ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

ET

PHOTONS

OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

Volumes in-8 (16-25)

La Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules. (*Collection de Physique mathématique.* Fasc. V.) 2e édition. VI-224 pages; 1950. Broché. Cartonné.

Problèmes de propagations guidées des ondes électromagnétiques. 2e édition. VIII-120 pages, 14 figures; 1951.

La théorie des particules de spin 1/2 (électrons de Dirac). 164 pages; 1952.

La Physique quantique restera-t-elle indéterministe ? Suivi d'une contribution de M. *J.-P. Vigier.* (*Les Grands problèmes des Sciences.* Fasc. I.) VII-113 pages, 4 figures; 1953.

Théorie générale des particules à spin. (*Méthode de fusion.*) 2e édition revue et corrigée. VI-210 pages, 7 figures; 1954.

Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire. *La Théorie de la double solution.* VII-297 pages, 20 figures; 1956.

La théorie de la mesure en Mécanique ondulatoire. Interprétation usuelle et interprétation causale. (*Les Grands problèmes des Sciences.* Fasc. VII.) VI-130 pages, 7 figures; 1957.

Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs. 2e édition revue et corrigée. VI-208 pages; 1957. Cartonné.

Éléments de théorie des quanta et de Mécanique ondulatoire. (*Traité de Physique théorique et de Physique mathématique.* Fasc. III.) 2e édition revue et corrigée. VIII-303 pages, 31 figures; 1959.

Introduction à la nouvelle théorie des particules de M. J.-P. Vigier et ses collaborateurs. XX-108 pages; 1961.

Étude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire. (*Traité de Physique théorique et de Physique mathématique.* Fasc. XXI.) X-99 pages, 8 figures; 1963.

La Thermodynamique de la particule isolée (ou Thermodynamique cachée des particules). (*Les Grands problèmes des Sciences.* Fasc. XVII.) VI-126 pages, figures; 1964.

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES
ET
PHOTONS

PAR

Louis de BROGLIE
de l'Académie française
Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences

PARIS
GAUTHIER-VILLARS ÉDITEUR
1968

PRÉFACE

Pour faire comprendre le but que j'ai poursuivi en rédigeant ce petit Ouvrage, je ne puis mieux faire que de reproduire ici en guise de préface la Note que j'ai lue à l'Académie des Sciences le 22 juin 1964. En voici le texte [1] :

La théorie des masers et des lasers attire de nouveau très vivement l'attention sur la nature des ondes électromagnétiques. Il est certain que toutes les ondes électromagnétiques transportent des photons. La chose est depuis longtemps bien établie pour la lumière et le fonctionnement des masers ne permet plus d'en douter en ce qui concerne les ondes hertziennes. Un problème difficile et capital se pose alors. Quand une onde hertzienne vient agir sur le système oscillant d'un récepteur (circuit oscillant, antenne, cavité résonnante, etc.), la description de l'interaction de l'onde avec le récepteur peut se faire d'une façon parfaite à l'aide des équations de Maxwell, même pour les ondes millimétriques, et l'on peut dire que, jusqu'à ces dernières années, les radioélectriciens pouvaient ignorer complètement la structure « photonique » des rayonnements qu'ils utilisaient. Cependant, il est bien certain que l'énergie recueillie par le récepteur lui est délivrée d'une façon discontinue, ce qui n'est aucunement contenu dans les équations de Maxwell. C'est à mes yeux le devoir des théoriciens de la Physique d'arriver à donner une image claire et précise de la façon dont peuvent se concilier la validité des équations de Maxwell et l'existence des photons.

Je me crois aujourd'hui en mesure d'aborder la solution de ce problème en utilisant la tentative de réinterprétation de la Mécanique ondulatoire que, partant des idées qui m'avaient guidé à l'époque de ma thèse de doctorat (1924), j'ai repris depuis une douzaine d'années sous

[1] *C. R. Acad. Sc.*, t. 258, 1964, p. 6345.

le nom de théorie de la double solution. Je ne ferai ici que rappeler le principe de cette théorie sans entrer dans tous les développements que j'ai pu lui donner. L'image que j'adopte, d'une façon générale, pour représenter la liaison d'un corpuscule et de son onde associée est la suivante : l'onde serait un phénomène physique d'une extrêmement petite amplitude qui se propagerait suivant les équations d'ondes de la Mécanique ondulatoire, mais cette onde de base comporterait une très petite région où son amplitude atteindrait une valeur très élevée, région qui constituerait le corpuscule. Le corpuscule se trouvant ainsi incorporé à l'onde serait guidé par la propagation de celle-ci et, point essentiel qui se trouvait déjà dans ma thèse, son mouvement serait tel que sa vibration interne resterait constamment en phase avec l'onde.

Si l'on applique cette conception générale au cas particulier de l'onde électromagnétique, on est amené, je l'ai montré dans un travail récent, à assimiler l'onde de base à une onde électromagnétique classique, mais de très faible amplitude, obéissant aux équations de Maxwell. Les photons étant des bosons qui peuvent se grouper sur une même onde, cette très faible onde électromagnétique de base peut comporter à titre d'accidents locaux de sa structure un grand nombre de photons dont les vibrations internes sont en phase avec elle.

Revenons maintenant au problème de l'action d'une onde hertzienne sur un récepteur. L'onde porteuse de photons a une amplitude si faible qu'elle ne peut mettre en oscillation un récepteur d'une façon sensible. Mais chaque photon qui agit sur le récepteur lui communique une impulsion brusque et, comme la vibration des photons est en phase avec l'onde qui les transporte, les impulsions rythmées qu'ils apportent au récepteur suffisent à le mettre en état d'oscillation régulière. En somme, l'action de photons sur un circuit oscillant serait la même que si celui-ci recevait une onde hertzienne de même phase que la très faible onde de base, mais ayant une amplitude beaucoup plus grande, et l'on voit bien ici la très grande importance de l'hypothèse que la vibration interne des corpuscules est toujours en phase avec l'onde qui les porte. Si cette conception est exacte, l'excitation d'un récepteur par une onde hertzienne présenterait une grande analogie avec la technique des transmissions par impulsions : dans cette technique, en effet, on envoie sur le récepteur non pas la totalité de la sinusoïde correspondant à l'oscillation qu'on veut lui imposer, mais seulement de petits morceaux de cette sinusoïde et, si ces « échantillons » arrivent en nombre suffisant par période, le récepteur se met à osciller comme s'il recevait la sinusoïde tout entière. Concevoir de cette façon la mise en oscillation d'un récepteur par une onde hertzienne me paraît la seule manière de résoudre le problème difficile et capital dont j'ai parlé au début de cette Note.

Dans le cas de la lumière, les photons fournis par les sources lumineuses usuelles sont émis indépendamment par les atomes de la source sur des trains d'ondes incohérents. Mais si la source est assez intense et de dimensions très petites, la théorie classique des ondes a conduit les spécialistes de l'optique à définir une quasi-cohérence due à la superposition, pendant un temps très court par rapport à leur durée d'émission, des trains d'ondes émis par les différents points de la source. Comme l'ont fait remarquer MM. Maréchal et Françon dans un livre récent, les expériences de Brown et Twiss sur ce qu'on peut appeler les « interférences du quatrième ordre » ont montré que ces raisonnements, bien que purement classiques, sont entièrement valables malgré la structure quantique de la lumière. Cela se comprend aisément avec notre conception car les ondes de base, ayant un comportement classique, se superposent classiquement et c'est l'onde résultant de leur superposition qui guide les photons qu'elle transporte et qui détermine, par son intensité, leur répartition dans l'espace.

D'autre part, la réalisation des lasers a eu une grande importance théorique car les lasers fournissent, par émission stimulée, de très nombreux photons qui sont cohérents, ce qui signifie pour nous qu'ils sont en phase avec une même onde électromagnétique de base. L'onde fournie par un laser a donc en principe la même structure qu'une onde hertzienne et peut, par suite, exciter une cavité résonnante. Mais l'étude des lasers a mis en évidence un fait fondamental : tandis que les photons émis dans un laser par émission stimulée sont cohérents, les photons qu'il émet par émission spontanée sont incohérents et ont, par suite, le caractère d'un « bruit » parasite. Or, dans le célèbre raisonnement par lequel Albert Einstein, dès 1917, avait introduit les notions capitales d'émission stimulée et d'émission spontanée, rien n'indiquait cette différence. La raison me paraît en être qu'Einstein envisageait le cas du rayonnement noir où toutes les ondes sont incohérentes et où l'idée de cohérence ne peut donc pas entrer en jeu. Il est donc certain que le raisonnement d'Einstein, dans son application aux lasers, doit être complété par des considérations de cohérence.

Finalement, les conceptions que nous préconisons nous paraissent apporter les éléments nécessaires à une représentation claire et rationnelle de phénomènes dont la coexistence posent depuis longtemps aux physiciens des problèmes en apparence insolubles.

Tel est le texte de la Note que j'avais lue devant l'Académie des Sciences. Le but du présent Ouvrage est de reprendre les idées qui y sont développées en les précisant et en les développant car il nous paraît de plus en plus certain que seules des idées de ce genre permettront de remettre un peu de clarté dans les théories de la Physique quantique.

En terminant, je veux remercier M. Joaõ Luis Andrade e Silva de la précieuse collaboration qu'il m'apporte depuis plusieurs années et, en particulier, du bel exposé sur la théorie de l'effet Brown et Twiss qu'il a écrit à ma demande et qui forme le dernier chapitre du présent Ouvrage.

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES ET PHOTONS

INTRODUCTION.

LE GUIDAGE DU CORPUSCULE PAR L'ONDE ET LA THÉORIE SYNTHÉTIQUE DE LA DOUBLE SOLUTION.

