

**ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES  
ET  
PHOTONS**

\*

## OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

---

Volumes in-8 (16-25)

**La Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules.** (*Collection de Physique mathématique*. Fasc. V.) 2<sup>e</sup> édition. VI-224 pages; 1950. Broché. Cartonné.

**Problèmes de propagations guidées des ondes électromagnétiques.** 2<sup>e</sup> édition. VIII-120 pages, 14 figures; 1951.

**La théorie des particules de spin 1/2 (électrons de Dirac).** 164 pages; 1952.

**La Physique quantique restera-t-elle indéterministe ?** Suivi d'une contribution de M. J.-P. Vigier. (*Les Grands problèmes des Sciences*. Fasc. I.) VII-113 pages, 4 figures; 1953.

**Théorie générale des particules à spin.** (*Méthode de fusion*.) 2<sup>e</sup> édition revue et corrigée. VI-210 pages, 7 figures; 1954.

**Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire.** *La Théorie de la double solution.* VII-297 pages, 20 figures; 1956.

**La théorie de la mesure en Mécanique ondulatoire. Interprétation usuelle et interprétation causale.** (*Les Grands problèmes des Sciences*. Fasc. VII.) VI-130 pages, 7 figures; 1957.

**Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs.** 2<sup>e</sup> édition revue et corrigée. VI-208 pages; 1957. Cartonné.

**Éléments de théorie des quanta et de Mécanique ondulatoire.** (*Traité de Physique théorique et de Physique mathématique*. Fasc. III.) 2<sup>e</sup> édition revue et corrigée. VIII-303 pages, 31 figures; 1959.

**Introduction à la nouvelle théorie des particules** de M. J.-P. Vigier et ses collaborateurs. XX-108 pages; 1961.

**Étude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire.** (*Traité de Physique théorique et de Physique mathématique*. Fasc. XXI.) X-99 pages, 8 figures; 1963.

**La Thermodynamique de la particule isolée (ou Thermodynamique cachée des particules).** (*Les Grands problèmes des Sciences*. Fasc. XVII.) VI-126 pages, figures; 1964.

---

**ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES  
ET  
PHOTONS**

PAR

**Louis de BROGLIE**

de l'Académie française  
Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences

gv

PARIS  
GAUTHIER-VILLARS ÉDITEUR  
1968

© Gauthier-Villars, 1968.

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction, par tous procédés  
y compris la photographie et le microfilm réservés pour tous pays.

---

## PRÉFACE

---

Pour faire comprendre le but que j'ai poursuivi en rédigeant ce petit Ouvrage, je ne puis mieux faire que de reproduire ici en guise de préface la Note que j'ai lue à l'Académie des Sciences le 22 juin 1964. En voici le texte (¹) :

La théorie des masers et des lasers attire de nouveau très vivement l'attention sur la nature des ondes électromagnétiques. Il est certain que toutes les ondes électromagnétiques transportent des photons. La chose est depuis longtemps bien établie pour la lumière et le fonctionnement des masers ne permet plus d'en douter en ce qui concerne les ondes hertziennes. Un problème difficile et capital se pose alors. Quand une onde hertzienne vient agir sur le système oscillant d'un récepteur (circuit oscillant, antenne, cavité résonnante, etc.), la description de l'interaction de l'onde avec le récepteur peut se faire d'une façon parfaite à l'aide des équations de Maxwell, même pour les ondes millimétriques, et l'on peut dire que, jusqu'à ces dernières années, les radioélectriciens pouvaient ignorer complètement la structure « photonique » des rayonnements qu'ils utilisaient. Cependant, il est bien certain que l'énergie recueillie par le récepteur lui est délivrée d'une façon discontinue, ce qui n'est aucunement contenu dans les équations de Maxwell. C'est à mes yeux le devoir des théoriciens de la Physique d'arriver à donner une image claire et précise de la façon dont peuvent se concilier la validité des équations de Maxwell et l'existence des photons.

Je me crois aujourd'hui en mesure d'aborder la solution de ce problème en utilisant la tentative de réinterprétation de la Mécanique ondulatoire que, partant des idées qui m'avaient guidé à l'époque de ma thèse de doctorat (1924), j'ai repris depuis une douzaine d'années sous

---

(¹) *C. R. Acad. Sc.*, t. 258, 1964, p. 6345.

le nom de théorie de la double solution. Je ne ferai ici que rappeler le principe de cette théorie sans entrer dans tous les développements que j'ai pu lui donner. L'image que j'adopte, d'une façon générale, pour représenter la liaison d'un corpuscule et de son onde associée est la suivante : l'onde serait un phénomène physique d'une extrêmement petite amplitude qui se propagerait suivant les équations d'ondes de la Mécanique ondulatoire, mais cette onde de base comporterait une très petite région où son amplitude atteindrait une valeur très élevée, région qui constituerait le corpuscule. Le corpuscule se trouvant ainsi incorporé à l'onde serait guidé par la propagation de celle-ci et, point essentiel qui se trouvait déjà dans ma thèse, son mouvement serait tel que sa vibration interne resterait constamment en phase avec l'onde.

Si l'on applique cette conception générale au cas particulier de l'onde électromagnétique, on est amené, je l'ai montré dans un travail récent, à assimiler l'onde de base à une onde électromagnétique classique, mais de très faible amplitude, obéissant aux équations de Maxwell. Les photons étant des bosons qui peuvent se grouper sur une même onde, cette très faible onde électromagnétique de base peut comporter à titre d'accidents locaux de sa structure un grand nombre de photons dont les vibrations internes sont en phase avec elle.

Revenons maintenant au problème de l'action d'une onde hertzienne sur un récepteur. L'onde porteuse de photons a une amplitude si faible qu'elle ne peut mettre en oscillation un récepteur d'une façon sensible. Mais chaque photon qui agit sur le récepteur lui communique une impulsion brusque et, comme la vibration des photons est en phase avec l'onde qui les transporte, les impulsions rythmées qu'ils apportent au récepteur suffisent à le mettre en état d'oscillation régulière. En somme, l'action de photons sur un circuit oscillant serait la même que si celui-ci recevait une onde hertzienne de même phase que la très faible onde de base, mais ayant une amplitude beaucoup plus grande, et l'on voit bien ici la très grande importance de l'hypothèse que la vibration interne des corpuscules est toujours en phase avec l'onde qui les porte. Si cette conception est exacte, l'excitation d'un récepteur par une onde hertzienne présenterait une grande analogie avec la technique des transmissions par impulsions : dans cette technique, en effet, on envoie sur le récepteur non pas la totalité de la sinusoïde correspondant à l'oscillation qu'on veut lui imposer, mais seulement de petits morceaux de cette sinusoïde et, si ces « échantillons » arrivent en nombre suffisant par période, le récepteur se met à osciller comme s'il recevait la sinusoïde tout entière. Concevoir de cette façon la mise en oscillation

d'un récepteur par une onde hertzienne me paraît la seule manière de résoudre le problème difficile et capital dont j'ai parlé au début de cette Note.

Dans le cas de la lumière, les photons fournis par les sources lumineuses usuelles sont émis indépendamment par les atomes de la source sur des trains d'ondes incohérents. Mais si la source est assez intense et de dimensions très petites, la théorie classique des ondes a conduit les spécialistes de l'optique à définir une quasi-cohérence due à la superposition, pendant un temps très court par rapport à leur durée d'émission, des trains d'ondes émis par les différents points de la source. Comme l'ont fait remarquer MM. Maréchal et Françon dans un livre récent, les expériences de Brown et Twiss sur ce qu'on peut appeler les « interférences du quatrième ordre » ont montré que ces raisonnements, bien que purement classiques, sont entièrement valables malgré la structure quantique de la lumière. Cela se comprend aisément avec notre conception car les ondes de base, ayant un comportement classique, se superposent classiquement et c'est l'onde résultant de leur superposition qui guide les photons qu'elle transporte et qui détermine, par son intensité, leur répartition dans l'espace.

D'autre part, la réalisation des lasers a eu une grande importance théorique car les lasers fournissent, par émission stimulée, de très nombreux photons qui sont cohérents, ce qui signifie pour nous qu'ils sont en phase avec une même onde électromagnétique de base. L'onde fournie par un laser a donc en principe la même structure qu'une onde hertzienne et peut, par suite, exciter une cavité résonnante. Mais l'étude des lasers a mis en évidence un fait fondamental : tandis que les photons émis dans un laser par émission stimulée sont cohérents, les photons qu'il émet par émission spontanée sont incohérents et ont, par suite, le caractère d'un « bruit » parasite. Or, dans le célèbre raisonnement par lequel Albert Einstein, dès 1917, avait introduit les notions capitales d'émission stimulée et d'émission spontanée, rien n'indiquait cette différence. La raison me paraît en être qu'Einstein envisageait le cas du rayonnement noir où toutes les ondes sont incohérentes et où l'idée de cohérence ne peut donc pas entrer en jeu. Il est donc certain que le raisonnement d'Einstein, dans son application aux lasers, doit être complété par des considérations de cohérence.

Finalement, les conceptions que nous préconisons nous paraissent apporter les éléments nécessaires à une représentation claire et rationnelle de phénomènes dont la coexistence posent depuis longtemps aux physiciens des problèmes en apparence insolubles.

Tel est le texte de la Note que j'avais lue devant l'Académie des Sciences. Le but du présent Ouvrage est de reprendre les idées qui y sont développées en les précisant et en les développant car il nous paraît de plus en plus certain que seules des idées de ce genre permettront de remettre un peu de clarté dans les théories de la Physique quantique.

En terminant, je veux remercier M. Joaõ Luis Andrade e Silva de la précieuse collaboration qu'il m'apporte depuis plusieurs années et, en particulier, du bel exposé sur la théorie de l'effet Brown et Twiss qu'il a écrit à ma demande et qui forme le dernier chapitre du présent Ouvrage.

---

# ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES ET PHOTONS

---

## INTRODUCTION.

LE GUIDAGE DU CORPUSCULE  
PAR L'ONDE ET LA THÉORIE SYNTHÉTIQUE  
DE LA DOUBLE SOLUTION.

---

### 1. But de l'Introduction.

Dans ces dernières années, j'ai écrit un assez grand nombre d'ouvrages et d'articles sur l'interprétation de la Mécanique ondulatoire que j'avais envisagée au moment de ma Thèse de Doctorat et que j'ai reprise depuis 1952. Je renvoie à ces écrits les lecteurs qui voudraient approfondir cette interprétation que j'ai pu récemment étendre et préciser de diverses façons (¹).

Je n'en veux donner ici qu'une vue sommaire en insistant sur les idées plus que sur les calculs et sans m'arrêter aux questions de détail que j'ai étudiées dans mes livres.

### 2. Origine de la Mécanique ondulatoire.

Quand j'ai fait mes premières recherches sur la Mécanique ondulatoire, mon but était d'étendre à tous les corpuscules la coexistence des ondes et des corpuscules qu'Einstein avait mise en évidence en 1905 dans sa fameuse *Théorie des quanta de lumière*. Je voulais obtenir en fin de compte une image physique claire de la coexistence du corpuscule et de l'onde, mais mon premier travail fut d'associer au mouvement d'un corpuscule le mouvement d'une « onde associée ». J'envisageai donc le cas le plus simple : celui d'un corpuscule en mouvement rectiligne uniforme en

---

(¹) Bibliographie [1] à [6].

l'absence de champ. Prenant la direction du mouvement comme axe des  $x$ , je parvins par des raisonnements qu'on trouve dans ma Thèse (<sup>1</sup>) à lui associer une onde qui, sous forme complexe, s'écrit

$$(1) \quad \Psi = a e^{2\pi i \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)},$$

la fréquence  $\nu$  et la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde étant reliées à l'énergie  $W$  et à la quantité de mouvement  $p$  du corpuscule par les formules bien connues

$$(2) \quad W = h\nu, \quad \lambda = \frac{h}{p}.$$

Mais je pensais qu'il fallait finalement localiser le corpuscule dans l'onde, sans quoi l'idée même de corpuscule disparaîtrait. Aussi avais-je l'idée que l'amplitude constante  $a$  attribuée à la fonction d'onde n'était que provisoire et que seule la phase  $\varphi = \nu t - \frac{x}{\lambda}$  était bien exacte. C'est la raison pour laquelle je nommais alors l'onde que j'introduisais, « l'onde de phase ». J'ai eu très vite à cette époque l'intuition que l'amplitude de l'onde, bien que presque partout constante, devait comporter une sorte de singularité avec valeur locale très élevée de l'amplitude et que cette très forte inhomogénéité, très étroitement localisée dans l'onde, devait constituer le corpuscule. Ceci me paraissait la seule manière d'obtenir une véritable image synthétique de la coexistence de l'onde et du corpuscule. Mais j'ai eu, dès le début, le tort de ne pas oser exprimer clairement l'idée que j'avais en tête et c'est là peut-être une des causes qui ont fait donner ensuite à la Mécanique ondulatoire une interprétation très différente qui, aujourd'hui, me paraît être inexacte et avoir pendant des années empêché les théoriciens de rechercher la véritable solution du problème.

Après le cas du mouvement rectiligne uniforme, j'avais étudié celui du mouvement d'un corpuscule dans un champ de force. Il en résultait que, du moins à l'approximation de l'optique géométrique, on peut écrire

$$(3) \quad \Psi = a e^{\frac{i\varphi}{\hbar}} \quad \left( \hbar = \frac{h}{2\pi} \right),$$

l'amplitude  $a$  étant lentement variable, et qu'on avait

$$(4) \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \vec{p} = -\nabla \varphi.$$

On était ainsi amené à identifier le principe de Fermat appliqué à l'onde ou au principe de moindre action de Maupertuis appliqué au corpuscule.

(<sup>1</sup>) Bibliographie [7].

