous admettrons aussi qu'elles possèdent une vitesse $\vec{v}$ définie par une formule de guidage : cette formule peut être celle que j'envisage habituellement, mais pour ce qui suit, il n'est pas nécessaire de la préciser. Le champ de vitesses $\vec{v}(\vec{r}, t)$ étant connu, nous admettrons encore qu'il existe une quantité $\rho(\vec{r}, t)$, positive ou négative, telle que l'équation

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \tag{1}$$

soit satisfaite. Nous allons maintenant pouvoir démontrer un résultat important.

Considérons à un instant t donné deux points P et Q de l'espace physique tels que $\rho(P, t) > 0$ et $\rho(Q, t) < 0$. Si nous joignons P et Q par une courbe continue quelconque et si ρ est une fonction continue de $\vec{r}$, la quantité ρ s'annulera au moins une fois sur la courbe joignant P et Q. Comme ce résultat est valable pour tout couple de points P et Q et pour tout instant t, nous en concluons qu'il existe une surface S (qui se déforme en général au cours du temps) séparant constamment une région de l'espace D^+ où ρ est positif d'une région de l'espace D^- où ρ est négatif. Sur cette surface, le flux $\rho\vec{v}$ est constamment nul puisque ρ y est nul et, par suite, aucune particule ne peut traverser S. Toute particule initialement contenue dans D^+ reste dans D^+ et toute particule initialement contenue dans D^- reste dans D^-.

Nous pouvons retrouver ce résultat d'une autre manière. Considérons en très petit élément $d\tau$ de l'espace physique contenant un ensemble de points matériels dont les vitesses sont définies par le champ $\vec{v}$. Si ρ désigne la valeur de $\rho(\vec{r}, t)$ à l'intérieur de $d\tau$, l'équation de continuité (1) peut s'écrire

$$\frac{D}{Dt}(\rho\, d\tau) = 0. \tag{2}$$

Sous cette forme, elle nous montre qu'au cours du temps, la grandeur de l'élément $d\tau$ contenant les points matériels et la quantité ρ peuvent varier, mais que le produit $\rho\, d\tau$ reste constant quand on suit le mouvement de $d\tau$ le long d'une ligne de courant. Mais $d\tau$, élément de volume, garde toujours une valeur positive et il en résulte que ρ garde toujours le même signe le long d'une ligne de courant. Donc, si une particule est initialement dans D^+, sa trajectoire est telle qu'elle reste toujours dans D^+ et, si une particule est initialement dans D^-, sa trajectoire est telle qu'elle reste toujours dans D^-. Nous avons ainsi retrouvé le résultat démontré plus haut.

Nous pouvons faire l'importante remarque que la double démonstration que nous venons de donner s'appuie uniquement sur l'hypothèse que les particules ont une trajectoire et que l'équation de continuité est valable. Ces démonstrations subsistent donc intégralement si l'on introduit dans l'équation des ondes des potentiels perturbateurs représentant les continuelles perturbations aléatoires qui, d'après l'hypothèse de Bohm et Vigier, traduiraient la constante interaction de la particule avec le « milieu subquantique » et ceci augmente la généralitè du résultat obtenu.

Nous sommes maintenant en état d'entrevoir comment on pourrait peut-être écarter le paradoxe des probabilités négatives. Les particules présentes dans D^+ et celles présentes dans D^- formant deux groupes entièrement séparés, nous pouvons définir les probabilités de présence $P(\vec{r}, t)$ en posant

$$\begin{cases} \text{dans } D^+ : & P(\vec{r}, t) = C\rho(\vec{r}, t) \quad \text{avec } C > 0, \\ \text{dans } D^- : & P(\vec{r}, t) = C'\rho(\vec{r}, t) \quad \text{avec } C' < 0; \end{cases} \tag{3}$$

C et C′ étant des constantes de normalisation. Les définitions (3) nous permettent d'obtenir des probabilités de présence qui sont et restent partout positives.

Nous devons remarquer que cette façon de lever la difficulté des probabilités négatives, si elle se montrait satisfaisante, résulterait de l'hypothèse que les particules sont localisées à chaque instant dans l'espace physique et y ont une vitesse déterminée par la formule de guidage de sorte qu'elles ont des trajectoires bien déterminées. Naturellement l'interprétation usuelle de la Mécanique ondulatoire qui rejette ces postulats ne peut pas obtenir une manière analogue de tourner la difficulté.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] L. DE BROGLIE, *Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire : la théorie de la double solution*, Gauthier-Villars, Paris, 1956.

[2] L. DE BROGLIE, *La théorie de la Mesure en Mécanique ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris, 1957.

[3] L. DE BROGLIE, *L'interprétation de la Mécanique ondulatoire* (*J. Phys. Rad.*, t. 20, décembre 1959, p. 963).

[4] W. RENNINGER, *Messungen ohne Störung des Messobjekts* (*Z. Physik*, vol. 158, 1960, p. 417).

[5] D. BOHM et J. P. VIGIER, *Model of the causal interpretation of Quantum Theory in terms of a fluid with irrégular fluctuations* (*Phys. Rev.*, vol. 96, 1954, p. 208).

[6] F. FER, J. ANDRADE E SILVA, PH. LERUSTE et G. LOCHAK, *C. R. Acad. Sc.*, t. 251, 1960, p. 2 305, 2 482 et 2 662.

[7] G. DARMOIS, *Les équations de la gravitation einsteinienne* (*Mémorial des Sciences mathématiques*), Gauthier-Villars, Paris, 1926.

[8] A. LICHNEROWICZ, *Les théories relativistes de la gravitation*, Masson, Paris, 1955.

[9] L. DE BROGLIE, *La statistique des cas purs en Mécanique ondulatoire et l'interférence des probabilités* (*Revue scientifique*, mars 1948, p. 259).

[10] MAX BORN, *Dans quelle mesure la Mécanique classique peut-elle prévoir les trajectoires?* (*J. Phys. Rad.*, t. 20, janvier 1959, p. 43).

[11] J. ANDRADE E SILVA, *La théorie des systèmes de particules dans l'interprétation causale de la Mécanique ondulatoire.* (Thèse de Doctorat). *Annales Institut H. Poincaré*, t. 16, fasc. IV, 1960, p. 289-359).

[12] C. G. DARWIN, *A collision problem in the Wave Mechanics* (*Proc. Royal Soc.*, A, vol. 124, 1929, p. 375).

[13] L. DE BROGLIE, *Sur la thermodynamique du corpuscule isolé* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 253, 1961, p. 1078).

Nouvelle présentation de la Thermodynamique de la particule isolée (*C. R. Acad. Sc.*, t. 255, 1962, p. 807).

Quelques conséquences de la Thermodynamique de la particule isolée (*C. R. Acad.*, *Sc.*, t. 255, 1962, p. 1052).

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE V.

Étude critique de certains points de l'interprétation usuelle.

CHAPITRE VI.

La mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules et la théorie de la double solution.

CHAPITRE VII.

Remarques sur les systèmes de particules identiques
(rédigé par M. J. L. Andrade e Silva.)

IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS & Cie
55, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55 — PARIS

162 413

Dépôt légal, Imprimeur, 1963, n° 1566
Dépôt légal, Éditeur, 1963, n° 1110

ACHEVÉ D'IMPRIMER LE 25 AVRIL 1963

Imprimé en France.

Numéro de code : **539-30.**