1. But de l'Introduction.

Dans ces dernières années, j'ai écrit un assez grand nombre d'ouvrages et d'articles sur l'interprétation de la Mécanique ondulatoire que j'avais envisagée au moment de ma Thèse de Doctorat et que j'ai reprise depuis 1952. Je renvoie à ces écrits les lecteurs qui voudraient approfondir cette interprétation que j'ai pu récemment étendre et préciser de diverses façons (1).

Je n'en veux donner ici qu'une vue sommaire en insistant sur les idées plus que sur les calculs et sans m'arrêter aux questions de détail que j'ai étudiées dans mes livres.

2. Origine de la Mécanique ondulatoire.

Quand j'ai fait mes premières recherches sur la Mécanique ondulatoire, mon but était d'étendre à tous les corpuscules la coexistence des ondes et des corpuscules qu'Einstein avait mise en évidence en 1905 dans sa fameuse *Théorie des quanta de lumière*. Je voulais obtenir en fin de compte une image physique claire de la coexistence du corpuscule et de l'onde, mais mon premier travail fut d'associer au mouvement d'un corpuscule le mouvement d'une « onde associée ». J'envisageai donc le cas le plus simple : celui d'un corpuscule en mouvement rectiligne uniforme en

(1) Bibliographie [1] à [6].

l'absence de champ. Prenant la direction du mouvement comme axe des x, je parvins par des raisonnements qu'on trouve dans ma Thèse (1) à lui associer une onde qui, sous forme complexe, s'écrit

$$\Psi = a\, e^{2\pi i\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)}, \tag{1}$$

la fréquence ν et la longueur d'onde λ de l'onde étant reliées à l'énergie W et à la quantité de mouvement p du corpuscule par les formules bien connues

$$W = h\nu, \qquad \lambda = \frac{h}{p}. \tag{2}$$

Mais je pensais qu'il fallait finalement localiser le corpuscule dans l'onde, sans quoi l'idée même de corpuscule disparaîtrait. Aussi avais-je l'idée que l'amplitude constante a attribuée à la fonction d'onde n'était que provisoire et que seule la phase $\varphi = \nu t - \frac{x}{\lambda}$ était bien exacte. C'est la raison pour laquelle je nommais alors l'onde que j'introduisais, « l'onde de phase ». J'ai eu très vite à cette époque l'intuition que l'amplitude de l'onde, bien que presque partout constante, devait comporter une sorte de singularité avec valeur locale très élevée de l'amplitude et que cette très forte inhomogénéité, très étroitement localisée dans l'onde, devait constituer le corpuscule. Ceci me paraissait la seule manière d'obtenir une véritable image synthétique de la coexistence de l'onde et du corpuscule. Mais j'ai eu, dès le début, le tort de ne pas oser exprimer clairement l'idée que j'avais en tête et c'est là peut-être une des causes qui ont fait donner ensuite à la Mécanique ondulatoire une interprétation très différente qui, aujourd'hui, me paraît être inexacte et avoir pendant des années empêché les théoriciens de rechercher la véritable solution du problème.

Après le cas du mouvement rectiligne uniforme, j'avais étudié celui du mouvement d'un corpuscule dans un champ de force. Il en résultait que, du moins à l'approximation de l'optique géométrique, on peut écrire

$$\Psi = a\, e^{\frac{i}{\hbar}\varphi} \qquad \left(\hbar = \frac{h}{2\pi}\right), \tag{3}$$

l'amplitude a étant lentement variable, et qu'on avait

$$w = \frac{\partial\varphi}{\partial t}, \qquad \vec{p} = -\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\varphi. \tag{4}$$

On était ainsi amené à identifier le principe de Fermat appliqué à l'onde ou au principe de moindre action de Maupertuis appliqué au corpuscule.

(1) Bibliographie [7].

3. Premiers développements de la Mécanique ondulatoire.

Sans insister davantage sur les premières conséquences qu'on pouvait tirer de ma thèse, je rappellerai qu'au printemps de 1926, Schrödinger, dans de mémorables travaux, écrivait le premier l'équation des ondes de la Mécanique ondulatoire et en tirait de remarquables conséquences, notamment en ce qui concerne le calcul des états quantifiés des atomes. Je me bornerai à rappeler que l'équation d'ondes de Schrödinger pour une particule de masse m soumise à une force dérivant d'un potentiel V s'écrit

$$\Delta\Psi - \frac{2m}{\hbar^2}V\Psi = \frac{2im}{\hbar}\frac{\partial\Psi}{\partial t} \tag{5}$$

et que, peu de temps après les travaux de Schrödinger, divers théoriciens parvinrent à généraliser l'équation (5) en lui donnant la forme relativiste connue sous le nom d'équation de Klein-Gordon :

$$\Box\Psi - \frac{2i\varepsilon}{\hbar}V\frac{\partial\Psi}{\partial t} - \sum_{xyz}\frac{2i\varepsilon}{\hbar c}A_x\frac{\partial\Psi}{\partial x} + \frac{1}{\hbar^2}[m_0^2c^2 - \varepsilon^2(V^2 - A^2)]\Psi = 0, \tag{6}$$

où m_0 est la masse propre de la particule, ε sa charge électrique, c la vitesse de la lumière dans le vide, V et $\vec{A}$ le potentiel scalaire et le potentiel vecteur du champ électromagnétique auquel la particule est soumise. L'équation (5) peut être considérée comme la dégénérescence non relativiste de l'équation (6) et l'on sait aujourd'hui que l'équation (6) n'est valable que pour les particules de spin 0.

C'est alors que, primitivement sous l'influence de Max Born, on s'orienta vers une interprétation probabiliste de la Mécanique ondulatoire qui devait aboutir peu après à la théorie de la « complémentarité » développée par Niels Bohr et ses élèves. Une des conséquences de ce mouvement d'idées fut de donner à l'onde Ψ le caractère d'une simple représentation de probabilités. En particulier, la quantité $|\Psi|^2 = |a(x, y, z, t)|^2$ apparaissait dans ce formalisme comme la probabilité pour que le corpuscule manifeste sa présence par une action observable au point x, y, z au temps t sans que pour cela on maintienne l'idée d'une localisation constante du corpuscule dans l'espace. Mais, au fur et à mesure que cette interprétation se développait, je la voyais s'écarter de plus en plus des intuitions qui m'avaient primitivement guidé. Le corpuscule prenait un aspect fantomatique car l'on disait qu'avant de se manifester par une action locale, il était répandu « à l'état potentiel » dans toute l'étendue de son onde; quant à l'onde, elle n'était plus une véritable onde physique se propageant dans l'espace, mais un simple moyen mathématique de calculer des probabilités. Je voyais ainsi s'évanouir, dans le brouillard d'un formalisme correct mais obscur, les images concrètes et précises que j'avais espéré obtenir de la coexistence des ondes et des corpuscules.

4. Le guidage des corpuscules par l'onde.

Alarmé de voir ainsi disparaître la synthèse précise que je souhaitais, j'ai essayé, notamment pendant les années 1926-1927, d'opposer à l'interprétation de la Mécanique ondulatoire qui se développait alors une interprétation en accord avec mes intuitions primitives (¹). Pour atteindre ce but, j'avais utilisé les idées de M. Madelung qui venait de donner une représentation hydrodynamique de la propagation des ondes de la Mécanique ondulatoire. Cette représentation part de l'idée que, pour toutes les équations d'ondes utilisées en Mécanique ondulatoire et valables pour les différentes sortes de particules, il doit être possible de définir, à partir de la fonction d'ondes, une densité ρ et un flux $\rho\vec{v}$ (formant les quatre composantes d'un quadrivecteur d'espace-temps) tels que l'équation de continuité exprimant la conservation du fluide

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\rho\vec{v} = 0 \tag{7}$$

soit satisfaite en vertu des équations d'ondes. Bien entendu, on en déduit la valeur de $\vec{v}$, vitesse locale du fluide dont on fait correspondre l'écoulement à la propagation de l'onde. Pour l'équation de Schrödinger, on trouve avec $\Psi = a\,e^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$, où a et φ sont des fonctions réelles de x, y, z, t :

$$\rho = |\Psi|^2 = a^2, \qquad \vec{v} = -\frac{1}{m}\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,\varphi \tag{8}$$

et, pour l'équation de Klein-Gordon, on trouve dans le cas de l'absence de champ,

$$\vec{v} = -c^2\frac{\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,\varphi}{\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}} \tag{9}$$

qui se ramène à (8) à l'approximation newtonienne.

La représentation de Madelung faisait ainsi correspondre à la propagation de l'onde Ψ l'infinité des lignes de courant d'un écoulement hydrodynamique. Comme je tenais à rétablir la localisation du corpuscule dans l'espace sans laquelle aucune image précise du corpuscule ne peut être obtenue, j'étais naturellement amené à astreindre le corpuscule à suivre *l'une* des lignes de courant de l'écoulement hydrodynamique. J'imposais ainsi au corpuscule un mouvement entièrement déterminé.

Ayant admis ce postulat du guidage du corpuscule par l'onde, je pouvais voir que cela obligeait à admettre que le corpuscule est soumis, en dehors

(¹) Bibliographie [8].

de l'action des potentiels du type classique traduisant éventuellement l'action d'un champ extérieur, à un potentiel Q d'un type nouveau, « le potentiel quantique ». La force quantique $-\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,Q$ dérivant de ce potentiel traduirait l'existence d'une action que l'onde environnante exercerait sur le corpuscule, comme cela paraît nécessaire pour interpréter les phénomènes d'interférences et de diffraction dans une théorie qui admet la localisation constante du photon dans l'espace.