### 3. Premiers développements de la Mécanique ondulatoire.

Sans insister davantage sur les premières conséquences qu'on pouvait tirer de ma thèse, je rappellerai qu'au printemps de 1926, Schrödinger, dans de mémorables travaux, écrivait le premier l'équation des ondes de la Mécanique ondulatoire et en tirait de remarquables conséquences, notamment en ce qui concerne le calcul des états quantifiés des atomes. Je me bornerai à rappeler que l'équation d'ondes de Schrödinger pour une particule de masse  $m$  soumise à une force dérivant d'un potentiel  $V$  s'écrit

$$(5) \quad \Delta\Psi - \frac{2m}{\hbar^2} V\Psi = \frac{2im}{\hbar} \frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

et que, peu de temps après les travaux de Schrödinger, divers théoriciens parvinrent à généraliser l'équation (5) en lui donnant la forme relativiste connue sous le nom d'équation de Klein-Gordon :

$$(6) \quad \square\Psi - \frac{2i\varepsilon}{\hbar} V \frac{\partial\Psi}{\partial t} - \sum_{x,y,z} \frac{2i\varepsilon}{\hbar c} A_x \frac{\partial\Psi}{\partial x} + \frac{1}{\hbar^2} [m_0^2 c^2 - \varepsilon^2 (V^2 - A^2)] \Psi = 0,$$

où  $m_0$  est la masse propre de la particule,  $\varepsilon$  sa charge électrique,  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide,  $V$  et  $\vec{A}$  le potentiel scalaire et le potentiel vecteur du champ électromagnétique auquel la particule est soumise. L'équation (5) peut être considérée comme la dégénérescence non relativiste de l'équation (6) et l'on sait aujourd'hui que l'équation (6) n'est valable que pour les particules de spin 0.

C'est alors que, primitivement sous l'influence de Max Born, on s'orienta vers une interprétation probabiliste de la Mécanique ondulatoire qui devait aboutir peu après à la théorie de la « complémentarité » développée par Niels Bohr et ses élèves. Une des conséquences de ce mouvement d'idées fut de donner à l'onde  $\Psi$  le caractère d'une simple représentation de probabilités. En particulier, la quantité  $|\Psi|^2 = |a(x, y, z, t)|^2$  apparaissait dans ce formalisme comme la probabilité pour que le corpuscule manifeste sa présence par une action observable au point  $x, y, z$  au temps  $t$  sans que pour cela on maintienne l'idée d'une localisation constante du corpuscule dans l'espace. Mais, au fur et à mesure que cette interprétation se développait, je la voyais s'écartier de plus en plus des intuitions qui m'avaient primitivement guidé. Le corpuscule prenait un aspect fantomatique car l'on disait qu'avant de se manifester par une action locale, il était répandu « à l'état potentiel » dans toute l'étendue de son onde; quant à l'onde, elle n'était plus une véritable onde physique se propageant dans l'espace, mais un simple moyen mathématique de calculer des probabilités. Je voyais ainsi s'évanouir, dans le brouillard d'un formalisme correct mais obscur, les images concrètes et précises que j'avais espéré obtenir de la coexistence des ondes et des corpuscules.

#### 4. Le guidage des corpuscules par l'onde.

Alarmé de voir ainsi disparaître la synthèse précise que je souhaitais, j'ai essayé, notamment pendant les années 1926-1927, d'opposer à l'interprétation de la Mécanique ondulatoire qui se développait alors une interprétation en accord avec mes intuitions primitives (<sup>1</sup>). Pour atteindre ce but, j'avais utilisé les idées de M. Madelung qui venait de donner une représentation hydrodynamique de la propagation des ondes de la Mécanique ondulatoire. Cette représentation part de l'idée que, pour toutes les équations d'ondes utilisées en Mécanique ondulatoire et valables pour les différentes sortes de particules, il doit être possible de définir, à partir de la fonction d'ondes, une densité  $\rho$  et un flux  $\rho \vec{v}$  (formant les quatre composantes d'un quadrivecteur d'espace-temps) tels que l'équation de continuité exprimant la conservation du fluide

$$(7) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0$$

soit satisfaite en vertu des équations d'ondes. Bien entendu, on en déduit la valeur de  $\vec{v}$ , vitesse locale du fluide dont on fait correspondre l'écoulement à la propagation de l'onde. Pour l'équation de Schrödinger, on trouve avec  $\Psi = a e^{\frac{i}{\hbar} \varphi}$ , où  $a$  et  $\varphi$  sont des fonctions réelles de  $x, y, z, t$  :

$$(8) \quad \rho = |\Psi|^2 = a^2, \quad \vec{v} = -\frac{i}{m} \overrightarrow{\operatorname{grad}} \varphi$$

et, pour l'équation de Klein-Gordon, on trouve dans le cas de l'absence de champ,

$$(9) \quad \vec{v} = -c^2 \frac{\overrightarrow{\operatorname{grad}} \varphi}{\partial \varphi / \partial t}$$

qui se ramène à (8) à l'approximation newtonienne.

La représentation de Madelung faisait ainsi correspondre à la propagation de l'onde  $\Psi$  l'infinité des lignes de courant d'un écoulement hydrodynamique. Comme je tenais à rétablir la localisation du corpuscule dans l'espace sans laquelle aucune image précise du corpuscule ne peut être obtenue, j'étais naturellement amené à astreindre le corpuscule à suivre *l'une* des lignes de courant de l'écoulement hydrodynamique. J'imposais ainsi au corpuscule un mouvement entièrement déterminé.

Ayant admis ce postulat du guidage du corpuscule par l'onde, je pouvais voir que cela obligeait à admettre que le corpuscule est soumis, en dehors

(1) Bibliographie [8].

de l'action des potentiels du type classique traduisant éventuellement l'action d'un champ extérieur, à un potentiel  $Q$  d'un type nouveau, « le potentiel quantique ». La force quantique —  $\overrightarrow{\text{grad}} Q$  dérivant de ce potentiel traduirait l'existence d'une action que l'onde environnante exerce sur le corpuscule, comme cela paraît nécessaire pour interpréter les phénomènes d'interférences et de diffraction dans une théorie qui admet la localisation constante du photon dans l'espace.

Dans le cas de l'équation d'ondes non relativiste de Schrödinger, le potentiel quantique a pour expression

$$(10) \quad Q = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta a}{a}.$$

Dans le cas d'une particule sans spin obéissant à l'équation relativiste de Klein-Gordon, on trouve que le corpuscule a une masse propre  $M_0$  variable suivant la position du corpuscule dans l'onde qui est donnée par

$$(11) \quad M_0 = \sqrt{m_0^2 + \frac{\hbar^2}{c^2} \frac{\square a}{a}}$$

et, dans le système propre, c'est la grandeur  $M_0 c^2$  dont le gradient changé de signe donne la force quantique. On peut donc alors poser

$$(12) \quad Q_0 = M_0 c^2 - m_0 c^2, \quad Q = Q_0 \sqrt{1 - \beta^2}.$$

A l'approximation newtonienne où  $\beta \ll 1$  et  $\square a \simeq -\Delta a$ , ce potentiel se réduit à l'expression (10) comme on le vérifie aisément et l'on peut se contenter d'écrire

$$(13) \quad Q = M_0 c^2 - m_0 c^2.$$

## 5. Intervention du milieu subquantique.

L'une des conséquences intéressantes de l'hypothèse qui exprime le guidage du corpuscule par l'onde est la suivante : l'équation de continuité (7) suggère de considérer  $\rho$  comme la densité de probabilité de présence du corpuscule quand on ignore laquelle des lignes de courant il décrit. On retrouve ainsi la signification statistique attribuée à  $|\Psi|^2$  par Born et la physique quantique actuelle. Cependant cette conséquence ne peut pas se déduire rigoureusement de l'équation (7) : il y a là une difficulté analogue à celle qu'on rencontre en Mécanique statistique quand on cherche à faire découler du théorème de Liouville l'affirmation que la probabilité de présence du point représentatif d'un système dans un élément  $d\tau$  de l'extension-en-phase est proportionnelle à  $d\tau$ . Devenu très conscient de cette difficulté, j'ai vu dans ces dernières années qu'on ne pouvait la lever qu'en introduisant dans la théorie du

guidage un élément aléatoire. Or cet élément aléatoire est fourni par une très intéressante hypothèse développée, il y a quinze ans, par MM. Bohm et Vigier (<sup>1</sup>) : ils ont, en effet, supposé que ce que nous nommons le « vide » est en réalité le siège d'un milieu caché « le milieu subquantique » qui serait en continue interaction aléatoire avec les particules du niveau microphysique. Si l'on admet cette hypothèse, on est amené à considérer les particules comme subissant constamment des perturbations aléatoires à caractère de fluctuations et ceci a permis à Bohm et Vigier de rendre compte de la réalisation très rapide de la répartition en  $|\Psi|^2$  de la probabilité de présence. En approfondissant cette idée, j'ai été conduit à développer une Thermodynamique de la particule isolée, théorie entièrement nouvelle à laquelle j'ai consacré le plus récent de mes livres (<sup>2</sup>), mais c'est là un sujet assez compliqué qui sort du cadre du présent Ouvrage.

Je dois cependant remarquer que les perturbations dues au milieu subquantique faisant constamment sauter la particule d'une des trajectoires prévues par la théorie du guidage sur une autre, ces trajectoires ne donnent plus qu'une sorte de vue statistique moyenne du véritable mouvement de la particule. Dans ce qui suit, je ferai abstraction de cette circonstance et, pour simplifier le langage, je continuerai à considérer les trajectoires prévues par la théorie du guidage comme représentant le mouvement de la particule.

## **6. La vibration interne du corpuscule est toujours en phase avec celle de l'onde qui le porte.**

Nous arrivons maintenant à un point de la théorie du guidage dont nous verrons plus loin l'importance dans le cas des photons.

Dès l'époque de ma thèse, j'avais été conduit à assimiler l'ensemble des valeurs locales d'une onde en propagation à l'ensemble de petites horloges entraînées par le mouvement de l'onde. Si, au sein de l'onde, le corpuscule reste constamment localisé, nous sommes amenés à nous le représenter comme une sorte de grosse horloge se déplaçant au milieu des petites horloges. Mais, comme la formule du guidage exprime que cette horloge est incorporée à l'onde et solidaire de sa progression, l'idée vient alors d'admettre que son indication doit rester constamment égale à celle des petites horloges qui l'entourent immédiatement. En d'autres termes, le corpuscule doit se déplacer de façon que son oscillation interne reste constamment en phase avec l'onde à laquelle il est incorporé.

Il est facile de voir que c'est bien là ce qu'exprime la formule du guidage. En effet, si le corpuscule se déplace de  $d\vec{s}$  dans l'espace physique

(<sup>1</sup>) Bibliographie [9].

(<sup>2</sup>) Bibliographie [6].

pendant le temps  $dt$ , la persistance de l'accord de phase entre la vibration interne et l'onde environnante exige évidemment que

$$(14) \quad \frac{i}{\hbar} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} \varphi \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} \right) dt = \nu_c dt,$$

$\nu_c$  étant la fréquence cyclique interne du corpuscule telle qu'elle apparaît à un observateur lié au système où nous nous sommes placés. Si  $\nu_0$  est la fréquence interne du corpuscule dans son système propre, la fréquence de l'onde  $\nu = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$  est égale à  $\frac{\nu_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$  tandis que la fréquence  $\nu_c$  est donnée par la formule de ralentissement des horloges  $\nu_c = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$  et, comme  $\hbar \nu = \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ , la formule (14) peut s'écrire

$$(15) \quad 1 + \frac{\overrightarrow{\text{grad}} \varphi \cdot \vec{v}}{\frac{\partial \varphi}{\partial t}} = \frac{\nu_c}{\nu} = 1 - \beta^2$$

et cette formule est précisément vérifiée si l'on y introduit l'expression (9) de la formule du guidage dont l'expression (8) se déduit à l'approximation newtonienne.

On peut d'ailleurs démontrer qu'on retrouve le même résultat quand le corpuscule se déplace dans un champ (1).

Le résultat obtenu apparaît comme tout naturel si l'on admet que le corpuscule n'est en réalité qu'une très petite région de l'onde où l'amplitude locale de cette onde prend une très grande valeur. Nous retrouverons ce point de vue au paragraphe suivant en introduisant la théorie de la double solution. On peut d'ailleurs se rendre compte que l'accord de phase entre le corpuscule et son onde doit subsister même si le corpuscule subit des perturbations aléatoires provenant du milieu subquantique de Bohm-Vigier. En effet, une telle perturbation aléatoire doit pouvoir être représentée en introduisant dans l'équation d'ondes un potentiel perturbateur de très courte durée et l'apparition de ce potentiel n'empêche pas le corpuscule de rester en phase avec l'onde localement perturbée : il en résulte que, lorsque le corpuscule passe très rapidement par suite d'une perturbation Bohm-Vigier d'une des trajectoires sur une autre, il se retrouve en accord de phase avec son onde sur la nouvelle trajectoire de guidage. On peut donc considérer la cohérence de phase entre le photon et son onde comme générale et permanente.

---

(1) Voir [6], p. 76.

### 7. La théorie de la double solution.

Les idées que nous venons de rappeler conduisent immédiatement à penser que l'onde  $\Psi$  usuellement envisagée en Mécanique ondulatoire avec son amplitude constante, ou du moins continûment variable, n'est pas la véritable onde physique à laquelle le corpuscule est incorporé. Celle-ci apparaît comme devant être plutôt une onde de très faible amplitude comportant une région de très petites dimensions où l'amplitude prend une très haute valeur. Pour distinguer cette onde de l'onde  $\Psi$ , appelons-la « l'onde  $u$  ». On peut la représenter schématiquement par la formule

$$(16) \quad u = u_0 + v,$$

où  $u_0$  est un terme présentant une très grande valeur dans la région singulière qui constitue le corpuscule, mais qui s'évanouit très rapidement en dehors. Quant à  $v$  qu'on peut nommer « *l'onde de base* », elle représente l'onde très faible, mais relativement très étendue, qui porte le corpuscule. Il n'est pas certain que l'onde  $u$  obéisse aux équations linéaires usuelles de la Mécanique ondulatoire car des processus non linéaires importants peuvent s'introduire dans la région de très grande amplitude; mais pour la partie  $v$  de l'onde  $u$  dont l'amplitude est très faible, il est naturel d'admettre qu'elle obéit à une équation linéaire et, pour faire le raccord avec la théorie usuelle, il est nécessaire de supposer que l'onde de base  $v$  est sensiblement solution des équations usuelles de la Mécanique ondulatoire. Cependant l'onde  $v$  diffère profondément de l'onde  $\Psi$  à utilisation statistique; en effet, à mes yeux, c'est une onde physique concrète (représentée d'ailleurs par une fonction complexe, c'est-à-dire par l'ensemble de deux grandeurs réelles non indépendantes, nous reviendrons sur ce point dans le cas du photon); elle a donc une amplitude parfaitement déterminée et non pas arbitrairement normable comme celle de l'onde  $\Psi$ . Nous apercevons alors que nous sommes en présence de deux solutions très différentes d'une même équation d'ondes de la Mécanique ondulatoire : l'une, l'onde de base  $v$ , ayant les caractères d'une onde physique à propriétés classiques et l'autre, l'onde  $\Psi$  usuelle, qui est une onde fictive à amplitude normable à volonté et à usage statistique. Et c'est pourquoi j'avais naguère à cette conception nouvelle le nom de « théorie de la double solution ».

