La Thermodynamique de la particule isolée

(ou Thermodynamique cachée des particules)

Ouvrages de la Collection

In-8° (16 × 25)

I. BROGLIE (Louis de). — **La physique quantique restera-t-elle indéterministe ?** avec une contribution de Jean-Pierre Vigier, 1953.

II. FÉVRIER (P.). — **L'interprétation physique de la Mécanique ondulatoire.** 1955.

III. YIFTAH (S.). — **Constantes fondamentales des théories physiques.** 1956.

IV. TONNELAT (M.-A.). — **La théorie du champ unifié d'Einstein.** 1955.

V. VIGIER (J.-P.). — **Structure des micro-objets dans l'interprétation causale de la théorie des quanta.** 1956.

VI. DESTOUCHES (J.-L.). — **La quantification en Théorie fonctionnelle des Corpuscules.** 1956.

VII. BROGLIE (Louis de). — **La théorie de la mesure en Mécanique ondulatoire.** 1957.

VIII. COSTA DE BEAUREGARD (O.). — **Théorie synthétique de la Relativité restreinte et des Quanta.** 1957.

IX. DESTOUCHES (J.-L.). — **Corpuscules et champs en Théorie fonctionnelle.** 1958.

X. HALBWACHS (F.). — **Théorie relativiste des fluides à spin.** 1960.

XI. AESCHLIMANN (F.). — **Recherches sur la notion de système physique.** 1960.

XII. DESTOUCHES (J.-L.). — **Leçons sur le champ fondamental.** 1961.

XIII. **La méthode axiomatique dans les Mécaniques classiques et nouvelles.** Actes du 4e Colloque international de Logique et Philosophie des Sciences, Institut H.-Poincaré, Paris, septembre 1959 (organisé par A. Chatelet assisté de J.-L. Destouches).

XIV. **Théorie physique et recherche prévisionnelle.** Actes du 1er Colloque international organisé par le Centre de Recherches prévisionnelles de l'École centrale des Arts et Manufactures, Paris, 29 et 30 mai 1962.

XV. **Prévisions, Calcul et Réalités.** Actes du 2e Colloque international organisé par le Centre de Recherches prévisionnelles de l'École des Arts et Manufactures de Paris, mai 1963 *(sous presse)*.

XVI. SAUER (C.). — **Planification générale et intégration économique.**

En préparation :

Emile Borel, Philosophe et homme d'action. Pages choisies présentées par Maurice Fréchet.

PICARD (C.). — **Théorie des questionnaires.**

LES GRANDS PROBLÈMES DES SCIENCES
ouvrages réunis par Mme P. Février

N° 17

La Thermodynamique de la particule isolée

(ou Thermodynamique cachée des particules)

par Louis de BROGLIE
de l'Académie française,
Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences

1964
GAUTHIER-VILLARS ÉDITEUR
PARIS

PRÉFACE

Cet Ouvrage est, pour l'essentiel, la rédaction du dernier cours que j'ai fait à l'Institut Henri-Poincaré dans l'hiver 1961-1962 avant de prendre ma retraite.

Depuis environ douze ans, j'ai repris une tentative d'interprétation de la Mécanique ondulatoire que, sous les noms de théorie de l'onde-pilote, puis de théorie de la double solution, j'avais proposée sans succès en 1926-1927 peu de temps après ma thèse de Doctorat. Des réflexions prolongées sur ce sujet me conduisent maintenant à affirmer que l'interprétation actuellement admise de la Mécanique quantique n'apporte pas véritablement d'explication raisonnable de certains faits expérimentaux essentiels et incontestables (1) *et que, par suite, elle doit être revisée en rétablissant la constante localisation du corpuscule dans l'espace au cours du temps, en rendant à l'onde qui l'accompagne le caractère d'une réalité physique et en postulant l'existence entre l'onde et le corpuscule d'une liaison appropriée.*