Dans le cas de l'équation d'ondes non relativiste de Schrödinger, le potentiel quantique a pour expression

$$Q = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\Delta a}{a}. \tag{10}$$

Dans le cas d'une particule sans spin obéissant à l'équation relativiste de Klein-Gordon, on trouve que le corpuscule a une masse propre M_0 variable suivant la position du corpuscule dans l'onde qui est donnée par

$$M_0 = \sqrt{m_0^2 + \frac{\hbar^2}{c^2}\frac{\Box a}{a}} \tag{11}$$

et, dans le système propre, c'est la grandeur $M_0 c^2$ dont le gradient changé de signe donne la force quantique. On peut donc alors poser

$$Q_0 = M_0 c^2 - m_0 c^2, \qquad Q = Q_0\sqrt{1-\beta^2}. \tag{12}$$

A l'approximation newtonienne où $\beta \ll 1$ et $\Box a \simeq -\Delta a$, ce potentiel se réduit à l'expression (10) comme on le vérifie aisément et l'on peut se contenter d'écrire

$$Q = M_0 c^2 - m_0 c^2. \tag{13}$$

5. Intervention du milieu subquantique.

L'une des conséquences intéressantes de l'hypothèse qui exprime le guidage du corpuscule par l'onde est la suivante : l'équation de continuité (7) suggère de considérer ρ comme la densité de probabilité de présence du corpuscule quand on ignore laquelle des lignes de courant il décrit. On retrouve ainsi la signification statistique attribuée à $|\Psi|^2$ par Born et la physique quantique actuelle. Cependant cette conséquence ne peut pas se déduire rigoureusement de l'équation (7) : il y a là une difficulté analogue à celle qu'on rencontre en Mécanique statistique quand on cherche à faire découler du théorème de Liouville l'affirmation que la probabilité de présence du point représentatif d'un système dans un élément $d\tau$ de l'extension-en-phase est proportionnelle à $d\tau$. Devenu très conscient de cette difficulté, j'ai vu dans ces dernières années qu'on ne pouvait la lever qu'en introduisant dans la théorie du guidage un élément aléatoire. Or cet élément aléatoire est fourni par une très intéressante hypothèse développée, il y a quinze ans, par MM. Bohm et Vigier (1) : ils ont, en effet, supposé que ce que nous nommons le « vide » est en réalité le siège d'un milieu caché « le milieu subquantique » qui serait en continuelle interaction aléatoire avec les particules du niveau microphysique. Si l'on admet cette hypothèse, on est amené à considérer les particules comme subissant constamment des perturbations aléatoires à caractère de fluctuations et ceci a permis à Bohm et Vigier de rendre compte de la réalisation très rapide de la répartition en $|\Psi|^2$ de la probabilité de présence. En approfondissant cette idée, j'ai été conduit à développer une Thermodynamique de la particule isolée, théorie entièrement nouvelle à laquelle j'ai consacré le plus récent de mes livres (2), mais c'est là un sujet assez compliqué qui sort du cadre du présent Ouvrage.

Je dois cependant remarquer que les perturbations dues au milieu subquantique faisant constamment sauter la particule d'une des trajectoires prévues par la théorie du guidage sur une autre, ces trajectoires ne donnent plus qu'une sorte de vue statistique moyenne du véritable mouvement de la particule. Dans ce qui suit, je ferai abstraction de cette circonstance et, pour simplifier le langage, je continuerai à considérer les trajectoires prévues par la théorie du guidage comme représentant le mouvement de la particule.

6. La vibration interne du corpuscule est toujours en phase avec celle de l'onde qui le porte.

Nous arrivons maintenant à un point de la théorie du guidage dont nous verrons plus loin l'importance dans le cas des photons.

Dès l'époque de ma thèse, j'avais été conduit à assimiler l'ensemble des valeurs locales d'une onde en propagation à l'ensemble de petites horloges entraînées par le mouvement de l'onde. Si, au sein de l'onde, le corpuscule reste constamment localisé, nous sommes amenés à nous le représenter comme une sorte de grosse horloge se déplaçant au milieu des petites horloges. Mais, comme la formule du guidage exprime que cette horloge est incorporée à l'onde et solidaire de sa progression, l'idée vient alors d'admettre que son indication doit rester constamment égale à celle des petites horloges qui l'entourent immédiatement. En d'autres termes, le corpuscule doit se déplacer de façon que son oscillation interne reste constamment en phase avec l'onde à laquelle il est incorporé.

Il est facile de voir que c'est bien là ce qu'exprime la formule du guidage. En effet, si le corpuscule se déplace de $d\vec{s}$ dans l'espace physique

(1) Bibliographie [9].
(2) Bibliographie [6].

pendant le temps dt, la persistance de l'accord de phase entre la vibration interne et l'onde environnante exige évidemment que

$$\frac{1}{h}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi\,\frac{d\vec{s}}{dt}\right)dt = \nu_c\,dt, \tag{14}$$

ν_c étant la fréquence cyclique interne du corpuscule telle qu'elle apparaît à un observateur lié au système où nous nous sommes placés. Si ν_0 est la fréquence interne du corpuscule dans son système propre, la fréquence de l'onde $\nu = \frac{1}{h}\frac{\partial\varphi}{\partial t}$ est égale à $\frac{\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ tandis que la fréquence ν_c est donnée par la formule de ralentissement des horloges $\nu_c = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}$ et, comme $h\nu = \frac{\partial\varphi}{\partial t}$, la formule (14) peut s'écrire

$$1 + \frac{\overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi\,.\,\vec{v}}{\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}} = \frac{\nu_c}{\nu} = 1-\beta^2 \tag{15}$$

et cette formule est précisément vérifiée si l'on y introduit l'expression (9) de la formule du guidage dont l'expression (8) se déduit à l'approximation newtonienne.

On peut d'ailleurs démontrer qu'on retrouve le même résultat quand le corpuscule se déplace dans un champ [1].

Le résultat obtenu apparaît comme tout naturel si l'on admet que le corpuscule n'est en réalité qu'une très petite région de l'onde où l'amplitude locale de cette onde prend une très grande valeur. Nous retrouverons ce point de vue au paragraphe suivant en introduisant la théorie de la double solution. On peut d'ailleurs se rendre compte que l'accord de phase entre le corpuscule et son onde doit subsister même si le corpuscule subit des perturbations aléatoires provenant du milieu subquantique de Bohm-Vigier. En effet, une telle perturbation aléatoire doit pouvoir être représentée en introduisant dans l'équation d'ondes un potentiel perturbateur de très courte durée et l'apparition de ce potentiel n'empêche pas le corpuscule de rester en phase avec l'onde localement perturbée : il en résulte que, lorsque le corpuscule passe très rapidement par suite d'une perturbation Bohm-Vigier d'une des trajectoires sur une autre, il se retrouve en accord de phase avec son onde sur la nouvelle trajectoire de guidage. On peut donc considérer la cohérence de phase entre le photon et son onde comme générale et permanente.

---

(1) *Voir* [6], p. 76.

7. La théorie de la double solution.

Les idées que nous venons de rappeler conduisent immédiatement à penser que l'onde Ψ usuellement envisagée en Mécanique ondulatoire avec son amplitude constante, ou du moins continûment variable, n'est pas la véritable onde physique à laquelle le corpuscule est incorporé. Celle-ci apparaît comme devant être plutôt une onde de très faible amplitude comportant une région de très petites dimensions où l'amplitude prend une très haute valeur. Pour distinguer cette onde de l'onde Ψ, appelons-la « l'onde u ». On peut la représenter schématiquement par la formule

$$u = u_0 + v, \tag{16}$$

où u_0 est un terme présentant une très grande valeur dans la région singulière qui constitue le corpuscule, mais qui s'évanouit très rapidement en dehors. Quant à v qu'on peut nommer « *l'onde de base* », elle représente l'onde très faible, mais relativement très étendue, qui porte le corpuscule. Il n'est pas certain que l'onde u obéisse aux équations *linéaires* usuelles de la Mécanique ondulatoire car des processus non linéaires importants peuvent s'introduire dans la région de très grande amplitude; mais pour la partie v de l'onde u dont l'amplitude est très faible, il est naturel d'admettre qu'elle obéit à une équation linéaire et, pour faire le raccord avec la théorie usuelle, il est nécessaire de supposer que l'onde de base v est sensiblement solution des équations usuelles de la Mécanique ondulatoire. Cependant l'onde v diffère profondément de l'onde Ψ à utilisation statistique; en effet, à mes yeux, c'est une onde physique concrète (représentée d'ailleurs par une fonction complexe, c'est-à-dire par l'ensemble de deux grandeurs réelles non indépendantes, nous reviendrons sur ce point dans le cas du photon); elle a donc une amplitude parfaitement déterminée et non pas arbitrairement normable comme celle de l'onde Ψ. Nous apercevons alors que nous sommes en présence de deux solutions très différentes d'une même équation d'ondes de la Mécanique ondulatoire : l'une, l'onde de base v, ayant les caractères d'une onde physique à propriétés classiques et l'autre, l'onde Ψ usuelle, qui est une onde fictive à amplitude normable à volonté et à usage statistique. Et c'est pourquoi j'avais donné naguère à cette conception nouvelle le nom de « théorie de la double solution ».

Remarquons alors qu'avec les conceptions de la théorie de la double solution, le corpuscule n'apparaissant plus que comme un accident très localisé dans la structure de l'onde u, l'accord de phase entre le corpuscule et l'onde devient, pour ainsi dire, nécessaire et évident.

Dans d'autres exposés, j'ai longuement expliqué la relation étroite qui existe entre les conceptions qui viennent d'être exposées et les idées d'Einstein sur la représentation des corpuscules par des « champs à bosse » (l'onde u est, en effet, un champ à bosse) et sur le caractère statistiquement exact, mais foncièrement incomplet, que les théories physiques actuellement admises nous offrent de la réalité physique. Je ne veux pas revenir ici sur ces questions, mais je voudrais préciser davantage la relation qui existe entre l'onde v à caractère physique et l'onde Ψ usuelle à caractère statistique.