Remarquons alors qu'avec les conceptions de la théorie de la double solution, le corpuscule n'apparaissant plus que comme un accident très localisé dans la structure de l'onde  $u$ , l'accord de phase entre le corpuscule et l'onde devient, pour ainsi dire, nécessaire et évident.

Dans d'autres exposés, j'ai longuement expliqué la relation étroite qui existe entre les conceptions qui viennent d'être exposées et les idées d'Einstein sur la représentation des corpuscules par des « champs

à bosse » (l'onde  $v$  est, en effet, un champ à bosse) et sur le caractère statistiquement exact, mais foncièrement incomplet, que les théories physiques actuellement admises nous offrent de la réalité physique. Je ne veux pas revenir ici sur ces questions, mais je voudrais préciser davantage la relation qui existe entre l'onde  $v$  à caractère physique et l'onde  $\Psi$  usuelle à caractère statistique.

### 8. La relation entre l'onde $\Psi$ et l'onde $v$ .

La formule du guidage, complétée par l'intervention des perturbations aléatoires d'origine subquantique, conduit à affirmer que la probabilité de présence du corpuscule dans un élément de volume  $d\tau$  de l'espace physique est proportionnelle à  $|v|^2 d\tau$ , du moins à l'approximation de l'équation de Schrödinger. Mais, comme l'amplitude de  $v$  est dans notre conception une amplitude physique qui a une valeur bien déterminée, nous n'avons ainsi obtenu qu'une probabilité en valeur relative et non en valeur absolue, car la probabilité totale de toutes les hypothèses possibles  $\int |v|^2 d\tau$  n'a aucune raison d'être égale à 1. C'est pour obtenir une probabilité en valeur absolue qu'on a été amené à introduire la fonction  $\Psi$  normée qui, à mon point de vue, doit donc être définie par

$$(17) \quad \Psi = C v,$$

où  $C$  est un coefficient de normalisation choisi de façon à avoir

$$\int |\Psi|^2 d\tau = 1.$$

Le point important à noter est que l'introduction du facteur de normalisation  $C$  dans (17) enlève en partie à l'onde  $\Psi$  le caractère d'onde physique que possède l'onde  $v$ . Sans doute, l'onde  $\Psi$ , étant d'après la définition (17) solution comme  $v$  de l'équation linéaire de propagation, se propage comme une onde physique et paraît susceptible de se réfléchir, de se diffracter et d'interférer. Mais elle ne possède plus les caractères d'additivité et de superposition que possèdent les ondes physiques solutions d'une équation linéaire telles que  $v$ .

Considérons, en effet, deux ondes  $v_1$  et  $v_2$  et introduisons les fonctions  $\Psi_1 = C_1 v_1$  et  $\Psi_2 = C_2 v_2$  qui leur correspondent.  $C_1$  et  $C_2$  seront définies respectivement par  $\int C_1^2 |v_1|^2 d\tau = 1$  et par  $\int C_2^2 |v_2|^2 d\tau = 1$ . La superposition des ondes physiques  $v_1$  et  $v_2$  donne naissance à une onde  $v = v_1 + v_2$  d'après les propriétés des ondes physiques solutions des équations de propagation linéaires. Or à l'onde de superposition  $v = v_1 + v_2$ , nous devons faire correspondre la fonction  $\Psi$  donnée

par  $\Psi = Cv$  avec  $\int C^2 |v|^2 d\tau = \int C^2 |v_1 + v_2|^2 d\tau = 1$  et il est facile de voir que cette onde  $\Psi$  n'est pas égale à la somme  $C_1 v_1 + C_2 v_2$  de  $\Psi_1$  et de  $\Psi_2$ .

Ainsi, en raison de l'introduction d'un coefficient de normalisation dans le passage de l'onde  $v$  à l'onde  $\Psi$ , l'onde  $\Psi$  ne possède plus la propriété d'additivité qui caractérise les ondes physiques solutions d'équations de propagation linéaires. Ce fait signalé depuis bien longtemps par M. Dirac ne permet pas de considérer l'onde  $\Psi$  comme une onde physique. C'est parce que l'onde  $\Psi$  possède toutes les propriétés de propagation des ondes physiques, mais ne possède pas leur propriété d'additivité, qu'on a continuellement oscillé entre deux hypothèses : considérer l'onde  $\Psi$  comme une véritable onde physique pouvant déterminer des phénomènes observables comme la valeur des niveaux d'énergie quantifiée des atomes, l'apparition des franges d'interférences, etc., ou bien considérer l'onde  $\Psi$  comme un simple instrument mathématique servant à évaluer des probabilités. Mais dans cette seconde hypothèse qui paraît être celle qu'adopte la Mécanique quantique actuelle, il est impossible de comprendre comment une simple représentation de probabilités peut « provoquer » des phénomènes physiques observables. Ce mystère auquel on se heurte constamment dans l'interprétation purement probabiliste, actuellement admise, de la Mécanique ondulatoire, est entièrement éclairci si l'on distingue, comme nous l'avons fait, l'onde  $v$  réelle de l'onde  $\Psi$  fictive.

### 9. Remarque importante au sujet de la définition de la phase.

Il nous paraît important pour éviter toute confusion de bien préciser le point suivant. Nous sommes amenés à définir la phase  $\varphi$  de l'onde réelle  $v$  en posant  $v = a e^{\frac{i}{\hbar} \varphi}$  où  $a$  et  $\varphi$  sont des fonctions *réelles* de  $x, y, z, t$ . Cette phase est aussi, à une constante près, celle de l'onde  $\Psi = Cv$  et le corpuscule se déplace dans l'onde de telle façon que la phase de sa vibration interne soit  $\varphi(x, y, z, t)$  quand il se trouve au point  $x, y, z$  à l'instant  $t$ . Or, et c'est le point sur lequel je veux attirer l'attention, cette définition est absolument générale, et *ne suppose nullement qu'on ait affaire à une onde monochromatique plane*.



---

## CHAPITRE I.

### LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE DU PHOTON.

---

#### 1. Idées et équations de base de la Mécanique ondulatoire du photon.

A partir de 1934, j'ai développé, sous le nom de Mécanique ondulatoire du photon, une théorie qui est, en somme, la théorie générale des particules de spin 1, mais qui est applicable au photon (cas particulier des particules de spin 1) si l'on attribue au terme de masse qui figure dans les équations une valeur extraordinairement petite.

La raison pour laquelle j'avais entrepris ce travail était non seulement de construire une théorie générale des particules fondée sur la méthode de « fusion » dont le principe paraît aujourd'hui se confirmer, mais aussi d'obtenir une forme de la théorie de Maxwell qui permette de définir pour le photon un quadrivecteur densité-flux et un tenseur énergie-impulsion analogues à ceux qu'on peut définir pour les autres particules dans les diverses formes de la Mécanique ondulatoire. Ainsi le photon serait tiré de son isolement et réintégré dans un cadre général de Mécanique ondulatoire applicable à toutes les particules. En effet, ayant conçu autrefois la Mécanique ondulatoire comme une généralisation naturelle de l'idée, introduite par Einstein dans sa théorie des quanta de lumière, d'une coexistence des ondes et des corpuscules dans la structure de la lumière, je n'ai jamais douté du fait que le photon ne doive rentrer comme cas particulier dans le cadre d'une représentation générale des particules par la Mécanique ondulatoire.

J'ai développé la Mécanique ondulatoire du photon à une époque où je ne cherchais pas à reprendre la théorie de la double solution, mais où je voulais montrer qu'en appliquant à la Mécanique ondulatoire du photon la méthode de seconde quantification, on retrouvait les principaux résultats de la théorie quantique des champs dont la vogue, à mon avis devenue ensuite très exagérée, commençait alors à s'affirmer. Les lecteurs désireux d'approfondir les résultats que j'ai alors obtenus dans cette direction pourront les trouver dans les deux volumes que j'ai publiés chez Hermann en 1940 et 1942 sous le titre, *Une nouvelle théorie*

*de la lumière et, sous une forme plus condensée, dans l’Ouvrage Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs* publié chez Gauthier-Villars en 1949 et réédité en 1957 (1). Mais aujourd’hui mes préoccupations sont très différentes car je cherche surtout à introduire dans la Mécanique ondulatoire du photon les conceptions de la théorie de la double solution en laissant de côté les lourds formalismes de la méthode de seconde quantification et de la théorie quantique des champs. C’est dans cette intention que je vais maintenant donner une vue sommaire des idées et des équations qui sont à la base de la Mécanique ondulatoire du photon.

En 1934, j’ai écrit les équations d’ondes de la particule « photon » sous la forme suivante :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \text{rot } \vec{E}, \quad \text{div } \vec{H} = 0, \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{rot } \vec{H} + k_0^2 \vec{A}, \quad \text{div } \vec{E} = -k_0^2 V. \end{array} \right.$$

Les équations (1) ne diffèrent des équations classiques de Maxwell que par l’adjonction aux équations de la seconde ligne des termes en  $k_0^2$ . La constante  $k_0$  est définie par la relation  $k_0 = \frac{1}{\hbar} \mu_0 c$  en fonction de la masse propre  $\mu_0$  du photon que, tout en reconnaissant qu’elle doit avoir une valeur extraordinairement petite (certainement inférieure à  $10^{-45}$  g), je n’ai pas voulu considérer comme rigoureusement nulle.

Des équations (1), on déduit immédiatement la relation de Lorentz entre les potentiels

$$(2) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} + \text{div } \vec{A} = 0$$

et, si l’on admet que toutes les composantes  $F$  de champ ou de potentiel obéissent à l’équation de Klein-Gordon :

$$(3) \quad \square F + k_0^2 F = 0$$

comme cela paraît naturel, on constate que les équations (1) entraînent aussi la définition classique des champs à partir des potentiels

$$(4) \quad \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\text{grad}} V, \quad \vec{H} = \text{rot } \vec{A}.$$

On voit qu’ici l’onde du photon est définie par l’ensemble des composantes de potentiel et de champ. Il n’y a rien là qui doive nous étonner

(1) Voir Bibliographie [10] et [11].

puisque déjà dans la théorie de la particule de spin  $\frac{1}{2}$  (électron de Dirac), la fonction d'onde est définie par quatre composantes  $\Psi_k$  obéissant à quatre équations aux dérivées partielles simultanées. Ici les dix grandeurs  $A_x, \dots, H_z$  obéissent aux 15 équations (1), (2) et (4). D'ailleurs, si l'on considère, comme nous allons être amenés à le faire, les potentiels comme étant des grandeurs physiques, on peut considérer l'onde du photon comme entièrement définie par les quatre grandeurs  $A_x, A_y, A_z$  et  $V$  soumis seulement à quatre équations indépendantes, celles de la seconde ligne de (1).

Nous remarquerons maintenant qu'il suffit de donner à la masse propre des équations (1) une valeur qui ne soit pas extraordinairement petite pour obtenir les équations générales de la particule de spin 1 telles qu'elles furent proposées en 1936 par Alexandre Proca. Je n'insisterai pas ici sur la façon dont j'avais primitivement obtenu les équations « maxwelliennes » (1)-(4) par la méthode de fusion : on la trouvera exposée dans les Ouvrages que j'ai cités plus haut.

Les champs et les potentiels qui figurent dans les équations (1), (2) et (4) sont des composantes de fonction d'onde et doivent par suite, nous reviendrons sur ce point, être considérées comme des grandeurs complexes. Comme elles doivent avoir les mêmes variances relativistes que les champs et les potentiels réels de la théorie électromagnétique classique, on peut les écrire sous la forme bien connue en théorie de la Relativité :

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\rho} + \frac{\partial F_{\nu\rho}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial F_{\rho\mu}}{\partial x_\nu} = 0 \\ (\mu, \nu, \rho, \text{ permutation paire des nombres } 1, 2, 3, 4), \\ \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = -k_0^2 A_\mu, \\ \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\nu} = 0, \quad F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}. \end{array} \right.$$

Remarquons que l'équation (3) applicable aux 10 composantes de potentiel et de champs montre que ces grandeurs peuvent se propager en ondes planes monochromatiques de la forme

$$\alpha e^{i(kct - \vec{k}\cdot\vec{r})},$$

les amplitudes  $\alpha$  étant reliées entre elles par les équations (1) et les grandeurs  $k$  et  $\vec{k}$  étant reliées par la relation

$$(6) \quad k^2 = |\vec{k}|^2 + k_0^2.$$

Comme on doit poser

$$(7) \quad k = \frac{1}{\hbar} \frac{\mathbf{W}}{c}, \quad \vec{k} = \frac{1}{\hbar} \vec{p}, \quad k_0 = \frac{1}{\hbar} \mu_0 c,$$

on voit que la relation (6) n'est pas autre chose que la relation relativiste bien connue

$$(8) \quad \frac{\mathbf{W}^2}{c^2} = p^2 + m_0^2 c^2$$

entre l'énergie, la quantité de mouvement et la masse propre d'une particule libre.

Si  $\mu_0^2$  était nulle ou négligeable, on aurait  $\square F = 0$ ,  $k = |\vec{k}|$  et la propagation des ondes s'effectuerait toujours exactement avec la vitesse  $c$  : on voit ainsi que ce cas limite correspond bien à la théorie électromagnétique classique.