J'avais d'abord repris mon ancienne tentative de réinterprétation sous la forme que je lui avais donnée autrefois en y introduisant cependant un certain nombre de compléments importants. Mais de plus en plus dans ces toutes dernières années, j'ai été amené à penser que la forme hydrodynamique de cette réinterprétation, tout en étant une base de départ nécessaire, devait être complétée par des considérations d'ordre statistique. Or, en 1946-1948, avant d'avoir repris mes recherches sur la réinterprétation de la Mécanique ondulatoire, j'avais étudié les anciennes théories de Helmholtz et de Boltzmann qui tendaient à établir une correspondance entre des grandeurs mécaniques et des grandeurs thermodynamiques et j'avais cru y voir l'amorce d'une thermodynamique de la particule isolée. Tout récemment, à la suite de la publication d'un travail de M. Terletsky,

(1) *Voir*, par exemple, bibliographie [*2*], [*3*] et [*4*].

j'ai eu l'idée d'essayer d'utiliser l'hypothèse du milieu subquantique de MM. Bohm et Vigier, en le concevant comme une sorte de thermostat caché, pour construire cette Thermodynamique de la particule isolée. L'objet du présent livre est d'exposer cette tentative.

Les cinq premiers chapitres de l'Ouvrage rappellent des résultats qui sont bien connus, mais j'y ai insisté sur certains points, soit parce qu'ils ont été parfois mal interprétés, soit parce qu'ils sont très importants pour ce qui suit. Les chapitres essentiels sont les quatre derniers (chap. VI, VII, VIII et IX) où sont introduites progressivement, dans le cadre de l'image hydrodynamique qu'offre la théorie de la double solution sous sa forme primitive, les conceptions de perturbations aléatoires et de thermodynamique statistique qui conduisent à la Thermodynamique de la particule isolée et à une théorie des fluctuations du mouvement de la particule dans son onde.

Je crois qu'on parvient ainsi à une forme tout à fait remarquable et prometteuse de la réinterprétation de la Mécanique ondulatoire que je crois nécessaire. Je ne puis que souhaiter bien vivement qu'un plus grand nombre de jeunes chercheurs veuillent bien s'intéresser à cette tentative, car c'est dans cette voie que me semblent devoir s'accomplir les plus grands progrès futurs de la Physique quantique.

CHAPITRE PREMIER

RAPPEL DE QUELQUES PRINCIPES DE LA MÉCANIQUE CLASSIQUE

1. **Le principe d'action stationnaire de Hamilton.** — On sait que toute la Dynamique classique, du moins quand les forces dérivent d'un potentiel (nous laissons de côté le cas de l'existence d'un potentiel-vecteur sur lequel nous reviendrons), peut être ramenée à un principe général d'action stationnaire. Pour énoncer ce principe, on introduit une fonction des coordonnées des N points matériels du système considéré, des composantes de leurs vitesses et éventuellement du temps : la fonction de Lagrange $\mathfrak{L}(x_1, \ldots, z_N ; \dot{x}_1, \ldots, \dot{z}_N, t)$, le point indiquant une dérivation par rapport au temps. Qu'il y ait ou non des liaisons à condition qu'elles soient holonomes, on peut exprimer les coordonnées à l'aide de n paramètres q_k ; s'il n'y a pas de liaison $n = 3N$, s'il y a des liaisons $n < 3N$. Mais, de toute façon. la fonction de Lagrange est de la forme $\mathfrak{L}(q_1, \ldots, q_n ; \dot{q}_1, \ldots, \dot{q}_n, t)$.

En Mécanique classique non relativiste, on précise la forme de la fonction de Lagrange, en posant :

$$\mathfrak{L} = T - U, \tag{1}$$

où T est l'énergie cinétique globale et U l'énergie potentielle globale du système, toutes deux exprimées à l'aide des variables $q_1, \ldots, q_n ; \dot{q}_1, \ldots, \dot{q}_n, t$.