8. La relation entre l'onde Ψ et l'onde v.

La formule du guidage, complétée par l'intervention des perturbations aléatoires d'origine subquantique, conduit à affirmer que la probabilité de présence du corpuscule dans un élément de volume $d\tau$ de l'espace physique est proportionnelle à $|v|^2\,d\tau$, du moins à l'approximation de l'équation de Schrödinger. Mais, comme l'amplitude de v est dans notre conception une amplitude physique qui a une valeur bien déterminée, nous n'avons ainsi obtenu qu'une probabilité en valeur relative et non en valeur absolue, car la probabilité totale de toutes les hypothèses possibles $\int |v|^2\,d\tau$ n'a aucune raison d'être égale à 1. C'est pour obtenir une probabilité en valeur absolue qu'on a été amené à introduire la fonction Ψ *normée* qui, à mon point de vue, doit donc être définie par

$$\Psi = Cv, \tag{17}$$

où C est un coefficient de normalisation choisi de façon à avoir

$$\int |\Psi|^2\,d\tau = 1.$$

Le point important à noter est que l'introduction du facteur de normalisation C dans (17) enlève en partie à l'onde Ψ le caractère d'onde physique que possède l'onde v. Sans doute, l'onde Ψ, étant d'après la définition (17) solution comme v de l'équation linéaire de propagation, se propage comme une onde physique et paraît susceptible de se réfléchir, de se diffracter et d'interférer. Mais elle ne possède plus les caractères d'additivité et de superposition que possèdent les ondes physiques solutions d'une équation linéaire telles que v.

Considérons, en effet, deux ondes v_1 et v_2 et introduisons les fonctions $\Psi_1 = C_1 v_1$ et $\Psi_2 = C_2 v_2$ qui leur correspondent. C_1 et C_2 seront définies respectivement par $\int C_1^2\,|v_1|^2\,d\tau = 1$ et par $\int C_2^2\,|v_2|^2\,d\tau = 1$. La superposition des ondes physiques v_1 et v_2 donne naissance à une onde $v = v_1 + v_2$ d'après les propriétés des ondes physiques solutions des équations de propagation linéaires. Or à l'onde de superposition $v = v_1 + v_2$, nous devons faire correspondre la fonction Ψ donnée par $\Psi = Cv$ avec $\int C^2 |v|^2 d\tau = \int C^2 |v_1 + v_2|^2 d\tau = 1$ et il est facile de voir que cette onde Ψ n'est pas égale à la somme $C_1 v_1 + C_2 v_2$ de Ψ_1 et de Ψ_2.

Ainsi, en raison de l'introduction d'un coefficient de normalisation dans le passage de l'onde v à l'onde Ψ, l'onde Ψ ne possède plus la propriété d'additivité qui caractérise les ondes physiques solutions d'équations de propagation linéaires. Ce fait signalé depuis bien longtemps par M. Dirac ne permet pas de considérer l'onde Ψ comme une onde physique. C'est parce que l'onde Ψ possède toutes les propriétés de propagation des ondes physiques, mais ne possède pas leur propriété d'additivité, qu'on a continuellement oscillé entre deux hypothèses : considérer l'onde Ψ comme une véritable onde physique pouvant déterminer des phénomènes observables comme la valeur des niveaux d'énergie quantifiée des atomes, l'apparition des franges d'interférences, etc., ou bien considérer l'onde Ψ comme un simple instrument mathématique servant à évaluer des probabilités. Mais dans cette seconde hypothèse qui paraît être celle qu'adopte la Mécanique quantique actuelle, il est impossible de comprendre comment une simple représentation de probabilités peut « provoquer » des phénomènes physiques observables. Ce mystère auquel on se heurte constamment dans l'interprétation purement probabiliste, actuellement admise, de la Mécanique ondulatoire, est entièrement éclairci si l'on distingue, comme nous l'avons fait, l'onde v réelle de l'onde Ψ fictive.

9. Remarque importante au sujet de la définition de la phase.

Il nous paraît important pour éviter toute confusion de bien préciser le point suivant. Nous sommes amenés à définir la phase φ de l'onde réelle v en posant $v = a\, e^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$ où a et φ sont des fonctions *réelles* de x, y, z, t. Cette phase est aussi, à une constante près, celle de l'onde $\Psi = Cv$ et le corpuscule se déplace dans l'onde de telle façon que la phase de sa vibration interne soit $\varphi(x, y, z, t)$ quand il se trouve au point x, y, z à l'instant t. Or, et c'est le point sur lequel je veux attirer l'attention, cette définition est absolument générale, et *ne suppose nullement qu'on ait affaire à une onde monochromatique plane.*

CHAPITRE I.

LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE DU PHOTON.

1. Idées et équations de base de la Mécanique ondulatoire du photon.

A partir de 1934, j'ai développé, sous le nom de Mécanique ondulatoire du photon, une théorie qui est, en somme, la théorie générale des particules de spin 1, mais qui est applicable au photon (cas particulier des particules de spin 1) si l'on attribue au terme de masse qui figure dans les équations une valeur extraordinairement petite.

La raison pour laquelle j'avais entrepris ce travail était non seulement de construire une théorie générale des particules fondée sur la méthode de « fusion » dont le principe paraît aujourd'hui se confirmer, mais aussi d'obtenir une forme de la théorie de Maxwell qui permette de définir pour le photon un quadrivecteur densité-flux et un tenseur énergie-impulsion analogues à ceux qu'on peut définir pour les autres particules dans les diverses formes de la Mécanique ondulatoire. Ainsi le photon serait tiré de son isolement et réintégré dans un cadre général de Mécanique ondulatoire applicable à toutes les particules. En effet, ayant conçu autrefois la Mécanique ondulatoire comme une généralisation naturelle de l'idée, introduite par Einstein dans sa théorie des quanta de lumière, d'une coexistence des ondes et des corpuscules dans la structure de la lumière, je n'ai jamais douté du fait que le photon ne doive rentrer comme cas particulier dans le cadre d'une représentation générale des particules par la Mécanique ondulatoire.

J'ai développé la Mécanique ondulatoire du photon à une époque où je ne cherchais pas à reprendre la théorie de la double solution, mais où je voulais montrer qu'en appliquant à la Mécanique ondulatoire du photon la méthode de seconde quantification, on retrouvait les principaux résultats de la théorie quantique des champs dont la vogue, à mon avis devenue ensuite très exagérée, commençait alors à s'affirmer. Les lecteurs désireux d'approfondir les résultats que j'ai alors obtenus dans cette direction pourront les trouver dans les deux volumes que j'ai publiés chez Hermann en 1940 et 1942 sous le titre, *Une nouvelle théorie* *de la lumière* et, sous une forme plus condensée, dans l'Ouvrage *Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs* publié chez Gauthier-Villars en 1949 et réédité en 1957 (¹). Mais aujourd'hui mes préoccupations sont très différentes car je cherche surtout à introduire dans la Mécanique ondulatoire du photon les conceptions de la théorie de la double solution en laissant de côté les lourds formalismes de la méthode de seconde quantification et de la théorie quantique des champs. C'est dans cette intention que je vais maintenant donner une vue sommaire des idées et des équations qui sont à la base de la Mécanique ondulatoire du photon.

En 1934, j'ai écrit les équations d'ondes de la particule « photon » sous la forme suivante :

$$(1)\qquad \begin{cases} -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \operatorname{rot}\vec{E}, & \operatorname{div}\vec{H} = 0, \\[2ex] \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \operatorname{rot}\vec{H} + k_0^2\vec{A}, & \operatorname{div}\vec{E} = -k_0^2 V. \end{cases}$$

Les équations (1) ne diffèrent des équations classiques de Maxwel que par l'adjonction aux équations de la seconde ligne des termes en k_0^2. La constante k_0 est définie par la relation $k_0 = \frac{1}{\hbar}\mu_0 c$ en fonction de la masse propre μ_0 du photon que, tout en reconnaissant qu'elle doit avoir une valeur extraordinairement petite (certainement inférieure à 10^{-45} g), je n'ai pas voulu considérer comme rigoureusement nulle.

Des équations (1), on déduit immédiatement la relation de Lorentz entre les potentiels

$$(2)\qquad \frac{1}{c}\frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{A} = 0$$

et, si l'on admet que toutes les composantes F de champ ou de potentiel obéissent à l'équation de Klein-Gordon :

$$(3)\qquad \Box F + k_0^2 F = 0$$

comme cela paraît naturel, on constate que les équations (1) entraînent aussi la définition classique des champs à partir des potentiels

$$(4)\qquad \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\operatorname{grad}}\, V, \qquad \vec{H} = \operatorname{rot}\vec{A}.$$

On voit qu'ici l'onde du photon est définie par l'ensemble des composantes de potentiel et de champ. Il n'y a rien là qui doive nous étonner

(¹) *Voir* Bibliographie [10] et [11].

puisque déjà dans la théorie de la particule de spin $\frac{1}{2}$ (électron de Dirac), la fonction d'onde est définie par quatre composantes Ψ_k obéissant à quatre équations aux dérivées partielles simultanées. Ici les dix grandeurs $A_x, \ldots, H_z$ obéissent aux 15 équations (1), (2) et (4). D'ailleurs, si l'on considère, comme nous allons être amenés à le faire, les potentiels comme étant des grandeurs physiques, on peut considérer l'onde du photon comme entièrement définie par les quatre granaeurs A_x, A_y, A_z et V soumis seulement à quatre équations indépendantes, celles de la seconde ligne de (1).

Nous remarquerons maintenant qu'il suffit de donner à la masse propre des équations (1) une valeur qui ne soit pas extraordinairement petite pour obtenir les équations générales de la particule de spin 1 telles qu'elles furent proposées en 1936 par Alexandre Proca. Je n'insisterai pas ici sur la façon dont j'avais primitivement obtenu les équations « maxwelliennes » (1)-(4) par la méthode de fusion : on la trouvera exposée dans les Ouvrages que j'ai cités plus haut.