## 2. Réalité physique des potentiels.

Les termes en  $k_0^2$  dans les équations du paragraphe 1 étant par hypothèse presque négligeables, on peut sensiblement confondre ces équations avec celles de Maxwell, du moins quand il n'est pas question d'ondes longitudinales, et c'est ce que nous ferons souvent dans ce qui suit. Quel intérêt y a-t-il alors à attribuer à la masse propre  $\mu_0$  une valeur extraordinairement petite plutôt qu'une valeur rigoureusement nulle ? L'intérêt de cette hypothèse vient non seulement de ce qu'elle permet de définir pour le photon, comme cela a lieu pour toutes les autres particules, un courant densité-flux, mais aussi de ce qu'elle oblige à attribuer aux potentiels électromagnétiques le caractère de réalités physiques contrairement à une sorte de dogme qui s'est introduit dans la Physique théorique contemporaine sous le nom d'invariance de jauge.

On a prétendu justifier l'hypothèse de l'invariance de jauge en affirmant que seuls les champs électromagnétiques produisent des effets observables et peuvent être considérés comme des réalités physiques. Les potentiels ne seraient alors que des intermédiaires de calcul servant à calculer les champs et l'on remarque que les formules (4) ne permettent de déterminer les potentiels qu'au gradient près d'une fonction arbitraire d'espace-temps. Mais, dès l'instant où l'on remplace les équations de Maxwell par les équations (1) où figure un terme de masse propre *aussi petit qu'on veut*, on est forcé de considérer les potentiels comme des grandeurs physiques ayant une valeur bien déterminée et, par suite, d'abandonner l'invariance de jauge.

Or, à l'heure actuelle, non seulement il commence à y avoir d'assez nettes indications en faveur d'une masse propre non nulle du photon,

mais en plus il semble que nous possédions une preuve expérimentale du fait que les potentiels ont le caractère d'une grandeur physique. Cette preuve me paraît avoir été apportée par les expériences de M. Boersch et de ses collaborateurs faisant suite à un important travail théorique de MM. Aharonov et Bohm (<sup>1</sup>). Sans vouloir discuter ici cette question d'une façon très approfondie, je voudrais en donner un rapide résumé.

L'expérience suggérée par Aharonov et Bohm et réalisée ensuite par Boersch et ses collaborateurs peut être schématisée comme il suit. Une onde électronique arrive au point A où elle se partage en deux pinceaux qui, après avoir suivi des trajets distincts 1 et 2, viennent se croiser en B et y interférer.

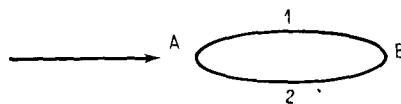


Fig. 1.

Si sur les trajets 1 et 2 il n'y a ni potentiels, ni champs, les interférences en B seront déterminées par la différence de phase

$$\delta\varphi_1 = \int_1 \vec{p}_1 d\vec{s}_1 - \int_2 \vec{p}_2 d\vec{s}_2.$$

Mais si sur les trajets 1 et 2 il existe des potentiels vecteurs  $\vec{A}_1$  et  $\vec{A}_2$ , *mais pas de champs*, les interférences en B dépendent de la différence de phase  $\delta\varphi_1 + \delta\varphi_2$  avec  $\delta\varphi_2 = -\varepsilon \left( \int_1 \vec{A}_1 d\vec{s}_1 - \int_2 \vec{A}_2 d\vec{s}_2 \right)$ . Or Boersch a constaté que les interférences sont bien modifiées de cette façon, ce qui montre que les potentiels  $\vec{A}_1$  et  $\vec{A}_2$ , même en l'absence de champs, influent sur les interférences et produisent ainsi un effet physique expérimentalement observable.

Certains partisans de l'invariance de jauge, ont fait remarquer que si l'on ajoute aux potentiels  $\vec{A}_1$  et  $\vec{A}_2$  le gradient d'une fonction arbitraire  $F(x, y, z)$ , rien n'est changé aux interférences. En effet, la différence de phase supplémentaire  $\delta\varphi_3 = \int_1 \vec{\text{grad}} F d\vec{s}_1 - \int_2 \vec{\text{grad}} F d\vec{s}_2$  est nulle puisque

$$\int_1 \vec{\text{grad}} F d\vec{s}_1 = \int_2 \vec{\text{grad}} F d\vec{s}_2 = F(B) - F(A).$$

(<sup>1</sup>) Bibliographie [12] et [13].

On en conclut, ce qui est exact, que l'observation des interférences ne permet de déterminer  $\vec{A}_1$  et  $\vec{A}_2$  qu'à un gradient arbitraire près et ceci paraît sauvegarder l'invariance de jauge. Mais, si j'admetts très bien cette conclusion, je ne puis pas croire qu'une grandeur qui influe sur un phénomène physique observable n'ait pas une valeur bien déterminée et cela même si le phénomène en question ne permet pas de déduire exactement cette valeur.

On peut d'ailleurs remarquer que, dans *tout* phénomène d'interférences, on pourrait ajouter aux phases des ondes qui interfèrent le gradient d'une fonction arbitraire sans que la prévision du phénomène en soit modifiée. Or je ne pense pas qu'il soit jamais venu à l'idée d'un physicien que la phase d'une onde lumineuse soit ainsi indéterminée et d'ailleurs dans le cas des ondes hertziennes dont la nature est identique à celle de la lumière et avec lesquelles on peut aussi obtenir des phénomènes d'interférences, il paraît certain que la phase de l'onde, déterminée par celle d'un courant alternatif dans une antenne d'émission, a une valeur bien déterminée.

Je pense donc que l'expérience de Boersch est, quoiqu'on en dise, très démonstrative et qu'elle justifie l'affirmation que les potentiels électromagnétiques soient de véritables grandeurs physiques à valeur définie. S'il en est bien ainsi, il en résulte, à l'opposé de ce qu'affirment les partisans de l'invariance de jauge, que les potentiels sont les grandeurs fondamentales dont tout le champ électromagnétique dérive et qu'on pourrait développer la théorie électromagnétique en n'introduisant que les potentiels comme nous l'avions indiqué plus haut.

En ce qui concerne certaines objections qu'on pourrait faire à l'hypothèse  $\mu_0 \neq 0$ , je renvoie à mes Ouvrages antérieurs (¹).

### 3. Les grandeurs corpusculaires attachées au photon.

Pour les particules de spin 0 dont l'équation d'ondes est celle de Klein-Gordon et pour les particules de spin  $\frac{1}{2}$  dont les équations d'onde sont celles de Dirac, on sait qu'il est possible de former un quadrivecteur densité-flux (avec  $\rho_4 = \rho$ ,  $\rho_1 = \rho v_r$ , ...). Ce quadrivecteur correspond à l'aspect corpusculaire de la particule et nous avons vu comment, en utilisant l'image hydrodynamique de Madelung, on pouvait se servir de ce quadrivecteur pour définir le « guidage » de la particule et préciser ainsi son aspect de corpuscule en mouvement.

Or, dans la théorie électromagnétique, si l'on veut n'accorder aucune réalité physique aux potentiels, on ne peut pas définir de quadrivecteur

---

(¹) Voir [11], chapitre V.

densité-flux et cela semble interdire de préciser l'aspect corpusculaire du photon. En effet, on ne dispose alors comme grandeurs ayant un sens physique que des six composantes du tenseur de champ  $F_{\mu\nu}$ , qui est antisymétrique de rang 2 et dont les six composantes distinctes sont celles du champ électrique et du champ magnétique, et à l'aide d'un tenseur de rang 2 on ne peut former par contraction et multiplication que des tenseurs de rang pair : il est donc impossible de faire apparaître ainsi un quadrivecteur de rang 1. Il en est différemment si l'on admet que les potentiels ont un sens physique car on dispose alors non seulement du tenseur  $F_{\mu\nu}$  de rang 2 mais du quadrivecteur potentiel  $A_\mu$  de rang 1, et il devient facile, par exemple par la simple opération de contraction  $A_\mu F_{\mu\nu}$ , de former un quadrivecteur densité-flux qui permettra de préciser l'aspect corpusculaire du photon et de définir son guidage par l'onde électromagnétique.

Pour obtenir des champs et des potentiels complexes de mes équations maxwelliennes un quadrivecteur densité-flux  $j_\nu$  réel, j'ai été amené à définir celui-ci par la formule

$$(9) \quad j_\nu = \frac{i}{\hbar c} (A_\mu^* F_{\mu\nu} - F_{\mu\nu}^* A_\mu),$$

ce qui permet d'écrire les composantes de ce quadrivecteur sous la forme

$$(10) \quad \begin{cases} j_4 = \varphi = \frac{i}{\hbar c} [(\vec{A}^* \cdot \vec{E}) - (\vec{E}^* \cdot \vec{A})], \\ j_k = \varphi v_k = \frac{i}{\hbar} [(\vec{A}^* \wedge \vec{H})_k + (\vec{H}^* \wedge \vec{A})_k + V^* E_k - V E_k^*] \quad (k = 1, 2, 3). \end{cases}$$

On vérifie d'ailleurs aisément à l'aide des équations (1) et de formules bien connues du calcul vectoriel qu'on a

$$(11) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} \varphi \vec{v} = 0.$$

La densité  $\varphi(x, y, z, t)$  définit la probabilité de présence du photon au point  $x, y, z$  à l'instant  $t$ , tandis que la formule  $v_k = \frac{\varphi v_k}{\varphi}$  définit à l'aide des grandeurs électromagnétiques le guidage du photon par le champ électromagnétique. On peut donc ainsi arriver à retrouver pour le photon une théorie du guidage analogue à celle qui est valable pour les autres corpuscules et à bien voir que la coexistence des photons et des ondes électromagnétiques n'est pas d'une nature différente de celle qui existe pour les autres particules, par exemple pour les électrons. J'ai déjà dit que j'en ai toujours été persuadé parce que la Mécanique ondulatoire est la fille de la théorie des quanta de lumière d'Einstein.

On peut également définir pour le photon un tenseur réel jouant le rôle de tenseur énergie-quantité de mouvement  $T_{\mu\nu}$  en employant la formule tensorielle

$$(12) \quad T_{\mu\nu} = \frac{i}{2} \left[ F_{\mu\rho}^* \frac{\partial A_\rho}{\partial x_\nu} - A_\rho^* \frac{\partial F_{\rho\mu}}{\partial x_\nu} \right] + \text{conj.} \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4).$$

Le tenseur ainsi défini n'est pas symétrique, ce qui correspond au fait que, dans la théorie d'une particule douée de spin comme le photon, la vitesse n'est pas colinéaire de la quantité de mouvement : ce fait est bien connu et a été bien étudié en théorie de Dirac, notamment par M. Costa de Beauregard.

Pour une onde monochromatique où toutes les grandeurs dépendent du temps par l'exponentielle  $e^{2\pi i \nu t}$ , on a

$$(13) \quad T_{44} = \frac{2\pi i \nu}{c} \left[ \vec{E}^* \cdot \vec{A} - \vec{A}^* \cdot \vec{E} \right] = \frac{i}{\hbar c} W \left[ \vec{E}^* \cdot \vec{A} - \vec{A}^* \cdot \vec{E} \right],$$

d'où pour la densité d'énergie  $w = -T_{44}$  :

$$(14) \quad w = -T_{44} = \rho W$$

comme cela devait être.

On peut vérifier que les équations de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement

$$(15) \quad \frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\mu} = 0 \quad (\nu = 1, 2, 3, 4)$$

sont bien vérifiées. Elles résultent d'ailleurs facilement du schéma lagrangien général dans lequel on peut faire rentrer la théorie <sup>(1)</sup>.

J'avais aussi introduit en Mécanique ondulatoire du photon un deuxième tenseur énergie-quantité de mouvement  $\mathfrak{M}_{\mu\nu}$  qui, lui, est symétrique. Les expressions des composantes de ce deuxième tenseur sont données dans mes Ouvrages précédemment cités. Je me contenterai d'écrire la suivante :

$$(16) \quad \mathfrak{M}_{44} = |E|^2 + |H|^2 + k_0^2 (|\Lambda|^2 + |V|^2).$$

Pour une onde plane monochromatique, les deux tenseurs  $T$  et  $\mathfrak{M}$  coïncident et l'on a  $T_{\mu\nu} = \mathfrak{M}_{\mu\nu}$ . Pour une superposition d'ondes planes monochromatiques (ce qui exclut le cas des champs électromagnétiques qui entourent une charge électrique et, en particulier, celui du champ coulombien), les tenseurs  $T$  et  $\mathfrak{M}$  sont seulement intégralement équivalents, ce qui veut dire qu'on a

$$(17) \quad \int T_{\mu\nu} d\tau = \int \mathfrak{M}_{\mu\nu} d\tau.$$

<sup>(1)</sup> Voir Bibliographie [11].

La formule (16) montre (surtout quand on néglige le terme en  $k_0^2$ ) la parenté du tenseur  $\mathcal{M}_{\mu\nu}$ , avec le tenseur classique de Maxwell  $M_{\mu\nu}$ . Cependant ils ne sont pas identiques car les  $\mathcal{M}_{\mu\nu}$  sont formés avec les grandeurs *réelles* de la théorie de Maxwell tandis que les  $M_{\mu\nu}$  sont formées à l'aide des grandeurs complexes de la Mécanique ondulatoire du photon. L'étude des relations entre les trois tenseurs  $T_{\mu\nu}$ ,  $\mathcal{M}_{\mu\nu}$  et  $M_{\mu\nu}$  est très intéressante, mais nous ne l'aborderons pas ici. Mais seul le tenseur  $T_{\mu\nu}$  traduit, d'une façon générale, l'aspect corpusculaire du photon.

Pour être complet, je mentionnerai encore qu'on peut en Mécanique ondulatoire du photon, comme dans la théorie de l'électron de Dirac, définir un pseudo-quadrivecteur dont les trois composantes d'espace forment un vecteur  $\vec{\sigma}$  définissant la densité de spin. L'expression de ce vecteur est

$$(18) \quad \vec{\sigma} = \frac{i}{c} [\vec{E}^* \wedge \vec{A} - \vec{A}^* \wedge \vec{E} + V^* \vec{H} + V \vec{H}^*].$$

#### 4. Étude des ondes planes monochromatiques.

Dans toutes les formes de la Mécanique ondulatoire l'étude des ondes planes monochromatiques est particulièrement importante parce que ces ondes (qui en toute rigueur ne sont jamais réalisées) correspondent aux mouvements rectilignes et uniformes.