On peut alors ramener toute la Dynamique au principe suivant : *Si le système part d'une certaine configuration définie par les valeurs $q_1^{(0)}, \ldots, q_n^{(0)}$ des q à l'instant t_0 pour parvenir à une autre configuration $q_1^{(1)}, q_2^{(1)}, \ldots, q_n^{(1)}$ à l'instant t_1, les équations du mouvement sont telles que l'intégrale $\int_{t_0}^{t_1} \mathfrak{L}\, dt$ soit stationnaire pour une variation infiniment petite du mouvement entre l'état initial et l'état final.* C'est le principe d'action stationnaire de Hamilton.

On peut préciser cet énoncé en introduisant la notion d'espace de configuration. Chaque configuration du système est définie par l'ensemble des valeurs des n coordonnées $q_1, \ldots, q_n$ et peut par suite être représentée par un point dans un espace à n dimensions dont chaque point est repéré par les n coordonnées $q_1, \ldots, q_n$. L'état instantané du système se trouvant ainsi représenté par un point de l'espace de configuration, ce point figuratif part d'un point A à l'instant t_0 pour aboutir à un point B à l'instant t_1, après avoir décrit une certaine trajectoire dans l'espace de configuration. La trajectoire du point figuratif est donc définie par n fonctions du temps $q_1(t), q_2(t), \ldots, q_n(t)$ qui définissent entièrement le mouvement du système. Sur la courbe C, la fonction $\mathcal{L}(q_1, \ldots, q_n ; \dot{q}_1, \ldots, \dot{q}_n, t)$ a une valeur bien déterminée en chaque point et l'intégrale curviligne $A = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt$ a un sens bien défini. Cette intégrale, qui a les dimensions physiques d'une énergie multipliée par un temps (ou d'une quantité de mouvement multipliée par une longueur) ML^2T^{-1}, est nommée l'intégrale d'Action ou, plus précisément, l'intégrale d'Action hamiltonienne.

Si l'on fait varier infiniment peu la forme de la courbe C en maintenant fixes ses extrémités ainsi que les instants t_0 et t_1, on aura :

$$\text{(2)} \qquad \delta A = \delta \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt = \int_{t_0}^{t_1} \delta\mathcal{L}\, dt = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{1}^{n}{}_i \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right) dt$$

et comme :

$$\delta \dot{q}_i = \delta \frac{dq_i}{dt} = \frac{d}{dt} \delta q_i,$$

il vient par intégration par parties :

$$\text{(3)} \qquad \delta \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{1}^{n}{}_i \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) \right] \delta q_i dt,$$

puisque les δq_i sont nuls aux deux extrémités de la courbe C. Si l'intégrale $\int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt$ est stationnaire, le second membre de l'équation (3) doit être nul, quels que soient les δq_i. On obtient alors :

$$\text{(4)} \qquad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Ce sont les célèbres « équations de Lagrange » sous la forme valable quand les forces dérivent d'un potentiel et que les liaisons sont holonomes. On voit donc que ces équations sont des conséquences du principe d'action stationnaire de Hamilton et celui-ci nous apparaît donc comme la clef de voûte de la Dynamique analytique classique.

2. **Moments de Lagrange. Théorèmes de conservation.** — Les variables de configuration q_i sont souvent nommées les « coordonnées » de Lagrange. Les $\dot{q}_i$ sont les « vitesses généralisées » correspondantes qui définissent le mouvement du système. Si les points matériels de ce système ne sont pas soumis à des liaisons et si l'on utilise des coordonnées cartésiennes rectangulaires, les q_i et les $\dot{q}_i$ sont les coordonnées et les composantes de vitesse au sens usuel.