Les champs et les potentiels qui figurent dans les équations (1), (2) et (4) sont des composantes de fonction d'onde et doivent par suite, nous reviendrons sur ce point, être considérées comme des grandeurs complexes. Comme elles doivent avoir les mêmes variances relativistes que les champs et les potentiels réels de la théorie électromagnétique classique, on peut les écrire sous la forme bien connue en théorie de la Relativité :

$$(5)\quad \left\{\begin{array}{c} \dfrac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\rho} + \dfrac{\partial F_{\nu\rho}}{\partial x_\mu} + \dfrac{\partial F_{\rho\mu}}{\partial x_\nu} = 0 \\ (\mu,\ \nu,\ \rho,\ \text{permutation paire des nombres } 1,\ 2,\ 3,\ 4), \\ \dfrac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = -\, k_0^2 A_\mu, \\ \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\nu} = 0, \qquad F_{\mu\nu} = \dfrac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} - \dfrac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}. \end{array}\right.$$

Remarquons que l'équation (3) applicable aux 10 composantes de potentiel et de champs montre que ces grandeurs peuvent se propager en ondes planes monochromatiques de la forme

$$a\, e^{i(kct - \vec{k}.\vec{r})},$$

les amplitudes a étant reliées entre elles par les équations (1) et les grandeurs k et $\vec{k}$ étant reliées par la relation

$$(6)\qquad k^2 = \left|\vec{k}\right|^2 + k_0^2.$$

Comme on doit poser

$$(7) \qquad k = \frac{1}{\hbar}\frac{W}{c}, \qquad \vec{k} = \frac{1}{\hbar}\vec{p}, \qquad k_0 = \frac{1}{\hbar}\mu_0 c,$$

on voit que la relation (6) n'est pas autre chose que la relation relativiste bien connue

$$(8) \qquad \frac{W^2}{c^2} = p^2 + m_0^2 c^2$$

entre l'énergie, la quantité de mouvement et la masse propre d'une particule libre.

Si μ_0^2 était nulle ou négligeable, on aurait $\square F = 0$, $k = |\vec{k}|$ et la propagation des ondes s'effectuerait toujours exactement avec la vitesse c : on voit ainsi que ce cas limite correspond bien à la théorie électromagnétique classique.

2. **Réalité physique des potentiels.**

Les termes en k_0^2 dans les équations du paragraphe 1 étant par hypothèse presque négligeables, on peut sensiblement confondre ces équations avec celles de Maxwell, du moins quand il n'est pas question d'ondes longitudinales, et c'est ce que nous ferons souvent dans ce qui suit. Quel intérêt y a-t-il alors à attribuer à la masse propre μ_0 une valeur extraordinairement petite plutôt qu'une valeur rigoureusement nulle ? L'intérêt de cette hypothèse vient non seulement de ce qu'elle permet de définir pour le photon, comme cela a lieu pour toutes les autres particules, un courant densité-flux, mais aussi de ce qu'elle oblige à attribuer aux potentiels électromagnétiques le caractère de réalités physiques contrairement à une sorte de dogme qui s'est introduit dans la Physique théorique contemporaine sous le nom d'invariance de jauge.

On a prétendu justifier l'hypothèse de l'invariance de jauge en affirmant que seuls les champs électromagnétiques produisent des effets observables et peuvent être considérés comme des réalités physiques. Les potentiels ne seraient alors que des intermédiaires de calcul servant à calculer les champs et l'on remarque que les formules (4) ne permettent de déterminer les potentiels qu'au gradient près d'une fonction arbitraire d'espace-temps. Mais, dès l'instant où l'on remplace les équations de Maxwell par les équations (1) où figure un terme de masse propre *aussi petit qu'on veut*, on est forcé de considérer les potentiels comme des grandeurs physiques ayant une valeur bien déterminée et, par suite, d'abandonner l'invariance de jauge.

Or, à l'heure actuelle, non seulement il commence à y avoir d'assez nettes indications en faveur d'une masse propre non nulle du photon, mais en plus il semble que nous possédions une preuve expérimentale du fait que les potentiels ont le caractère d'une grandeur physique. Cette preuve me paraît avoir été apportée par les expériences de M. Boersch et de ses collaborateurs faisant suite à un important travail théorique de MM. Aharonov et Bohm [1]. Sans vouloir discuter ici cette question d'une façon très approfondie, je voudrais en donner un rapide résumé.

L'expérience suggérée par Aharonov et Bohm et réalisée ensuite par Boersch et ses collaborateurs peut être schématisée comme il suit. Une onde électronique arrive au point A où elle se partage en deux pinceaux qui, après avoir suivi des trajets distincts 1 et 2, viennent se croiser en B et y interférer.

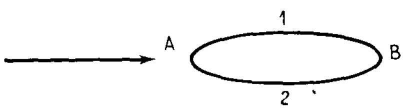

Fig. 1.

Si sur les trajets 1 et 2 il n'y a ni potentiels, ni champs, les interférences en B seront déterminées par la différence de phase

$$\delta\varphi_1 = \int_1 \vec{p}_1\, d\vec{s}_1 - \int_2 \vec{p}_2\, d\vec{s}_2.$$

Mais si sur les trajets 1 et 2 il existe des potentiels vecteurs $\vec{A}_1$ et $\vec{A}_2$, *mais pas de champs*, les interférences en B dépendent de la différence de phase $\delta\varphi_1 + \delta\varphi_2$ avec $\delta\varphi_2 = -\varepsilon\left(\int_1 \vec{A}_1\, d\vec{s}_1 - \int_2 \vec{A}_2\, d\vec{s}_2\right)$. Or Boersch a constaté que les interférences sont bien modifiées de cette façon, ce qui montre que les potentiels $\vec{A}_1$ et $\vec{A}_2$, même en l'absence de champs, influent sur les interférences et produisent ainsi un effet physique expérimentalement observable.

Certains partisans de l'invariance de jauge, ont fait remarquer que si l'on ajoute aux potentiels $\vec{A}_1$ et $\vec{A}_2$ le gradient d'une fonction arbitraire $F(x, y, z)$, rien n'est changé aux interférences. En effet, la différence de phase supplémentaire $\delta\varphi_3 = \int_1 \overrightarrow{\text{grad}}\, F\, d\vec{s}_1 - \int_2 \overrightarrow{\text{grad}}\, F\, d\vec{s}_2$ est nulle puisque

$$\int_1 \overrightarrow{\text{grad}}\, F\, d\vec{s}_1 = \int_2 \overrightarrow{\text{grad}}\, F\, d\vec{s}_2 = F(B) - F(A).$$

---

[1] Bibliographie [12] et [13].

On en conclut, ce qui est exact, que l'observation des interférences ne permet de déterminer $\vec{A}_1$ et $\vec{A}_2$ qu'à un gradient arbitraire près et ceci paraît sauvegarder l'invariance de jauge. Mais, si j'admets très bien cette conclusion, je ne puis pas croire qu'une grandeur qui influe sur un phénomène physique observable n'ait pas une valeur bien déterminée et cela même si le phénomène en question ne permet pas de déduire exactement cette valeur.

On peut d'ailleurs remarquer que, dans *tout* phénomène d'interférences, on pourrait ajouter aux phases des ondes qui interfèrent le gradient d'une fonction arbitraire sans que la prévision du phénomène en soit modifiée. Or je ne pense pas qu'il soit jamais venu à l'idée d'un physicien que la phase d'une onde lumineuse soit ainsi indéterminée et d'ailleurs dans le cas des ondes hertziennes dont la nature est identique à celle de la lumière et avec lesquelles on peut aussi obtenir des phénomènes d'interférences, il paraît certain que la phase de l'onde, déterminée par celle d'un courant alternatif dans une antenne d'émission, a une valeur bien déterminée.

Je pense donc que l'expérience de Boersch est, quoiqu'on en dise, très démonstrative et qu'elle justifie l'affirmation que les potentiels électromagnétiques soient de véritables grandeurs physiques à valeur définie. S'il en est bien ainsi, il en résulte, à l'opposé de ce qu'affirment les partisans de l'invariance de jauge, que les potentiels sont les grandeurs fondamentales dont tout le champ électromagnétique dérive et qu'on pourrait développer la théorie électromagnétique en n'introduisant que les potentiels comme nous l'avions indiqué plus haut.

En ce qui concerne certaines objections qu'on pourrait faire à l'hypothèse $\mu_0 \neq 0$, je renvoie à mes Ouvrages antérieurs [1].

3. Les grandeurs corpusculaires attachées au photon.

Pour les particules de spin o dont l'équation d'ondes est celle de Klein-Gordon et pour les particules de spin $\frac{1}{2}$ dont les équations d'onde sont celles de Dirac, on sait qu'il est possible de former un quadrivecteur densité-flux (avec $\rho_4 = \rho$, $\rho_1 = \rho v_x$, ...). Ce quadrivecteur correspond à l'aspect corpusculaire de la particule et nous avons vu comment, en utilisant l'image hydrodynamique de Madelung, on pouvait se servir de ce quadrivecteur pour définir le « guidage » de la particule et préciser ainsi son aspect de corpuscule en mouvement.