Nous allons poser par abréviation :

$$(19) \quad P = e^{i(kct - \vec{k} \cdot \vec{r})},$$

où  $k$ ,  $\vec{k}$  et  $k_0$  sont définies par les formules (7) et satisfont à la relation (6). Pour une valeur donnée de  $k$  et de  $\vec{k}$ , nous trouvons trois solutions indépendantes des équations (1),  $\mathcal{Q}$ ,  $\mathcal{G}$  et  $\mathcal{L}$  qui sont :

$$\mathcal{Q} \left\{ \begin{array}{l} A_x - i A_y = C_1 P, \quad E_x - i E_y = -ik C_1 P, \quad H_x - i H_y = -i |\vec{k}| C_1 P, \\ A_x + i A_y = 0, \quad E_x + i E_y = 0, \quad H_x + i H_y = 0, \\ V = 0, \end{array} \right.$$

$$\mathcal{G} \left\{ \begin{array}{l} A_x - i A_y = 0, \quad E_x - i E_y = 0, \quad H_x - i H_y = 0, \\ A_x + i A_y = C_2 P, \quad E_x + i E_y = -ik C_2 P, \quad H_x + i H_y = -i |\vec{k}| C_2 P, \\ V = 0; \end{array} \right.$$

$$\mathcal{L} \left\{ \begin{array}{l} A_z = C_3 P, \quad V = C_3 \frac{|\vec{k}|}{k} P, \quad E_z = -i \frac{k_0^2}{k} C_3 P, \\ \text{Toutes les autres grandeurs nulles,} \end{array} \right.$$

$C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  étant des constantes indépendantes.

Le sens de ces ondes électromagnétiques est le suivant :

- 1<sup>o</sup>  $\varpi$  est une onde transversale circulaire droite;
- 2<sup>o</sup>  $\mathcal{G}$  est une onde transversale circulaire gauche;
- 3<sup>o</sup>  $\mathcal{L}$  est une onde longitudinale.

$k_0$  étant extrêmement petit, l'onde  $\mathcal{L}$  comporte un champ électrique longitudinal  $E_z$  extrêmement petit tandis que les potentiels  $A_z$  et  $V$  sont presque égaux. Si  $k_0$  était nul,  $E_z$  serait nulle et l'onde se réduirait aux deux potentiels égaux  $A_z$  et  $V$  : cette onde de potentiel est bien connue dans la théorie classique de Maxwell, mais quand on admet l'invariance de jauge, elle doit être considérée comme inexisteante puisque les potentiels n'ont pas alors de réalité physique.

Il est facile de voir que les ondes  $\varpi$ ,  $\mathcal{G}$  et  $\mathcal{L}$  correspondent aux trois valeurs possibles du spin dans la direction de propagation. Le photon étant une particule de spin  $\frac{\hbar}{2\pi}$ , la composante du spin le long de Oz peut avoir l'une des trois valeurs  $\pm \frac{\hbar}{2\pi}$  et 0. D'après la formule (18), la composante  $\sigma_z$  de la densité de spin a pour valeur

$$(20) \quad \sigma_z = \frac{i}{c} [E_x^* A_y - E_y^* A_x + V^* H_z] + \text{conj.}$$

$$= \frac{1}{2ic} [(E_x + iE_y)^* (A_x + iA_y) - (E_x - iE_y)^* (A_x - iA_y)]$$

car  $H_z$  est toujours nul. Cette expression de  $\sigma_z$  montre immédiatement : 1<sup>o</sup> que  $\sigma_z$  est nul pour les ondes  $\mathcal{L}$ ; 2<sup>o</sup> que  $\sigma_z$  est négatif pour les ondes  $\varpi$  et positif pour les ondes  $\mathcal{G}$ . Nous en concluons que l'onde longitudinale  $\mathcal{L}$  correspond à une composante  $z$  du spin qui est nulle tandis que l'onde circulaire gauche  $\mathcal{G}$  a une composante  $z$  de spin égale à  $+\frac{\hbar}{2\pi}$  et que l'onde circulaire droite  $\varpi$  a une composante  $z$  de spin égale à  $-\frac{\hbar}{2\pi}$ . Ces résultats établissent une relation très satisfaisante entre l'état de polarisation et la valeur du spin.

Nous pouvons aussi calculer à partir des formules (9) et (10) l'expression de la densité  $\rho$  et du flux  $\rho \vec{v}$  pour les ondes  $\varpi$ ,  $\mathcal{G}$  et  $\mathcal{L}$ . L'expression (9) de  $\rho$  peut s'écrire

$$(21) \quad \rho = \frac{i}{\hbar c} \left[ \frac{1}{2} \{ (A_x + iA_y)^* (E_x + iE_y) \right.$$

$$\left. + (A_x - iA_y)^* (E_x - iE_y) \} + A_z^* E_z \right] + \text{conj.},$$

ce qui nous donne :

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{pour l'onde } \mathcal{O} : \varphi = \frac{2k}{\hbar c} |C_1|^2, \\ \text{» » } \mathcal{G} : \varphi = \frac{2k}{\hbar c} |C_2|^2, \\ \text{» » } \mathcal{L} : \varphi = \frac{2}{\hbar c} \frac{k_0^2}{k} |C_3|^2. \end{array} \right.$$

De même, on trouve d'après l'expression générale (10) des  $j_k$  pour les trois types d'ondes  $\mathcal{O}$ ,  $\mathcal{G}$  et  $\mathcal{L}$  :

$$(23) \quad j_x = j_y = 0, \quad j_z = \varphi e \frac{|\vec{k}|}{k} = \varphi \frac{pc^2}{W} = \varphi v$$

car, en Mécanique ondulatoire relativiste, la vitesse  $v$  d'un corpuscule porté par une onde plane monochromatique est  $v = \frac{pc^2}{W}$ . Le vecteur flux de composantes  $j_x, j_y, j_z$  correspond donc bien au flux d'un fluide fictif de densité  $\varphi$  s'écoulant avec la vitesse  $v$  dans la direction  $z$  comme on devait s'y attendre.

Naturellement, par une superposition convenable des ondes circulaire droite et circulaire gauche  $\mathcal{O}$  et  $\mathcal{G}$ , on peut obtenir les ondes rectilignement polarisées à angle droit :

$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_x = (C_1 + C_2) P, \quad E_x = -ik(C_1 + C_2) P, \quad H_y = -i |\vec{k}| (C_1 + C_2) P; \\ A_y = (C_1 - C_2) P, \quad E_y = -ik(C_1 - C_2) P, \quad H_x = -i |\vec{k}| (C_1 - C_2) P, \end{array} \right.$$

où les constantes  $C_1 + C_2$  et  $C_1 - C_2$  sont indépendantes et l'on pourrait reprendre pour ces ondes des calculs analogues à ceux qui viennent d'être faits pour les ondes circulaires.

Il est important de remarquer que les formules obtenues sont infinitiment voisines de celles que fournirait la théorie de Maxwell classique en raison de la petitesse de  $k_0$  et coïncideraient avec elles si  $k_0$  était nul. Notre théorie, tout en permettant d'introduire des idées nouvelles, reste infinitiment voisine de celle de Maxwell.

## 5. Définition des champs classiques et des champs complémentaires.

Les dix grandeurs électromagnétiques, composantes des potentiels et des champs, qui figurent dans nos équations (1), doivent être considérées comme essentiellement complexes comme le sont toutes les fonctions d'onde de la Mécanique ondulatoire. Nous verrons au chapitre suivant qu'elles doivent être considérées comme définissant l'onde de base  $v$  des photons.

Comme toute grandeur complexe, l'une quelconque  $F$  des dix grandeurs complexes électromagnétiques peut être décomposée en deux grandeurs réelles  $a$  et  $\varphi$  ou  $F_1$  et  $F_2$  par les formules

$$(25) \quad F = a e^{i\varphi}, \quad F = F_1 + iF_2.$$

La première formule (25) définit l'amplitude  $a$  et la phase  $\varphi$  de  $F$ , la seconde définit la partie réelle  $R(F) = F_1$  et la partie imaginaire  $I(F) = F_2$  de la grandeur  $F$ .

Des raisons qu'on trouvera exposées dans mes anciens livres sur la théorie du photon m'avaient conduit à penser qu'à la grandeur complexe  $F$ , on devait faire correspondre la grandeur  $F + F^*$  pour représenter l'action des photons sur la matière électrisée. En m'inspirant de cette idée, mais en adoptant une définition légèrement différente qui me paraît préférable, j'admettrai ici que les grandeurs électromagnétiques classiques, solutions *réelles* des équations (1), qui correspondent à l'onde de base  $v$  des photons doivent être assimilées aux grandeurs  $R(F) = F_1$ . Cette hypothèse jette un pont entre la théorie classique qui utilise toujours des grandeurs réelles et la Mécanique ondulatoire du photon qui utilise des fonctions d'onde complexes.

Mais, si les véritables grandeurs fondamentales définissant l'onde  $v$  du photon sont les grandeurs  $F$  complexes, on doit penser que leur partie imaginaire  $I(F) = F_2$  doit aussi avoir une signification et un rôle à jouer. Nous nommerons cette grandeur, qui n'intervient pas dans la théorie classique, le champ (ou le potentiel) « complémentaire ». Nous tenterons au chapitre IV de préciser la signification du champ complémentaire.

En Électrotechnique et en Optique classique, on effectue très souvent les calculs en remplaçant les grandeurs électromagnétiques réelles par les quantités complexes dont elles sont la partie réelle. Mais il semble que, dans l'esprit de ceux qui emploient ce mode de calcul, il ne soit qu'un artifice commode et que seule la partie réelle des grandeurs complexes utilisées ait une existence physique. Néanmoins certains auteurs semblent attribuer un certain caractère de réalité physique aux grandeurs complexes qu'ils emploient, ce qui implique l'intervention du champ complémentaire défini ci-dessus (1). Il semble donc que l'emploi et la signification physique des grandeurs électromagnétiques complexes soient déjà suggérées par certaines méthodes usuelles en Physique classique. Mais, dans notre théorie qui identifie le champ électromagnétique à l'onde  $v$  de la théorie de la double solution pour les photons, les potentiels et les champs sont essentiellement complexes et la signification du champ complémentaire devient importante à préciser.

(1) Voir par exemple dans le livre de MM. Maréchal et Françon [14] l'emploi de la notion d'hélicité.

## 6. La décomposition de Gordon et la Dynamique du guidage.

Nous allons maintenant donner un exposé d'ensemble de la Dynamique du guidage pour les particules de spin 0,  $\frac{1}{2}$  et 1 en unité  $\frac{\hbar}{2\pi}$ .

1<sup>o</sup> *Particule de spin 0 (équation de Klein-Gordon).* — La quantité de mouvement est alors définie par

$$(26) \quad p_\mu = -\partial_\mu \Psi,$$

avec  $\Psi = a e^{\frac{i}{\hbar} \varphi}$  et l'on peut aussi écrire

$$(27) \quad p_\mu = M_0 c u_\mu = -\partial_\mu \varphi,$$

avec  $M_0 c^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + \hbar^2 c^2 \frac{\square a}{a}}$ . La Dynamique du corpuscule est alors définie par l'équation

$$(28) \quad \begin{aligned} \frac{dp_\mu}{ds} &= \frac{d}{ds} (M_0 c u_\mu) = u^\nu \partial_\nu (M_0 c u_\mu) \\ &= u^\nu \partial_\mu (M_0 c u_\nu) + u^\nu [\partial_\nu (M_0 c u_\mu) - \partial_\mu (M_0 c u_\nu)]. \end{aligned}$$

Le dernier terme est nul car le crochet est égal,

$$\partial_\nu p_\mu - \partial_\mu p_\nu = -\partial_\nu \partial_\mu \varphi + \partial_\mu \partial_\nu \varphi = 0.$$

Or, on a  $u^\nu u_\nu = -1$  et par suite  $u^\nu \partial_\mu (M_0 c u_\nu) = -\partial_\mu (M_0 c)$  et l'équation (28) devient

$$(29) \quad \frac{d}{ds} (M_0 c u_\mu) = \frac{d}{ds} p_\mu = -\partial_\mu (M_0 c)$$

qui, à l'approximation newtonienne, donne avec  $Q = M_0 c^2 - m_0 c^2$  :

$$(30) \quad \frac{d}{dt} (\overrightarrow{M_0 v}) = -\overrightarrow{\text{grad}} (M_0 c^2) = -\overrightarrow{\text{grad}} Q,$$

$Q$  étant le potentiel quantique. En Thermodynamique cachée des particules, un état du corpuscule où la masse propre variable est  $M_0$  correspond à l'entropie  $S = S_0 - k \frac{M_0 c^2}{m_0 c^2}$  (voir [6], p. 94). Or pour une onde plane monochromatique on vérifie que  $M_0 = m_0$  et que, par suite, l'onde plane monochromatique (ou les trains d'ondes qui lui sont assimilables) est un état d'entropie maximale.