Au lieu d'employer les $\dot{q}_i$, on peut employer des grandeurs p_i dites « moments de Lagrange » définies par les relations :

$$p_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{5}$$

Les équations (5) permettent d'exprimer les $\dot{q}_i$ à l'aide des p_i. La variable p_i est dite « canoniquement conjuguée » de la variable q_i. S'il n'y a pas de liaisons et si l'on emploie des coordonnées rectangulaires, on peut poser :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_k m_k(\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2) - \mathrm{U}(x_1, \ldots, z_{\mathrm{N}}, t) , \tag{6}$$

d'où :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_k} = p_{x_k} = \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \dot{x}_k} = m_k \dot{x}_k. \tag{7}$$

La grandeur p_{x_k} canoniquement conjuguée de x_k est donc alors égale à la composante x de la quantité de mouvement du $k^{\text{ième}}$ point matériel.

Dans le cas général, les équations de Lagrange peuvent s'écrire :

$$\frac{dp_k}{dt} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} \qquad (k = 1, 2, \ldots, n). \tag{8}$$

Si donc $\mathcal{L}$ est indépendant de q_k, la grandeur p_k restera constante au cours du mouvement. En particulier, dans le cas de l'absence de liaison et de l'emploi des coordonnées rectangulaires, si $U(x_1, \ldots, z_N, t)$ ne dépend pas d'une des variables, mettons de x_k, on a $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_k} = 0$ et, par suite, $p_{x_k} = \text{Cte}$. On en conclut que, si la composante suivant l'un des axes rectangulaires de la force est nulle, la composante de la quantité de mouvement du point matériel suivant cet axe est constante. C'est le théorème de la conservation de la quantité de mouvement.

Considérons maintenant dans le cas général la grandeur E définie par :

$$(9) \qquad E = \sum_k p_k \dot{q}_k - \mathcal{L}.$$

Nous l'appellerons l'*énergie* du système. Comme nous supposons que U ne dépend pas des vitesses et qu'on voit aisément que T est une fonction quadratique homogène des vitesses $\dot{q}_i$ si les liaisons ne dépendent pas du temps, le théorème d'Euler sur les fonctions homogènes nous permet d'écrire :

$$(10) \qquad 2T = \sum_1^n{}_i \dot{q}_i \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = \sum_1^n{}_i \dot{q}_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} = \sum_1^n{}_i \dot{q}_i p_i,$$

d'où :

$$(11) \qquad E = \sum_1^n{}_i p_i \dot{q}_i - \mathcal{L} = 2T - (T - U) = T + U;$$

E est donc bien l'énergie totale somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle. On trouve d'ailleurs :

$$(12) \qquad \frac{dE}{dt} = \sum_1^n{}_i (\dot{p}_i \dot{q}_i + p_i \ddot{q}_i) - \sum_1^n{}_i \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \ddot{q}_i \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t}.$$

D'après les équations de Lagrange, le premier terme du second membre compense le troisième et, d'après la définition des p_i, le second terme compense le quatrième. Il reste :

$$(13) \qquad \frac{dE}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t}.$$

Si les forces extérieures sont constantes ou nulles (système conservatif ou isolé), U ne dépend pas de t et $E = \text{Cte}$. C'est le théorème de la conservation de l'énergie.

3. **Le principe de moindre action de Maupertuis.** — La définition (9) de E nous permet d'écrire :

$$dA = \mathcal{L}\, dt = \sum_{1}^{n}{}_i\, p_i dq_i - E dt. \tag{14}$$

Imaginons alors un espace de configuration-temps en adjoignant à l'espace de configuration une dimension de temps. Soit P le point de cet espace qui représente la configuration initiale et l'instant initial t_0, Q le point qui représente la configuration finale et l'instant final t_1. L'intégrale d'action hamiltonienne s'écrira :

$$A = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt = \int_{P}^{Q} \Big(\sum_i p_i dq_i - E\, dt \Big). \tag{15}$$

C'est une intégrale curviligne prise dans l'espace de configuration-temps le long de la ligne qui représente le mouvement du système entre t_0 et t_1. Le principe d'Hamilton s'écrit alors :

$$\delta A = \delta \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt = \delta \int_{P}^{Q} \Big(\sum_{1}^{n}{}_i\, p_i dq_i - E\, dt \Big) = 0, \tag{16}$$

les points P et Q étant maintenus fixes dans la variation.