Or, dans la théorie électromagnétique, si l'on veut n'accorder aucune réalité physique aux potentiels, on ne peut pas définir de quadrivecteur

(1) *Voir* [11], chapitre V.

densité-flux et cela semble interdire de préciser l'aspect corpusculaire du photon. En effet, on ne dispose alors comme grandeurs ayant un sens physique que des six composantes du tenseur de champ $F_{\mu\nu}$, qui est antisymétrique de rang 2 et dont les six composantes distinctes sont celles du champ électrique et du champ magnétique, et à l'aide d'un tenseur de rang 2 on ne peut former par contraction et multiplication que des tenseurs de rang pair : il est donc impossible de faire apparaître ainsi un quadrivecteur de rang 1. Il en est différemment si l'on admet que les potentiels ont un sens physique car on dispose alors non seulement du tenseur $F_{\mu\nu}$ de rang 2 mais du quadrivecteur potentiel A_μ de rang 1, et il devient facile, par exemple par la simple opération de contraction $A_\mu F_{\mu\nu}$, de former un quadrivecteur densité-flux qui permettra de préciser l'aspect corpusculaire du photon et de définir son guidage par l'onde électromagnétique.

Pour obtenir des champs et des potentiels complexes de mes équations maxwelliennes un quadrivecteur densité-flux j_μ *réel*, j'ai été amené à définir celui-ci par la formule

$$j_\nu = \frac{i}{\hbar c}(A_\mu^* F_{\mu\nu} - F_{\mu\nu}^* A_\mu), \tag{9}$$

ce qui permet d'écrire les composantes de ce quadrivecteur sous la forme

$$\left\{\begin{aligned} j_4 &= \rho = \frac{i}{\hbar c}\left[\left(\vec{A}^*.\vec{E}\right) - \left(\vec{E}^*.\vec{A}\right)\right], \\ j_k &= \rho v_k = \frac{i}{\hbar}\left[\left(\vec{A}^*\wedge\vec{H}\right)_k + \left(\vec{H}^*\wedge\vec{A}\right)_k + V^* E_k - V E_k^*\right] \qquad (k = 1, 2, 3). \end{aligned}\right. \tag{10}$$

On vérifie d'ailleurs aisément à l'aide des équations (1) et de formules bien connues du calçul vectoriel qu'on a

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\rho\vec{v} = 0. \tag{11}$$

La densité $\rho(x, y, z, t)$ définit la probabilité de présence du photon au point x, y, z à l'instant t, tandis que la formule $v_k = \frac{\rho v_k}{\rho}$ définit à l'aide des grandeurs électromagnétiques le guidage du photon par le champ électromagnétique. On peut donc ainsi arriver à retrouver pour le photon une théorie du guidage analogue à celle qui est valable pour les autres corpuscules et à bien voir que la coexistence des photons et des ondes électromagnétiques n'est pas d'une nature différente de celle qui existe pour les autres particules, par exemple pour les électrons. J'ai déjà dit que j'en ai toujours été persuadé parce que la Mécanique ondulatoire est la fille de la théorie des quanta de lumière d'Einstein.

On peut également définir pour le photon un tenseur réel jouant le rôle de tenseur énergie-quantité de mouvement $T_{\mu\nu}$ en employant la formule tensorielle

$$(12) \qquad T_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\left[F^{\star}_{\mu\rho}\frac{\partial A_\rho}{\partial x_\nu} - A^{\star}_{\rho}\frac{\partial F_{\rho\mu}}{\partial x_\nu}\right] + \text{conj.} \qquad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4).$$

Le tenseur ainsi défini n'est pas symétrique, ce qui correspond au fait que, dans la théorie d'une particule douée de spin comme le photon, la vitesse n'est pas colinéaire de la quantité de mouvement : ce fait est bien connu et a été bien étudié en théorie de Dirac, notamment par M. Costa de Beauregard.

Pour une onde monochromatique où toutes les grandeurs dépendent du temps par l'exponentielle $e^{2\pi i\nu t}$, on a

$$(13) \qquad T_{44} = \frac{2\pi i\nu}{c}\left[\vec{E}^{\star}.\vec{A} - \vec{A}^{\star}.\vec{E}\right] = \frac{i}{\hbar c}W\left[\vec{E}^{\star}.\vec{A} - \vec{A}^{\star}.\vec{E}\right],$$

d'où pour la densité d'énergie $w = -T_{44}$:

$$(14) \qquad w = -T_{44} = \rho W$$

comme cela devait être.

On peut vérifier que les équations de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement

$$(15) \qquad \frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\mu} = 0 \qquad (\nu = 1, 2, 3, 4)$$

sont bien vérifiées. Elles résultent d'ailleurs facilement du schéma lagrangien général dans lequel on peut faire rentrer la théorie (1).

J'avais aussi introduit en Mécanique ondulatoire du photon un deuxième tenseur énergie-quantité de mouvement $\mathfrak{M}_{\mu\nu}$ qui, lui, est symétrique. Les expressions des composantes de ce deuxième tenseur sont données dans mes Ouvrages précédemment cités. Je me contenterai d'écrire la suivante :

$$(16) \qquad \mathfrak{M}_{44} = |E|^2 + |H|^2 + k_0^2(|A|^2 + |V|^2).$$

Pour une onde plane monochromatique, les deux tenseurs T et $\mathfrak{M}$ coïncident et l'on a $T_{\mu\nu} = \mathfrak{M}_{\mu\nu}$. Pour une superposition d'ondes planes monochromatiques (ce qui exclut le cas des champs électromagnétiques qui entourent une charge électrique et, en particulier, celui du champ coulombien), les tenseurs T et $\mathfrak{M}$ sont seulement intégralement équivalents, ce qui veut dire qu'on a

$$(17) \qquad \int T_{\mu\nu}\, d\tau = \int \mathfrak{M}_{\mu\nu}\, d\tau.$$

---

(1) *Voir* Bibliographie [11].

La formule (16) montre (surtout quand on néglige le terme en k_0^2) la parenté du tenseur $\mathcal{M}_{\mu\nu}$ avec le tenseur classique de Maxwell $M_{\mu\nu}$. Cependant ils ne sont pas identiques car les $\mathcal{M}_{\mu\nu}$ sont formés avec les grandeurs *réelles* de la théorie de Maxwell tandis que les $M_{\mu\nu}$ sont formées à l'aide des grandeurs complexes de la Mécanique ondulatoire du photon. L'étude des relations entre les trois tenseurs $T_{\mu\nu}$, $\mathcal{M}_{\mu\nu}$ et $M_{\mu\nu}$ est très intéressante, mais nous ne l'aborderons pas ici. Mais seul le tenseur $T_{\mu\nu}$ traduit, d'une façon générale, l'aspect corpusculaire du photon.

Pour être complet, je mentionnerai encore qu'on peut en Mécanique ondulatoire du photon, comme dans la théorie de l'électron de Dirac, définir un pseudo-quadrivecteur dont les trois composantes d'espace forment un vecteur $\vec{\sigma}$ définissant la densité de spin. L'expression de ce vecteur est

$$\vec{\sigma} = \frac{1}{c}\left[\vec{E}^* \wedge \vec{A} - \vec{A}^* \wedge \vec{E} + V^*\vec{H} + V\vec{H}^*\right]. \tag{18}$$

4. Étude des ondes planes monochromatiques.

Dans toutes les formes de la Mécanique ondulatoire l'étude des ondes planes monochromatiques est particulièrement importante parce que ces ondes (qui en toute rigueur ne sont jamais réalisées) correspondent aux mouvements rectilignes et uniformes.

Nous allons poser par abréviation :

$$P = e^{i(kct - \vec{k}.\vec{r})}, \tag{19}$$

où k, $\vec{k}$ et k_0 sont définies par les formules (7) et satisfont à la relation (6). Pour une valeur donnée de k et de $\vec{k}$, nous trouvons trois solutions indépendantes des équations (1), $\mathcal{D}$, $\mathcal{G}$ et $\mathcal{L}$ qui sont :

$$\mathcal{D}\left\{\begin{array}{lll} A_x - iA_y = C_1 P, & E_x - iE_y = -ikC_1 P, & H_x - iH_y = -i\left|\vec{k}\right| C_1 P, \\ A_x + iA_y = 0. & E_x + iE_y = 0, & H_x + iH_y = 0, \\ & V = 0, & \end{array}\right.$$

$$\mathcal{G}\left\{\begin{array}{lll} A_x - iA_y = 0, & E_x - iE_y = 0, & H_x - iH_y = 0, \\ A_x + iA_y = C_2 P, & E_x + iE_y = -ikC_2 P, & H_x + iH_y = -i\left|\vec{k}\right| C_2 P, \\ & V = 0; & \end{array}\right.$$

$$\mathcal{L}\left\{\begin{array}{l} A_z = C_3 P, \qquad V = C_3 \dfrac{\left|\vec{k}\right|}{k} P, \qquad E_z = -i\dfrac{k_0^2}{k} C_3 P, \\ \text{Toutes les autres grandeurs nulles,} \end{array}\right.$$

C_1, C_2 et C_3 étant des constantes indépendantes.

Le sens de ces ondes électromagnétiques est le suivant :

1° $\mathcal{D}$ est une onde transversale circulaire droite;

2° $\mathcal{G}$ est une onde transversale circulaire gauche;

3° $\mathcal{L}$ est une onde longitudinale.

k_0 étant extrêmement petit, l'onde $\mathcal{L}$ comporte un champ électrique longitudinal E_z extrêmement petit tandis que les potentiels A_z et V sont presque égaux. Si k_0 était nul, E_z serait nulle et l'onde se réduirait aux deux potentiels égaux A_z et V : cette onde de potentiel est bien connue dans la théorie classique de Maxwell, mais quand on admet l'invariance de jauge, elle doit être considérée comme inexistante puisque les potentiels n'ont pas alors de réalité physique.