2<sup>o</sup> *Particule de spin  $\frac{1}{2}$  (équations de Dirac)* (<sup>1</sup>). — Nous poserons  $\Psi_k = a_k e^{\frac{i}{\hbar} \varphi_k}$  avec  $k = 1, 2, 3, 4$ . La décomposition de Gordon nous donne

$$(31) \quad j_\mu = \varphi_0 u_\mu = j_\mu^{(1)} + j_\mu^{(2)},$$

avec

$$(32) \quad \begin{cases} j_\mu^{(1)} = -\frac{1}{m_0 c} \sum_k a_k^\dagger \partial_\mu \varphi_k a_k = -\frac{1}{m_0 c} \overline{\partial_\mu \varphi} \Omega_1; \\ j_\mu^{(2)} = -\frac{\hbar}{2 m_0 c} \sum_k \partial_\nu (a_k^\dagger i \gamma_\mu \gamma_\nu a_k); \end{cases}$$

avec

$$a_k^\dagger = a_k^* \gamma_5, \quad \overline{\partial_\mu \varphi} = \frac{\sum_k a_k^\dagger \partial_\mu \varphi_k a_k}{\sum_k a_k^\dagger a_k}, \quad \Omega_1 = \sum_k a_k^\dagger a_k.$$

Les deux invariants de la théorie de Dirac sont

$$(33) \quad \Omega_1 = \sum_k a_k^\dagger a_k, \quad \Omega_2 = \sum_k a_k^\dagger \gamma_5 a_k \quad \text{avec } \gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4$$

et les formules de Pauli-Kofink donnent

$$(34) \quad \varphi_0 = -j^\mu j_\mu = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}.$$

On est ainsi amené à définir la masse propre variable  $M_0$  par la formule

$$(35) \quad M_0 = \frac{m_0 \varphi_0}{\Omega_1} = m_0 \sqrt{1 + \frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2}},$$

de sorte que  $M_0$  a sa valeur minimale  $M_0 = m_0$  pour l'onde plane monochromatique et que celle-ci correspond encore à un maximum de l'entropie.

Pour la quantité de mouvement de guidage, on trouve alors

$$(36) \quad p_\mu = M_0 c u_\mu = M_0 c \frac{j_\mu}{\varphi_0} = -\overline{\partial_\mu \varphi} + P_\mu,$$

en posant

$$(37) \quad P_\mu = \frac{\hbar}{2 m_0} \frac{\sum_k \partial_\nu (a_k^\dagger i \gamma_\mu \gamma_\nu a_k)}{\Omega_1}.$$

(<sup>1</sup>) Voir [1], p. 198 et suiv.

Si la particule est soumise à un champ électromagnétique extérieur, il faut ajouter à l'expression un terme dépendant des potentiels électromagnétiques. On retrouve aisément l'équation (28) où, pour la même raison que précédemment, le premier terme du dernier membre est égal à  $-\partial_\mu(M_0 c)$ , mais ici le terme entre crochets n'est pas nul et il reste

$$(38) \quad \frac{d}{ds} P_\mu = \frac{d}{ds} (M_0 c u_\mu) = -\partial_\mu (M_0 c) + u^\nu [\partial_\nu p_\mu - \partial_\mu p_\nu].$$

*3° Cas du photon et des particules de spin 1 (équations maxwelliennes).* — En Mécanique ondulatoire de photon, on utilise le quadrivecteur complexe « potentiel électromagnétique »  $A_\mu$  et le tenseur antisymétrique complexe de rang 2 « champ électromagnétique » qui satisfont aux équations

$$(39) \quad F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu; \quad \partial_\mu A_\mu = 0$$

et il est naturel de poser  $A_\mu = a_\mu e^{\frac{i}{\hbar c} \varphi_\mu}$  avec  $a_\mu$  et  $\varphi_\mu$  réels. On admet alors pour le quadrivecteur courant-densité la définition

$$(40) \quad j_\nu = \rho_0 u_\nu = \frac{i}{\hbar c} (A^\mu{}^* F_{\mu\nu} - \text{conj.}) = \frac{i}{\hbar c} [A^\mu{}^* (\partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu) - \text{conj.}],$$

où  $u_\nu$  est le quadrivecteur « vitesse d'univers » de la particule et où  $\rho_0$  est la densité propre.

Posons

$$(41) \quad |\alpha|^2 = \sum_\sigma \alpha^\sigma \alpha_\sigma = |\Lambda|^2 - |\nabla|^2; \quad \overline{\partial_\nu \varphi} = \frac{\sum \alpha^\mu \partial_\nu \varphi_\mu a_\mu}{|\alpha|^2}.$$

Nous voyons que  $\overline{\partial_\nu \varphi}$  est la valeur moyenne de  $\partial_\nu \varphi_\mu$  prises sur les quatre composantes du potentiel avec les poids  $a^\mu a_\mu$  alors que le  $\overline{\partial_\mu \varphi}$  de la formule (36) était la valeur moyenne de  $\partial_\mu \varphi_k$  prise sur les quatre composantes du  $\Psi$  de Dirac avec les poids  $a_k^+ a_k$ .

Dans la formule (40), les termes  $\frac{i}{\hbar c} [A^\mu{}^* \partial_\nu A_\mu - \text{conj.}]$  nous donnent  $-\frac{2|\alpha|^2}{\hbar^2 c} \overline{\partial_\nu \varphi}$ . D'autre part, en vertu de la seconde équation (39), on peut remplacer  $A^\mu{}^* \partial_\mu A_\nu$  par  $\partial_\mu (A^\mu{}^* A_\nu) = \partial_\mu (a_\mu a_\nu e^{\frac{i}{\hbar c} (\varphi_\nu - \varphi_\mu)})$  et l'on obtient finalement

$$(42) \quad j_\nu = \rho_0 u_\nu = -\frac{2|\alpha|^2}{\hbar^2 c} + \frac{2}{\hbar c} \partial_\mu \left[ a_\mu a_\nu \sin \frac{\varphi_\nu - \varphi_\mu}{\hbar} \right].$$

Le premier terme de (42) correspond au premier terme de la décomposition de Gordon (32) pour l'électron avec substitution de l'invariant  $|\alpha|^2$  à l'invariant  $\Psi^+ \Psi$ . Le second terme de (42) est un terme

de spin qui correspond au second terme de la décomposition (32) de Gordon pour l'électron. La vitesse  $u_\nu$  définit dans le cas du photon le guidage de celui-ci par l'onde électromagnétique.

En adoptant l'expression (40) de  $j_\nu$ , on est conduit à définir la masse propre variable du photon par la formule

$$(43) \quad M_0 = \frac{\hbar^2 \varphi_0}{2 |\alpha|^2} = -\frac{\hbar^2 \varphi_0}{2 A^\nu A_\nu}$$

qui, pour une onde plane monochromatique, se réduit à la très petite masse propre  $M_0$  que j'attribue au photon. On trouve alors pour la composante  $M_0 c u_\nu$  de quadrivecteur impulsion-énergie :

$$(44) \quad p_\nu = M_0 c u_\nu = -\partial_\nu \varphi + \frac{\hbar}{|\alpha|^2} \partial_\mu \left[ a_\mu a_\nu \sin \frac{\varphi_\mu - \varphi_\nu}{\hbar} \right].$$

Ici encore nous pouvons écrire l'équation (28) qui nous fournira comme équation de la Dynamique du guidage pour le photon :

$$(45) \quad \frac{d}{ds} (M_0 c u_\nu) = -\partial_\nu (M_0 c) + u^\mu [\partial_\mu (M_0 c u_\nu) - \partial_\nu (M_0 c u_\mu)],$$

équation dans laquelle les valeurs de  $M_0$  et de  $p_\nu = M_0 c u_\nu$  sont définies par les équations (43) et (44) en fonction des grandeurs électromagnétiques.

Dans le cas de la particule de spin  $\frac{1}{2}$ , nous avions obtenu la formule (35) qui montrait immédiatement que l'entropie de l'onde plane monochromatique est maximale. Cherchons à établir pour le photon une formule analogue à (35). Pour cela, posons

$$(46) \quad \varphi_0 = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2},$$

avec

$$\Omega_1 = -\frac{2 \mu_0}{\hbar^2} A_\nu A^\nu = \frac{2 \mu_0}{\hbar^2} (|A|^2 - |V|^2),$$

$\Omega_2$  étant un autre invariant que nous expliciterons plus loin. Il vient alors, d'après (43) et (46) :

$$(47) \quad M_0 = \frac{\hbar^2}{2} \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \frac{2 \mu_0}{\hbar^2} \frac{1}{\Omega_1} = \mu_0 \sqrt{1 + \frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2}},$$

formule semblable à la formule (35) pour l'électron, mais avec des valeurs différentes de  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ .

L'invariant  $\Omega_2$  est défini à l'aide de  $\Omega_1$  et de la valeur (42) de  $j_\nu$  par

$$(48) \quad \Omega_2^2 = -j^\nu j_\nu - \Omega_1^2 = \varphi_0^2 - \Omega_1^2.$$

Or, pour une onde plane monochromatique, on trouve

$$(49) \quad \rho_0 = \frac{2|\mu_0|a|^2}{\hbar^2} = \frac{2\mu_0}{\hbar^2} [|\Lambda|^2 - |V|^2]$$

et, par suite,  $\Omega_2 = 0$ . Dans ce cas, d'après (47),  $M_0$  prend la valeur minimale  $\mu_0$  et la définition de l'entropie dans la Thermodynamique cachée des particules montre que les ondes planes monochromatiques (ou plutôt les groupes d'ondes qui leur sont assimilables) correspondent à un maximum de l'entropie.

La Dynamique du guidage du photon mériterait certainement d'être davantage développée (').

(') La théorie que nous venons de développer dans ce chapitre s'applique uniquement aux photons dans le vide ou dans les milieux matériels de propriétés optiques assimilables à celles du vide. Pour des milieux matériels réfringents ou dispersifs, la théorie devrait être reprise et généralisée. Voir à ce sujet [26].

---

## CHAPITRE II.

### INTERPRÉTATION DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE EN THÉORIE DE LA DOUBLE SOLUTION.

---

#### 1. L'onde de base $\nu$ qui porte les photons est une très faible onde électromagnétique du type classique.

Dans ce chapitre, nous allons exposer des questions que nous considérons comme très importantes pour la théorie que nous développons.

Quand on veut appliquer les conceptions de la théorie de la double solution au problème des photons, il est tout naturel de supposer que les équations maxwelliennes du chapitre précédent, qui même en supposant  $\mu_0 \neq 0$  diffèrent infiniment peu des équations de Maxwell, définissent les ondes de base du type  $\nu$  qui portent les photons. C'est là une idée dont nous allons voir s'affirmer progressivement l'importance dans tout ce qui suit.

Comme l'onde  $\nu$  est, nous l'avons dit, une onde à caractère physique d'une très faible amplitude, nous en arrivons à la conception que le photon est une très petite région de très haute concentration du champ incorporée à une très faible onde électromagnétique du type classique, qui est guidée dans son mouvement par la propagation de cette onde. Présentée de cette façon, cette conception paraît très analogue à celle qu'Einstein lui-même avait envisagée à l'époque où, en 1905, il avait introduit le premier l'idée d'une coexistence des ondes et des corpuscules dans les rayonnements. Il disait, en effet, que l'onde lumineuse est une sorte d'onde « fantôme » qui ne peut pas agir sensiblement sur la matière, mais qui transporte et qui guide les quanta de lumière (c'est-à-dire les photons) qui, eux, peuvent agir sur la matière. Bien sûr, pour nous, l'onde électromagnétique de base n'est pas un fantôme, mais une onde physique réelle de très faible amplitude, mais l'analogie des deux conceptions est évidente.

Chose curieuse, ce sont des réflexions sur l'emploi des procédés d'apodisation pour améliorer la qualité des images optiques qui m'ont amené récemment à penser que l'onde  $\nu$  du photon doit bien être assimilée à une très faible onde électromagnétique. Je vais exposer mon raisonnement qui me paraît d'une grande portée.

Les physiciens qui cherchent à obtenir de bonnes images lumineuses des objets qu'ils étudient sont gênés par les effets de diffraction qui interviennent dans tous les instruments d'optique car ces effets ont pour conséquence de disperser la lumière autour de l'image prévue par l'optique géométrique. Pour cette raison, ils ont cherché à éliminer ou du moins à diminuer cette sorte de « pied » que présente la courbe de répartition des intensités autour de l'image de façon à obtenir, par un procédé dit d'apodisation, une répartition plus concentrée des intensités lumineuses et, par suite, une image plus nette.

Sans entrer dans la théorie générale dont on trouvera un résumé très clair dans le *Traité d'Optique* de Bruhat réédité par M. Kastler (¹),

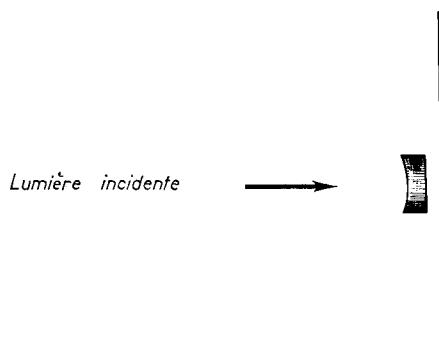


Fig. 2.

nous voulons rappeler le principe de la méthode d'apodisation. Considérons un instrument d'optique comportant une ouverture, par exemple de forme circulaire. Sans apodisation, la lumière incidente aura la même intensité sur toute l'ouverture et le principe d'Huygens joint à la formule d'inversion de Fourier permet de calculer la forme de l'image avec son pied gênant. Mais plaçons sur l'ouverture du côté de l'onde incidente une lame absorbante d'épaisseur variable, par exemple plus épaisse sur les bords qu'au milieu.

Alors, sur l'ouverture, l'intensité lumineuse ne sera plus uniforme : elle sera plus grande au centre que sur les bords. Dans ces conditions, la théorie indique et l'expérience vérifie que la figure de diffraction peut se trouver resserrée et qu'on peut ainsi obtenir une image améliorée par apodisation.

Or, il paraît certain (l'expérience serait sans doute facile à faire) que l'image apodisée serait obtenue sans modification si, au lieu d'utiliser une source de lumière intense, on employait, comme dans les célèbres

---

(¹) Masson, Paris, 1954, p. 242 et suiv.

expériences d'interférences de Taylor dont nous reparlerons au chapitre V, une source très faible, si faible que les photons avec leurs trains d'ondes individuels n'arriveraient que un par un sur l'ouverture de l'appareil. Réfléchissons alors sur ce qui se passerait. Tous les photons qui passeraient dans l'ouverture et iraient contribuer à former l'image auraient traversé la lame absorbante (ceux qui ont été absorbés dans cette lame ne nous intéressent pas) et cependant ces photons qui n'ont pas subi l'absorption « photonique » discontinue dans la lame ne se répartissent plus de la même façon dans le plan image qu'en l'absence d'apodisation. Cela paraît bien nous imposer d'admettre que « quelque chose » qui accompagne le photon et qui influe sur son mouvement a été absorbée dans la lame par un processus continu *et non pas par l'absorption photonique seule prise en considération dans les théories actuelles*. Or ce « quelque chose » ne peut guère être que le train d'ondes  $\nu$  qui porte et guide le photon et l'absorption non photonique de ce train d'ondes dans la lame absorbante a le caractère continu de l'absorption classique des ondes électromagnétiques. Il y a là, me semble-t-il, un très fort argument en faveur de l'idée qu'en théorie de la double solution, l'onde  $\nu$  qui porte et guide le photon doit être une onde électromagnétique du type classique, mais d'une très faible amplitude.