De l'énoncé précédent du principe d'action stationnaire, on peut déduire, *dans le cas particulier des champs constants au cours du temps*, un autre principe analogue : le principe de moindre action de Maupertuis.

Dans le cas des champs constants, l'énergie du système est une constante, une intégrale première. Si A et B sont les points limites des trajectoires dans l'espace de configuration correspondant aux temps t_0 et t_1, il est aisé de voir qu'on ne peut pas faire varier cette trajectoire en maintenant fixes A, B, t_0 et t_1 si l'énergie totale reste constante pendant la variation. On le voit aisément sur le cas simple d'un point matériel libre : la trajectoire est alors une droite et, si l'on fait varier la forme de la trajectoire en maintenant fixes ses extrémités A et B, on allonge forcément sa longueur d'après la définition même de la ligne droite et la vitesse et, par suite, l'énergie ne peuvent rester constantes si t_0 et t_1 restent fixes. C'est là la raison pour laquelle on ne peut pas déduire directement le principe de Maupertuis, où l'on opère une variation à énergie constante, du principe de Hamilton où l'on opère une variation à t_0 et t_1 constants. Pour faire cette déduction, il faut passer par l'intermédiaire d'une formule qui est souvent appelée « le principe de l'action variée ».

Pour trouver la formule en question, partons de l'expression (15) de l'action hamiltonienne, mais supposons qu'on fasse varier les points limites P et Q, ce qui revient à faire varier non seulement les points limites A et B de l'espace de configuration, mais aussi les instants limites t_0 et t_1. On obtient alors la formule cherchée :

$$\delta \mathrm{A} = \delta \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt = \int_{t_0}^{t_1} \delta\mathcal{L}\, dt + \Big[\sum_{1}^{n}{}_k p_k \delta q_k - \mathrm{E}\delta t\Big]_0^1. \tag{17}$$

L'intégrale du dernier membre représente la variation de l'intégrale d'action hamiltonienne due à la variation du mouvement quand A, B, t_0 et t_1 restent fixes : elle est nulle d'après le principe de Hamilton. Le crochet représente la variation de l'action due à la variation des points P et Q de l'espace de configuration-temps et l'on a :

$$\delta \mathrm{A} = \Big[\sum_{1}^{n}{}_k p_k \delta q_k - \mathrm{E}\delta t\Big]_0^1. \tag{18}$$

Revenons maintenant à l'espace de configuration proprement dit. On peut y définir l'intégrale :

$$\mathcal{A} = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \sum_{1}^{n}{}_k p_k dq_k. \tag{19}$$

C'est l'intégrale d'action de Maupertuis. Elle est prise dans l'espace de configuration depuis le point A qui représente la configuration initiale jusqu'au point B qui représente la configuration finale.

Dans le cas des systèmes conservatifs ou isolés (actions extérieures constantes ou nulles), l'énergie totale E du système est constante et l'intégrale (19) est indépendante du temps. Nous avons :

$$\int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt = \int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{Q}} \Big(\sum_{1}^{n}{}_k p_k dq_k - \mathrm{E}dt\Big) = \mathcal{A} - \int_{t_0}^{t_1} \mathrm{E}dt, \tag{20}$$

donc :

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt = \delta\mathcal{A} - \int_{t_0}^{t_1} \delta\mathrm{E}dt - \Big|\mathrm{E}\delta t\Big|_{t_0}^{t_1}, \tag{21}$$

d'où, en remplaçant le premier membre par la valeur donnée par (18),

$$\delta \mathcal{A} = \left| \sum_{1}^{n}{}_k p_k \delta q_k \right|_0^1 + \int_{t_0}^{t_1} \delta \mathrm{E} dt. \tag{22}$$

Supposons maintenant qu'on maintienne fixes dans la variation les points A et B de l'espace de configuration ainsi que la valeur E de l'énergie. Il vient alors :

$$\delta \mathcal{A} = 0. \tag{23}$$

C'est là le principe de moindre action de Maupertuis où la variation doit s'effectuer en maintenant fixes les configurations extrêmes et la valeur de l'énergie, mais pas les époques extrêmes t_0 et t_1.