Il est facile de voir que les ondes $\mathcal{D}$, $\mathcal{G}$ et $\mathcal{L}$ correspondent aux trois valeurs possibles du spin dans la direction de propagation. Le photon étant une particule de spin $\frac{h}{2\pi}$, la composante du spin le long de Oz peut avoir l'une des trois valeurs $\pm\frac{h}{2\pi}$ et o. D'après la formule (18), la composante σ_z de la densité de spin a pour valeur

$$(20)\qquad \sigma_z = \frac{1}{c}[E_x^* A_y - E_y^* A_x + V^* H_z] + \text{conj.}$$

$$= \frac{1}{2ic}[(E_x + iE_y)^*(A_x + iA_y) - (E_x - iE_y)^*(A_x - iA_y)]$$

car H_z est toujours nul. Cette expression de σ_z montre immédiatement : 1° que σ_z est nul pour les ondes $\mathcal{L}$; 2° que σ_z est négatif pour les ondes $\mathcal{D}$ et positif pour les ondes $\mathcal{G}$. Nous en concluons que l'onde longitudinale $\mathcal{L}$ correspond à une composante z du spin qui est nulle tandis que l'onde circulaire gauche $\mathcal{G}$ a une composante z de spin égale à $+\frac{h}{2\pi}$ et que l'onde circulaire droite $\mathcal{D}$ a une composante z de spin égale à $-\frac{h}{2\pi}$. Ces résultats établissent une relation très satisfaisante entre l'état de polarisation et la valeur du spin.

Nous pouvons aussi calculer à partir des formules (9) et (10) l'expression de la densité ρ et du flux $\rho\vec{v}$ pour les ondes $\mathcal{D}$, $\mathcal{G}$ et $\mathcal{L}$. L'expression (9) de ρ peut s'écrire

$$(21)\qquad \rho = \frac{i}{\hbar c}\Big[\frac{1}{2}\{(A_x + iA_y)^*(E_x + iE_y)$$

$$+ (A_x - iA_y)^*(E_x - iE_y)\} + A_z^* E_z\Big] + \text{conj.},$$

ce qui nous donne :

$$(22)\quad \left\{\begin{array}{lll} \text{pour l'onde } \mathcal{D} : & \rho = \frac{2k}{\hbar c}\,|\,C_1\,|^2, \\ \quad » \quad » \quad \mathcal{G} : & \rho = \frac{2k}{\hbar c}\,|\,C_2\,|^2, \\ \quad » \quad » \quad \mathcal{L} : & \rho = \frac{2}{\hbar c}\,\frac{k_0^2}{k}\,|\,C_3\,|^2. \end{array}\right.$$

De même, on trouve d'après l'expression générale (10) des j_k pour les trois types d'ondes $\mathcal{D}$, $\mathcal{G}$ et $\mathcal{L}$:

$$(23)\qquad j_x = j_y = 0, \qquad j_z = \rho c \frac{|\vec{k}|}{k} = \rho \frac{pc^2}{W} = \rho v$$

car, en Mécanique ondulatoire relativiste, la vitesse v d'un corpuscule porté par une onde plane monochromatique est $v = \frac{pc^2}{W}$. Le vecteur flux de composantes j_x, j_y, j_z correspond donc bien au flux d'un fluide fictif de densité ρ s'écoulant avec la vitesse v dans la direction z comme on devait s'y attendre.

Naturellement, par une superposition convenable des ondes circulaire droite et circulaire gauche $\mathcal{D}$ et $\mathcal{G}$, on peut obtenir les ondes rectilignement polarisées à angle droit :

$$(24)\quad \left\{\begin{array}{lll} A_x = (C_1 + C_2)P, & E_x = -ik(C_1 + C_2)P, & H_y = -i\,|\vec{k}|\,(C_1 + C_2)P; \\ A_y = (C_1 - C_2)P, & E_y = -ik(C_1 - C_2)P, & H_x = -i\,|\vec{k}|\,(C_1 - C_2)P, \end{array}\right.$$

où les constantes $C_1 + C_2$ et $C_1 - C_2$ sont indépendantes et l'on pourrait reprendre pour ces ondes des calculs analogues à ceux qui viennent d'être faits pour les ondes circulaires.

Il est important de remarquer que les formules obtenues sont infiniment voisines de celles que fournirait la théorie de Maxwell classique en raison de la petitesse de k_0 et coïncideraient avec elles si k_0 était nul. Notre théorie, tout en permettant d'introduire des idées nouvelles, reste infiniment voisine de celle de Maxwell.

5. **Définition des champs classiques et des champs complémentaires.**

Les dix grandeurs électromagnétiques, composantes des potentiels et des champs, qui figurent dans nos équations (1), doivent être considérées comme essentiellement complexes comme le sont toutes les fonctions d'onde de la Mécanique ondulatoire. Nous verrons au chapitre suivant qu'elles doivent être considérées comme définissant l'onde de base v des photons.

Comme toute grandeur complexe, l'une quelconque F des dix grandeurs complexes électromagnétiques peut être décomposée en deux grandeurs réelles a et φ ou F_1 et F_2 par les formules

$$F = a\, e^{i\varphi}, \qquad F = F_1 + i F_2. \tag{25}$$

La première formule (25) définit l'amplitude a et la phase φ de F, la seconde définit la partie réelle $\mathrm{R}(F) = F_1$ et la partie imaginaire $\mathcal{I}(F) = F_2$ de la grandeur F.

Des raisons qu'on trouvera exposées dans mes anciens livres sur la théorie du photon m'avaient conduit à penser qu'à la grandeur complexe F, on devait faire correspondre la grandeur $F + F^*$ pour représenter l'action des photons sur la matière électrisée. En m'inspirant de cette idée, mais en adoptant une définition légèrement différente qui me paraît préférable, j'admettrai ici que les grandeurs électromagnétiques classiques, solutions *réelles* des équations (1), qui correspondent à l'onde de base v des photons doivent être assimilées aux grandeurs $\mathrm{R}(F) = F_1$. Cette hypothèse jette un pont entre la théorie classique qui utilise toujours des grandeurs réelles et la Mécanique ondulatoire du photon qui utilise des fonctions d'onde complexes.

Mais, si les véritables grandeurs fondamentales définissant l'onde v du photon sont les grandeurs F complexes, on doit penser que leur partie imaginaire $\mathcal{I}(F) = F_2$ doit aussi avoir une signification et un rôle à jouer. Nous nommerons cette grandeur, qui n'intervient pas dans la théorie classique, le champ (ou le potentiel) « complémentaire ». Nous tenterons au chapitre IV de préciser la signification du champ complémentaire.

En Électrotechnique et en Optique classique, on effectue très souvent les calculs en remplaçant les grandeurs électromagnétiques réelles par les quantités complexes dont elles sont la partie réelle. Mais il semble que, dans l'esprit de ceux qui emploient ce mode de calcul, il ne soit qu'un artifice commode et que seule la partie réelle des grandeurs complexes utilisées ait une existence physique. Néanmoins certains auteurs semblent attribuer un certain caractère de réalité physique aux grandeurs complexes qu'ils emploient, ce qui implique l'intervention du champ complémentaire défini ci-dessus (¹). Il semble donc que l'emploi et la signification physique des grandeurs électromagnétiques complexes soient déjà suggérées par certaines méthodes usuelles en Physique classique. Mais, dans notre théorie qui identifie le champ électromagnétique à l'onde v de la théorie de la double solution pour les photons, les potentiels et les champs sont essentiellement complexes et la signification du champ complémentaire devient importante à préciser.

(¹) *Voir* par exemple dans le livre de MM. Maréchal et Françon [14] l'emploi de la notion d'hélicité.

6. La décomposition de Gordon et la Dynamique du guidage.

Nous allons maintenant donner un exposé d'ensemble de la Dynamique du guidage pour les particules de spin o, $\frac{1}{2}$ et 1 en unité $\frac{h}{2\pi}$.

1° *Particule de spin* o (*équation de Klein-Gordon*). — La quantité de mouvement est alors définie par

$$p_\mu = -\partial_\mu \varphi, \tag{26}$$

avec $\Psi = a\,e^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$ et l'on peut aussi écrire

$$p_\mu = M_0 c u_\mu = -\partial_\mu \varphi, \tag{27}$$

avec $M_0 c^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + \hbar^2 c^2 \frac{\Box a}{a}}$. La Dynamique du corpuscule est alors définie par l'équation

$$\begin{aligned}\frac{dp_\mu}{ds} &= \frac{d}{ds}(M_0 c u_\mu) = u^\nu \partial_\nu (M_0 c u_\mu) \\ &= u^\nu \partial_\mu (M_0 c u_\nu) + u^\nu [\partial_\nu (M_0 c u_\mu) - \partial_\mu (M_0 c u_\nu)].\end{aligned} \tag{28}$$

Le dernier terme est nul car le crochet est égal,

$$\partial_\nu p_\mu - \partial_\mu p_\nu = -\partial_\nu \partial_\mu \varphi + \partial_\mu \partial_\nu \varphi = 0.$$

Or, on a $u^\nu u_\nu = -1$ et par suite $u^\nu \partial_\mu (M_0 c u_\nu) = -\partial_\mu (M_0 c)$ et l'équation (28) devient

$$\frac{d}{ds}(M_0 c u_\mu) = \frac{d}{ds} p_\mu = -\partial_\mu (M_0 c) \tag{29}$$

qui, à l'approximation newtonienne, donne avec $Q = M_0 c^2 - m_0 c^2$:

$$\frac{d}{dt}\left(M_0 \vec{v}\right) = -\overrightarrow{\text{grad}}\,(M_0 c^2) = -\overrightarrow{\text{grad}}\,Q, \tag{30}$$

Q étant le potentiel quantique. En Thermodynamique cachée des particules, un état du corpuscule où la masse propre variable est M_0 correspond à l'entropie $S = S_0 - k\frac{M_0 c^2}{m_0 c^2}$ (*voir* [6], p. 94). Or pour une onde plane monochromatique on vérifie que $M_0 = m_0$ et que, par suite, l'onde plane monochromatique (ou les trains d'ondes qui lui sont assimilables) est un état d'entropie maximale.