On pourrait trouver d'autres preuves du même genre. J'ai, en particulier, étudié récemment à ce point de vue la théorie de la largeur des raies spectrales. Avec les idées actuellement admises, cette théorie se présente sous une forme très paradoxale car elle aboutit à affirmer que la largeur d'une raie spectrale résultant d'une certaine transition quantique, largeur spectrale expérimentalement observable, est déterminée par la probabilité des autres transitions quantiques qui auraient aussi pu se produire, mais qui ne se sont pas produites. A mon avis, une telle conclusion n'est pas admissible. Pour cette raison, j'ai esquissé une théorie de la largeur des raies spectrales qui, en admettant les idées de MM. Lochak et Andrade e Silva sur le caractère de processus brusque et non linéaire des transitions quantiques, suppose qu'il existe un état de l'atome *précurseur* de l'émission qui déterminerait la largeur spectrale des raies pouvant ensuite être émises et donnerait une explication de cette largeur échappant au paradoxe indiqué ci-dessus. Comme cette théorie, qui n'est qu'esquissée, serait assez longue à développer, je ne l'exposerai pas ici et je me contenterai de dire qu'elle m'a semblé fournir de nouvelles raisons pour assimiler l'onde  $\nu$  des photons à une très faible onde électromagnétique. Je crois d'ailleurs que le raisonnement sur l'apodisation suffit à lui seul à rendre cette hypothèse très vraisemblable. Aussi l'admettrai-je désormais.

Cette conception de l'onde porteuse d'un photon conduit à penser que, si la presque totalité de l'énergie du train d'ondes électromagnétiques est certainement concentrée à l'intérieur du photon, il est néanmoins

possible qu'une très petite fraction de cette énergie soit répartie dans toute l'étendue de l'onde de base. L'absorption de l'onde de base par passage à travers un corps absorbant pourrait se traduire par une diminution de la fréquence du photon qui a traversé l'absorbant : ce phénomène pourrait se produire, soit par le processus discontinu que j'ai envisagé ailleurs (1), soit parce qu'un effet de non-linéarité créerait une relation entre l'amplitude de l'onde  $u$  et sa fréquence. Il serait bien intéressant d'examiner expérimentalement si des photons qui ont réussi à traverser un milieu très absorbant n'ont pas subi une très légère diminution de fréquence. *Il y aurait là un effet entièrement nouveau, tout à fait inconnu des théories actuelles.* Si cet effet existe vraiment, peut-être permettrait-il d'expliquer le déplacement vers le rouge de la fréquence des photons nous parvenant des nébuleuses très lointaines sans avoir recours à l'hypothèse de l'expansion de l'univers.

## 2. Le transport des photons par les ondes électromagnétiques du type $v$ .

L'idée essentielle qui s'est dégagée des considérations exposées au paragraphe précédent, c'est que le photon doit, si l'on adopte le point de vue de la théorie de la double solution, être considéré comme une région de haute concentration du champ qui est implantée sur une onde électromagnétique de base de très faible amplitude, très approximativement solution des équations de Maxwell. D'autre part, l'introduction des potentiels comme grandeurs physiques au même titre que les champs nous a permis, au chapitre précédent, de définir un quadrivecteur densité-flux donné par les expressions (9) et (10) de  $\rho$  et de  $\rho\vec{v}$ . La trajectoire suivie par le photon au sein de l'onde est déterminée par la loi du guidage à partir de  $\rho$  et de  $\rho\vec{v}$  conformément à nos conceptions générales. Le photon reste en accord de phase, en « cohérence » avec son onde, idée qu'on peut préciser en disant que la structure interne du photon doit faire intervenir des grandeurs électromagnétiques  $F$  qui sont proportionnelles aux grandeurs  $F$  de l'onde de base à l'endroit où il se trouve, mais qui ont une amplitude beaucoup plus grande.

Considérons, par exemple, le champ électrique complexe  $\vec{E}$  de l'onde de base. Nous avons vu qu'à ce champ électrique complexe, nous devons faire correspondre le champ classique défini par la partie réelle  $E_1$  de  $E$ . Le champ électrique interne réel du photon devra être de la forme  $CE_1$  avec  $C$  très grand. Si l'onde est plane monochromatique (ce qui n'est jamais rigoureusement exact),  $\vec{E}$ , est représenté par une fonction sinu-

---

(1) Bibliographie [4].

soit  $a \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)$  et le photon peut être assimilé à une sorte d'impulsion électromagnétique d'amplitude C fois plus grande, C ayant une valeur très élevée. Pour employer une expression assez répandue parmi les spécialistes des Télécommunications, le champ électrique du photon serait, en quelque sorte, un « échantillon » d'une sinusoïde C fois plus grande que celle qui représente le champ électrique de l'onde de base.

Mais les photons étant des bosons ont la propriété de pouvoir se grouper sur une même onde. Le cas d'une onde électromagnétique de base partant de très nombreux photons est très important car il correspond au cas des ondes hertziennes et à celui des ondes lumineuses émises par un laser. Nous étudierons plus loin ces deux cas en détail. Pour l'instant, nous nous contenterons de faire une remarque qui nous sera utile dans un moment.

Considérons un train d'ondes assimilable à une onde plane monochromatique et portant de nombreux photons. Dans cette onde, la densité moyenne de l'énergie est donnée en théorie de Maxwell par la valeur moyenne de la composante 44 du tenseur énergie-impulsion, soit (1), avec  $E = H = a \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)$  :

$$(1) \quad \bar{M}_{44} = \frac{1}{2} (\bar{E}^2 + \bar{H}^2) = \frac{a^2}{2}.$$

Si nous désignons sous le nom d'onde « échantillonnée » l'onde qui correspond à la sinusoïde  $C a \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)$  dont les photons transportent des échantillons, nous aurons pour cette onde,

$$(2) \quad \bar{M}_{44} = \frac{C^2 a^2}{2}.$$

Maintenant, si  $n$  est le nombre total des photons transportés par le train d'ondes et si  $\mathcal{V}$  est le volume occupé par celui-ci, on devra poser

$$(3) \quad \frac{C^2 a^2}{2} = \frac{n h \nu}{\mathcal{V}}$$

puisque l'énergie représentée par l'ensemble des photons qui occupent en moyenne une unité de volume est  $\frac{n}{\mathcal{V}} h \nu$ . En se souvenant que nous avons défini [chap. I, formule (7)] la grandeur  $k$  par  $k = \frac{1}{\hbar} \frac{W}{c} = \frac{1}{\hbar} \frac{h \nu}{c}$ ,

(1) Avec les équations maxwelliennes (1) du chapitre précédent, il faudrait ajouter les termes  $k_0^2 (A^2 + V^2)$ , mais ils sont entièrement négligeables.

il vient pour l'amplitude  $A$  de l'onde échantillonnée telle que  $A = Ca$ , c'est-à-dire de l'onde classique qui transporterait l'énergie  $\frac{nh\nu}{\mathcal{V}}$  par unité de volume

$$(4) \quad A = Ca = \sqrt{\frac{nkhc}{\pi\mathcal{V}}},$$

avec  $n$  très grand.

Telle est l'amplitude que nous devons attribuer à l'onde dont les photons transportent des échantillons pour que cette « onde échantillonnée » représente correctement les échanges d'énergie entre les photons et la matière. Nous retrouverons cette formule (4) dans un chapitre ultérieur.

### 3. Généralisation de la relation $\Psi = Cv$ dans le cas de l'absorption de l'onde $v$ .

En liaison avec ce que nous avons dit précédemment sur l'apodisation, nous allons d'abord examiner le cas d'un train d'ondes portant un seul corpuscule. La relation  $\Psi = Cv$  permet de substituer à l'*onde physique*  $v$  une *onde de probabilité*  $\Psi$  par l'intermédiaire d'un facteur de normalisation  $C$  défini par  $C^2 = \frac{1}{\int |v|^2 d\tau}$ . Elle sert à exprimer que la

probabilité de présence du corpuscule dans l'élément de volume  $d\tau$  est proportionnelle à  $|\Psi|^2 d\tau$ .

Examinons alors comment doit se généraliser et s'interpréter la relation  $\Psi = Cv$  quand l'onde  $v$  traverse un corps qui l'absorbe. Supposons que l'onde  $v$  traverse un écran d'épaisseur  $l$  et de coefficient d'absorption  $\gamma$ . Avant d'entrer dans l'absorbant, l'onde  $v$  a la valeur  $v_0$  et l'on doit lui associer une onde de probabilité  $\Psi_0 = C_0 v_0$  avec  $C_0^2 = \frac{1}{\int |v_0|^2 d\tau}$ . A la

sortie de l'écran, l'onde est devenue  $v = v_0 e^{-\gamma l}$ . Pour construire l'onde  $\Psi$  correspondant à cette nouvelle situation, il faut que nous tenions compte des informations que nous avons sur ce qui est arrivé au corpuscule pendant la traversée de l'écran, ce qui est naturel puisque l'onde  $\Psi$  est une simple représentation de probabilités. Si nous savons que le corpuscule n'a pas été absorbé dans l'écran, nous devrons prendre comme fonction  $\Psi$  après l'écran  $\Psi = Cv$  avec  $C^2 = \frac{1}{\int |v|^2 d\tau}$ , ce qui nous

donne  $C = C_0 e^{\gamma l}$ . Si nous savons que le corpuscule a été absorbé dans l'écran, nous devons prendre  $\Psi = 0$ , donc  $C = 0$ . Mais, si nous ignorons ce qui est arrivé au corpuscule en traversant l'écran, nous devons prendre

après l'écran  $\Psi = C_0 v = C_0 v_0 e^{-\gamma t}$ , d'où  $\int |\Psi|^2 d\tau = e^{-2\gamma t}$ , et considérer alors que la probabilité pour que le corpuscule ait traversé l'écran sans être absorbé est  $e^{-2\gamma t}$ .

Passons maintenant au cas d'une onde portant  $n$  corpuscules ou plus précisément au cas d'une onde électromagnétique portant  $n$  photons et posons-nous le même problème que ci-dessus. Avant l'écran  $\Psi = C_n v_0$  avec

$$C_n^2 = \frac{n}{\int |v_0|^2 d\tau}, \text{ soit } C_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\int |v_0|^2 d\tau}}, \text{ de façon à avoir } \int |\Psi|^2 d\tau = n.$$

Après l'écran, on a  $v = v_0 e^{-\gamma t}$ . Si nous savons que  $m \leq n$  photons n'ont pas été absorbés par l'écran, nous poserons

$$\Psi^* = C_m v \quad \text{avec} \quad C_m = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{\int |v|^2 d\tau}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{\int |v_0|^2 d\tau}} e^{\gamma t}$$

de façon à avoir  $\int |\Psi^*|^2 d\tau = m$ . Mais, si nous ignorons combien de photons ont été absorbés dans l'écran, nous poserons

$$\Psi^* = C_n v = C_n v_0 e^{-\gamma t} \quad \text{d'où} \quad \int |\Psi^*|^2 d\tau = e^{-2\gamma t}$$

et nous devons alors considérer que le nombre *moyen* des photons après l'écran est  $n e^{-2\gamma t}$ .

Nous avons ainsi obtenu une correspondance *statistique* entre l'affaiblissement de la très faible onde de base, affaiblissement qui est un processus non aléatoire et continu, et la diminution du nombre des photons, diminution qui est au contraire un processus aléatoire et discontinu. Cette conclusion paraît être en relation avec le fait que dans la théorie quantique des champs, on calcule les probabilités d'absorption (ou d'émission) des photons en utilisant un terme d'interaction entre le rayonnement et la matière qui est empruntée à la théorie électromagnétique classique.

#### 4. Champs électromagnétiques libres et champs électromagnétiques liés.

Ce que nous avons dit jusqu'à présent dans ce chapitre s'applique seulement aux ondes électromagnétiques de base pouvant transporter un ou plusieurs photons. Ces ondes représentent donc ce qu'on peut appeler un champ électromagnétique « libre », c'est-à-dire un champ correspondant à la propagation d'un rayonnement à grande distance de toute charge électrique immobile ou en mouvement.

Or, dans la théorie électromagnétique classique, il est bien connu que le champ électromagnétique existant autour d'une charge électrique immobile ou en mouvement est représenté par deux sortes de termes :

1<sup>o</sup> des termes en  $\frac{1}{r}$  correspondant à un flux centrifuge d'énergie qui reste constant à toute distance; 2<sup>o</sup> des termes en  $\frac{1}{r^n}$  avec  $n \geq 2$  qui ne correspondent à aucun flux d'énergie vers l'extérieur. Il est dès lors naturel de considérer les termes du premier type comme des champs électromagnétiques « libres » correspondant à l'émission d'un rayonnement tandis que les termes du second type représentent des champs « liés » à la source qui restent principalement confinés au voisinage immédiat de celle-ci.

Comme nous avons identifié les champs libres, du moins à grande distance des charges, avec un faible champ électromagnétique du type  $v$  susceptible de transporter des photons, il nous reste à voir comment nous allons interpréter les champs liés. Il semble naturel d'admettre que les champs liés sont en principe des champs électromagnétiques complexes du type  $v$ , étant bien entendu que cela signifie que les champs liés classiques sont définis par la partie réelle des champs complexes correspondants. Mais si l'on admet ce point de vue, il en résulte que les champs liés, bien qu'étant du type  $v$  de la double solution, ne sont plus à amplitude infiniment petite puisque leur amplitude devient très grande quand on s'approche de la charge ou du courant auquel ils sont liés. C'est donc *seulement* pour les champs en propagation libre susceptibles de transporter des photons et de constituer un rayonnement qu'on doit attribuer à l'amplitude de l'onde de base une valeur extrêmement petite. Cette restriction ne s'applique pas aux ondes de base qui constituent les champs liés.