Dans le cas particulier où les q_i sont les 3N coordonnées cartésiennes des N points matériels d'un système non soumis à des liaisons, on a :

$$\mathcal{A} = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \sum_{1}^{3\mathrm{N}}{}_k p_k dq_k = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \sum_{1}^{\mathrm{N}}{}_k m_k (v_{x_k} dx_k + v_{y_k} dy_k + v_{z_k} dz_k) \tag{24}$$

et, pour un seul point matériel :

$$\mathcal{A} = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} m(v_x dx + v_y dy + v_z dv_z) = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} m\vec{v}\, \vec{ds}, \tag{25}$$

l'intégrale étant alors prise de A en B le long de la trajectoire dans l'espace physique à trois dimensions.

4. **Équations de Hamilton.** — Nous pouvons prendre comme variables définissant le mouvement d'un système n variables q_i de Lagrange et les moments $p_i = \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}$ correspondants qui forment un système de variables « canoniques ». Nous pouvons alors exprimer les vitesses généralisées $\dot{q}_i$ en fonction des q_i, des p_i et éventuellement du temps par des relations de la forme :

$$\dot{q}_i = f_i(q, p, t) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{26}$$

L'énergie E sera exprimée en fonction des mêmes variables par la « fonction hamiltonienne » H(q, p, t) telle que :

$$\mathrm{E} = \sum_{1}^{n}{}_i p_i \dot{q}_i - \mathcal{L}(q, \dot{q}, t) = \mathrm{H}(q, p, t), \tag{27}$$

les $\dot{q}_i$ ayant été au second membre exprimées en fonction des q, des p et de t. On aura donc :

$$
(28) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial H}{\partial p_k} = \dot{q}_k + \sum_1^n {}_i\, p_i \dfrac{\partial \dot{q}_i}{\partial p_k} - \sum_1^n {}_i \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \dfrac{\partial \dot{q}_i}{\partial p_k} = \dot{q}_k, \\[2ex] \dfrac{\partial H}{\partial q_k} = \sum_1^n {}_i\, p_i \dfrac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_k} - \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} - \sum_1^n {}_i \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \dfrac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_k} = - \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} = - \dot{p}_k, \end{cases}
$$

d'après la définition des p_i et les équations de Lagrange. On a ainsi obtenu le célèbre système des équations de Hamilton :

$$
(29) \qquad \dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}, \qquad \dot{p}_k = - \frac{\partial H}{\partial q_k} \qquad (k = 1, 2, \ldots, n)
$$

et l'on en tire aisément :

$$
(30) \qquad \frac{dH}{dt} = \sum_1^n {}_i \left(\frac{\partial H}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial H}{\partial p_i} \dot{p}_i \right) + \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t},
$$

d'où, si U et, par suite, H ne dépendent pas explicitement du temps, H = Cte, ce qui est le théorème de la conservation de l'énergie.

5. **Mécanique classique et Mécanique relativiste.** — Nous venons de rappeler quelques points de la Mécanique analytique classique. L'introduction par Einstein du principe de Relativité l'a conduit en 1905 à modifier les formules de la Mécanique classique. Nous ne rappellerons pas ici les principes bien connus de la théorie de la Relativité restreinte. Nous nous bornerons à résumer dans le chapitre suivant les principes de la Dynamique relativiste du point matériel en insistant particulièrement sur le principe de l'inertie de l'énergie qui jouera un rôle très important dans tout ce qui suivra.