2° *Particule de spin* $\frac{1}{2}$ *(équations de Dirac)* [1]. — Nous poserons $\Psi_k = a_k e^{\frac{i}{\hbar}\varphi_k}$ avec $k = 1, 2, 3, 4$. La décomposition de Gordon nous donne

$$j_\mu = \rho_0 u_\mu = j_\mu^{(1)} + j_\mu^{(2)}, \tag{31}$$

avec

$$\left\{\begin{aligned} j_\mu^{(1)} &= -\frac{1}{m_0 c}\sum_k a_k^+ \partial_\mu \varphi_k a_k = -\frac{1}{m_0 c}\overline{\partial_\mu \varphi}\,\Omega_1; \\ j_\mu^{(2)} &= \frac{\hbar}{2 m_0 c}\sum_k \partial_\nu (a_k^+ i\gamma_\mu \gamma_\nu a_k); \end{aligned}\right. \tag{32}$$

avec

$$a_k^+ = a_k^\star \gamma_4, \qquad \overline{\partial_\mu \varphi} = \frac{\sum_k a_k^+ \partial_\mu \varphi_k a_k}{\sum_k a_k^+ a_k}, \qquad \Omega_1 = \sum_k a_k^+ a_k.$$

Les deux invariants de la théorie de Dirac sont

$$\Omega_1 = \sum_k a_k^+ a_k, \qquad \Omega_2 = \sum_k a_k^+ \gamma_5 a_k \qquad \text{avec} \quad \gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 \tag{33}$$

et les formules de Pauli-Kofink donnent

$$\rho_0 = -j^\mu j_\mu = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}. \tag{34}$$

On est ainsi amené à définir la masse propre variable M_0 par la formule

$$M_0 = \frac{m_0 \rho_0}{\Omega_1} = m_0 \sqrt{1 + \frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2}}, \tag{35}$$

de sorte que M_0 a sa valeur minimale $M_0 = m_0$ pour l'onde plane monochromatique et que celle-ci correspond encore à un maximum de l'entropie.

Pour la quantité de mouvement de guidage, on trouve alors

$$p_\mu = M_0 c u_\mu = M_0 c \frac{j_\mu}{\rho_0} = -\overline{\partial_\mu \varphi} + P_\mu, \tag{36}$$

en posant

$$P_\mu = \frac{\hbar}{2 m_0} \frac{\sum_k \partial_\nu (a_k^+ i \gamma_\mu \gamma_\nu a_k)}{\Omega_1}. \tag{37}$$

---

[1] *Voir* [1], p. 198 et suiv.

Si la particule est soumise à un champ électromagnétique extérieur, il faut ajouter à l'expression un terme dépendant des potentiels électromagnétiques. On retrouve aisément l'équation (28) où, pour la même raison que précédemment, le premier terme du dernier membre est égal à $-\partial_\mu(M_0 c)$, mais ici le terme entre crochets n'est pas nul et il reste

$$\frac{d}{ds}p_\mu = \frac{d}{ds}(M_0 c u_\mu) = -\partial_\mu(M_0 c) + u^\nu[\partial_\nu p_\mu - \partial_\mu p_\nu]. \tag{38}$$

3° *Cas du photon et des particules de spin* 1 (*équations maxwelliennes*). — En Mécanique ondulatoire de photon, on utilise le quadrivecteur complexe « potentiel électromagnétique » A_μ et le tenseur antisymétrique complexe de rang 2 « champ électromagnétique » qui satisfont aux équations

$$F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu; \qquad \partial_\mu A_\mu = 0 \tag{39}$$

et il est naturel de poser $A_\mu = a_\mu e^{\frac{i}{\hbar}\varphi_\mu}$ avec a_μ et φ_μ réels. On admet alors pour le quadrivecteur courant-densité la définition

$$j_\nu = \rho_0 u_\nu = \frac{i}{\hbar c}(A^{\mu\star}F_{\mu\nu} - \text{conj.}) = \frac{i}{\hbar c}[A^{\mu\star}(\partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu) - \text{conj.}], \tag{40}$$

où u_ν est le quadrivecteur « vitesse d'univers » de la particule et où ρ_0 est la densité propre.

Posons

$$|a|^2 = \sum_\sigma a^\sigma a_\sigma = |A|^2 - |V|^2; \qquad \overline{\partial_\nu\varphi} = \frac{\sum_\mu a^\mu \partial_\nu \varphi_\mu a_\mu}{|a|^2}. \tag{41}$$

Nous voyons que $\overline{\partial_\nu\varphi}$ est la valeur moyenne de $\partial_\nu\varphi_\mu$ prises sur les quatre composantes du potentiel avec les poids $a^\mu a_\mu$ alors que le $\overline{\partial_\mu\varphi}$ de la formule (36) était la valeur moyenne de $\partial_\nu\varphi_k$ prise sur les quatre composantes du Ψ de Dirac avec les poids $a_k^+ a_k$.

Dans la formule (40), les termes $\frac{i}{\hbar c}[A^{\mu\star}\partial_\nu A_\mu - \text{conj.}]$ nous donnent $-\frac{2|a|^2}{\hbar^2 c}\overline{\partial_\nu\varphi}$. D'autre part, en vertu de la seconde équation (39), on peut remplacer $A^{\mu\star}\partial_\mu A_\nu$ par $\partial_\mu(A^{\mu\star}A_\nu) = \partial_\mu\left(a_\mu a_\nu e^{\frac{i}{\hbar}(\varphi_\nu - \varphi_\mu)}\right)$ et l'on obtient finalement

$$j_\nu = \rho_0 u_\nu = -\frac{2|a|^2}{\hbar^2 c} + \frac{2}{\hbar c}\partial_\mu\left[a_\mu a_\nu \sin\frac{\varphi_\mu - \varphi_\nu}{\hbar}\right]. \tag{42}$$

Le premier terme de (42) correspond au premier terme de la décomposition de Gordon (32) pour l'électron avec substitution de l'invariant $|a|^2$ à l'invariant $\Psi^+\Psi$. Le second terme de (42) est un terme de spin qui correspond au second terme de la décomposition (32) de Gordon pour l'électron. La vitesse u_ν définit dans le cas du photon le guidage de celui-ci par l'onde électromagnétique.

En adoptant l'expression (40) de j_ν, on est conduit à définir la masse propre variable du photon par la formule

$$M_0 = \frac{\hbar^2 \rho_0}{2\,|a|^2} = -\frac{\hbar^2 \rho_0}{2\,A^\nu A_\nu} \tag{43}$$

qui, pour une onde plane monochromatique, se réduit à la très petite masse propre M_0 que j'attribue au photon. On trouve alors pour la composante $M_0 c u_\nu$ de quadrivecteur impulsion-énergie :

$$p_\nu = M_0 c u_\nu = -\overline{\partial_\nu \varphi} + \frac{\hbar}{|a|^2}\partial_\mu\left[a_\mu a_\nu \sin\frac{\varphi_\mu - \varphi_\nu}{\hbar}\right]. \tag{44}$$

Ici encore nous pouvons écrire l'équation (28) qui nous fournira comme équation de la Dynamique du guidage pour le photon :

$$\frac{d}{ds}(M_0 c u_\nu) = -\partial_\nu(M_0 c) + u^\mu[\partial_\mu(M_0 c u_\nu) - \partial_\nu(M_0 c u_\mu)], \tag{45}$$

équation dans laquelle les valeurs de M_0 et de $p_\nu = M_0 c u_\nu$ sont définies par les équations (43) et (44) en fonction des grandeurs électromagnétiques.

Dans le cas de la particule de spin $\frac{1}{2}$, nous avions obtenu la formule (35) qui montrait immédiatement que l'entropie de l'onde plane monochromatique est maximale. Cherchons à établir pour le photon une formule analogue à (35). Pour cela, posons

$$\rho_0 = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}, \tag{46}$$

avec

$$\Omega_1 = -\frac{2\mu_0}{\hbar^2} A_\nu A^\nu = \frac{2\mu_0}{\hbar^2}(|A|^2 - |V|^2),$$

Ω_2 étant un autre invariant que nous expliciterons plus loin. Il vient alors, d'après (43) et (46) :

$$M_0 = \frac{\hbar^2}{2}\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}\,\frac{2\mu_0}{\hbar^2}\,\frac{1}{\Omega_1} = \mu_0\sqrt{1 + \frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2}}, \tag{47}$$

formule semblable à la formule (35) pour l'électron, mais avec des valeurs différentes de Ω_1 et Ω_2.

L'invariant Ω_2 est défini à l'aide de Ω_1 et de la valeur (42) de j_ν par

$$\Omega_2^2 = -j^\nu j_\nu - \Omega_1^2 = \rho_0^2 - \Omega_1^2. \tag{48}$$

Or, pour une onde plane monochromatique, on trouve

$$\rho_0 = \frac{2\mu_0 \mid a \mid^2}{\hbar^2} = \frac{2\mu_0}{\hbar^2}[\mid A \mid^2 - \mid V \mid^2] \tag{49}$$

et, par suite, $\Omega_2 = 0$. Dans ce cas, d'après (47), M_0 prend la valeur minimale μ_0 et la définition de l'entropie dans la Thermodynamique cachée des particules montre que les ondes planes monochromatiques (ou plutôt les groupes d'ondes qui leur sont assimilables) correspondent à un maximum de l'entropie.

La Dynamique du guidage du photon mériterait certainement d'être davantage développée [1].

---

[1] La théorie que nous venons de développer dans ce chapitre s'applique uniquement aux photons dans le vide ou dans les milieux matériels de propriétés optiques assimilables à celles du vide. Pour des milieux matériels réfringents ou dispersifs, la théorie devrait être reprise et généralisée. *Voir* à ce sujet [26].