Les calculs qui vont être effectués au chapitre suivant ont pour but de montrer la signification et la portée de l'ensemble des hypothèses que nous avons faites sur les champs libres et les champs liés (¹).

(¹) Il est important de signaler ici que M. Thiounn Mumm, dans des travaux récents prolongements de sa thèse de Doctorat, a montré que, pour les photons comme pour les électrons, les équations d'ondes admettent des solutions à singularité mobile, le mouvement de la singularité obéissant à la formule du guidage exprimée par le vecteur flux. (Voir bibliographie [25].)

---

## CHAPITRE III.

### ÉTUDE DE CERTAINS CHAMPS ÉLECTROMAGNÉTIQUES LIBRES OU LIÉS.

---

#### 1. But du chapitre.

Avant de faire des applications de nos idées générales au cas des ondes hertziennes et de la lumière, nous nous proposons dans ce chapitre de donner quelques exemples de calculs exacts de certains champs électromagnétiques libres ou liés et de déterminer les lignes de courant qui constituent les trajectoires possibles du photon dans son onde quand on fait abstraction des perturbations provenant du milieu subquantique.

Dans le cas des champs libres, c'est-à-dire de la propagation du rayonnement en l'absence de charges électriques, nous constaterons sur les exemples étudiés qu'en dehors du cas de l'onde plane monochromatique où la masse propre variable  $M_0$  se réduit à la très petite masse propre  $\mu_0$  que nous attribuons au photon, la masse propre  $M_0$  a une valeur beaucoup plus grande correspondant à un mouvement ralenti, comme nous l'avions déjà pressenti autrefois, nous le rappellerons plus loin, dans des études sur la propagation des ondes électromagnétiques dans les guides d'ondes. Nous serons ainsi amené à proposer une expression de  $M_0$  en fonction des grandeurs électromagnétiques qui se vérifie dans les divers cas que nous avons pu traiter.

Il y aurait évidemment lieu d'établir pour le photon une Dynamique du guidage analogue à celle que, dans un Ouvrage antérieur (<sup>(1)</sup>), j'avais pu développer pour la particule de spin 0 obéissant à l'équation de Klein-Gordon et pour la particule de spin  $\frac{1}{2}$  obéissant aux équations de l'électron de Dirac. En particulier, on peut chercher à trouver pour le vecteur densité-flux du photon une décomposition analogue à celle qu'a réalisée Gordon dans le cas de l'électron. Nous réservant de revenir sur ce sujet, je me contenterai de la remarque suivante. D'après les idées exposées dans le chapitre précédent, on doit admettre que, dans la région occupée à un instant donné par le photon, les grandeurs électro-

---

(<sup>1</sup>) Bibliographie [1], chap. X et p. 198 et suiv.

magnétiques doivent avoir une valeur proportionnelle à celles des grandeurs correspondantes de l'onde de base, mais beaucoup plus grande. Comme dans notre théorie, qui admet la nature physique des potentiels, tout le champ électromagnétique dérive de ces potentiels, nous pouvons dire que le mouvement du photon dans son onde doit être tel que le quadrivecteur potentiel interne reste parallèle à celui de l'onde de base, mais avec une amplitude beaucoup plus grande. Il en résulte que le mouvement du photon doit être tel que non seulement il décrive la trajectoire prescrite par la théorie du guidage à l'aide du quadrivecteur densité-flux du champ électromagnétique de base, mais que pendant sa progression sa structure interne doit *tourner* de façon à maintenir le parallélisme de son vecteur potentiel avec celui du champ de base.

Après avoir étudié quelques exemples de champs libres, nous étudierons les champs liés dans le cas du rayonnement d'un dipôle et dans le cas d'une charge immobile éventuellement pulsante. Dans ce dernier cas, nous serons amené à établir un très intéressant passage continu entre les ondes longitudinales et le potentiel de Coulomb.

## 2. Étude de deux cas de champs libres.

En Mécanique ondulatoire du photon, le quadrivecteur densité-flux du champ électromagnétique, qui, d'après le principe du guidage, détermine le mouvement non perturbé du photon, est donné par la formule

$$(1) \quad j_\mu = \frac{i}{\hbar} [A_\mu^* F_{\mu\nu} - \text{conj.}],$$

ce qui donne pour la densité :

$$(2) \quad \rho = \frac{i}{\hbar c} [(\vec{A}^* \cdot \vec{E}) - (\vec{A} \cdot \vec{E}^*)],$$

où  $\vec{A}$  est le potentiel-vecteur et  $\vec{E}$  le champ électrique (complexes), et pour le trivecteur  $j_k$  avec  $k = 1, 2, 3$  :

$$(3) \quad j_k = \rho v_k = \frac{i}{\hbar} [(\vec{A}^* \wedge \vec{H})_k + V^* E_k - (\vec{A} \wedge \vec{H}^*)_k - V E_k],$$

où  $V$  est le potentiel scalaire et  $\vec{H}$  le champ magnétique.

On peut déjà faire sur la formule (2) une remarque importante : elle montre qu'il n'y a pas de photons là où le champ *électrique* est nul, même s'il y a un champ magnétique. La lumière ne peut donc produire un effet photoélectrique que là où le champ électrique est différent de zéro et, dans un phénomène d'interférences ou de diffraction, les franges brillantes correspondent à un maximum du champ électrique. C'est,

nous le rappellerons, ce qui a été vérifié depuis bien longtemps dans les expériences de Wiener et cela a permis de dire que, dans une onde électromagnétique, c'est le champ électrique qui impressionne une plaque photographique. Ce résultat est bien en accord avec la formule (2).

Nous allons maintenant appliquer les formules (2) et (3) au cas des ondes planes monochromatiques et au cas des franges de Wiener.

a. *Onde plane monochromatique.* — Elle est définie, si l'onde est rectilignement polarisée et se propage suivant  $oz$ , par le potentiel-vecteur

$$(4) \quad \mathbf{A}_x = A_0 e^{i(kct - |\vec{k}|z)}, \quad \mathbf{A}_y = \mathbf{A}_z = \mathbf{0},$$

où  $k = 2\pi \frac{\nu}{c}$ ,  $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $k_0 = \frac{1}{\hbar} \mu_0 c$ , la masse propre  $\mu_0$  du photon étant supposée extraordinairement petite, mais non rigoureusement nulle. On trouve alors

$$(5) \quad \mathbf{E}_x = -ik \mathbf{A}_0 \mathbf{P}, \quad \mathbf{H}_y = -i |\vec{k}| \mathbf{A}_0 \mathbf{P},$$

$\mathbf{P}$  étant le facteur de phase. On a donc  $|\mathbf{E}|^2 - |\mathbf{H}|^2 = k_0^2 |\mathbf{A}|^2$ .

On trouve ensuite

$$(6) \quad \rho = \frac{2k}{\hbar c} A_0^2, \quad \rho v_z = \frac{2|\vec{k}|}{\hbar} A_0^2,$$

d'où pour la densité propre  $\rho_0$  :

$$(7) \quad \rho_0 = \rho \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{2k_0}{\hbar c} A_0^2$$

et

$$(8) \quad v_z = \frac{\rho v_z}{\rho} = \frac{c |\vec{k}|}{k}; \quad \beta = \frac{v_z}{c} = \sqrt{1 - \frac{k_0^2}{k^2}}$$

Or nous devons avoir

$$(9) \quad \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = h\nu = k\hbar c,$$

d'où encore

$$(10) \quad M_0 = \frac{k\hbar}{c} \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{k_0 \hbar}{c} = \mu_0.$$

Donc, dans le cas de l'onde plane monochromatique, la masse propre  $M_0$  se réduit à la très petite masse propre  $\mu_0$ , ce qui est satisfaisant (1).

(1) On pourrait traiter d'une façon analogue les autres cas d'ondes planes monochromatiques.

b. *Franges de Wiener.* — Nous ne traiterons ici que le cas simple d'une onde rectilignement polarisée qui tombe sous incidence normale sur un miroir parfaitement réfléchissant.

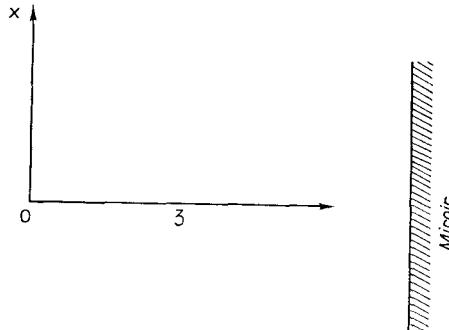


Fig. 3.

L'onde incidente pouvant encore être définie par la formule (4), nous poserons  $\alpha = |\vec{k}|z$  et nous vérifierons aisément que, dans les franges de Wiener, le champ électrique devant s'annuler sur le miroir, nous avons

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Lambda_x = 2i\Lambda_0 \sin \alpha e^{ikct}; \\ E_x = 2k\Lambda_0 \sin \alpha e^{ikct}; \quad H_y = 2i|\vec{k}| \Lambda_0 \cos \alpha e^{ikct}. \end{array} \right.$$

A l'aide des définitions (2) et (3), nous en tirons

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi = \frac{8k}{\hbar c} \Lambda_0^2 \sin^2 \alpha; \quad \varphi v_z = 0; \quad v_z = 0; \\ \varphi_0 = \varphi \sqrt{1 - \beta^2} = \varphi. \end{array} \right.$$

Le photon est donc immobile dans la région d'interférences (si l'on fait abstraction des perturbations provenant du milieu subquantique) et sa masse propre  $M_0$  est

$$(13) \quad M_0 = \frac{k\hbar}{c} \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{k\hbar}{c} = \frac{hv}{c^2} \gg \mu_0.$$

Il est intéressant de rappeler ici ce qui suit. Vers 1890 (voir H. POINCARÉ, *Théorie de la lumière*), on se demanderait si, en adoptant pour la nature de la lumière la conception électromagnétique de Maxwell, on devait considérer l'action photographique, qui permet d'enregistrer les franges d'interférences, comme due au champ électrique ou au champ

magnétique. Wiener, qui a fait à cette époque l'expérience d'interférences qui porte son nom, a montré que les franges brillantes correspondent aux maximums du champ électrique et cela, dans le langage des photons, signifie que c'est l'intensité du champ électrique qui détermine la probabilité de présence des photons dans la région d'interférences. Il est très intéressant de remarquer, comme nous l'avions déjà fait plus haut, que ce résultat est en complet accord avec l'expression adoptée pour  $\rho$ . Au contraire, l'expression  $\frac{M_{44}}{h\nu} = \frac{E^2 + H^2}{2h\nu}$ , que nous fournirait la théorie classique de Maxwell, nous dirait que les photons peuvent se trouver dans les régions où le champ électrique est nul si le champ magnétique n'y est pas nul. On voit ici apparaître une différence entre les deux théories, non pas en ce qui concerne l'onde de base, mais en ce qui concerne la localisation des photons sur cette onde (').

### 3. Définition de la masse propre $M_0$ en fonction des grandeurs électromagnétiques.

La théorie de la double solution indique, nous l'avons vu dans l'Introduction, que tout corpuscule guidé par son onde de base possède à chaque instant une masse propre variable  $M_0$ , différente en général de la masse propre usuelle  $m_0$ , dont les variations engendrent la force quantique. Cette masse propre variable doit pouvoir s'exprimer à l'aide des grandeurs qui caractérisent l'onde de base et nous avons vu que dans le cas d'une particule de spin 0 obéissant à l'équation de Klein-Gordon, cette expression est  $M_0 = \sqrt{m_0^2 + \frac{\hbar^2}{c^2} \frac{\square a}{a}}$ ,  $a$  étant l'amplitude de l'onde de Klein-Gordon.

(') Pour montrer comment on peut essayer de lever certaines difficultés qui se présentent dans le développement de cette théorie, nous ajouterons les deux remarques suivantes.

D'abord, s'il arrive que  $\rho$  soit négatif dans une région de l'espace, il semble qu'on puisse admettre que,  $\rho v$  étant nul sur la surface  $\rho = 0$ , les photons ne puissent pas pénétrer dans la région où  $\rho$  est négatif, ce qui permettrait de regarder comme sans importance la difficulté présentée par l'existence possible de valeurs négatives de  $\rho$ .

Ensuite il peut arriver dans certains cas (voir [1], p. 125 et suiv.) que,  $\rho$  étant partout positif, les photons puissent pénétrer dans une région où leur vitesse  $v$  soit supérieure à  $c$ , la masse propre  $M_0$  étant alors purement imaginaire. Mais je pense que le déplacement des photons avec une vitesse supérieure à  $c$  dans une région d'interférences très limitée ne peut servir à transmettre un signal de sorte qu'on n'est pas en contradiction avec la théorie de la Relativité. Cette idée me paraît en accord avec l'opinion émise récemment par M. Terletsky suivant laquelle il pourrait exister des déplacements corpusculaires de vitesse supérieure à  $c$  lorsque ces déplacements ne peuvent pas constituer des signaux observables.

Pour les particules de spin  $\frac{1}{2}$  obéissant aux équations de Dirac (c'est le cas de l'électron), j'ai trouvé précédemment (1), compte tenu de la relation de Pauli-Kofink,  $\rho_0 = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$ ,

$$(14) \quad M_0 = \frac{m_0 \rho_0}{\Omega_1} = m_0 \frac{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}{\Omega_1},$$

où  $\Omega_1 = \sum_k \Psi_k^+ \Psi_k$  et  $\Omega_2 = \sum_k \Psi_k^+ \gamma_5 \Psi_k$  sont les deux invariants classiques en théorie de Dirac. Récemment, j'ai pu démontrer que, pour le photon obéissant aux équations Maxwellienne, précédemment étudiées, on a la formule analogue à (14) :

$$(15) \quad M_0 = \frac{\mu_0 \rho_0}{\Omega_1} = \mu_0 \frac{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}{\Omega_1},$$

où ici l'invariant  $\Omega_1$  est égal à

$$\Omega_1 = -\frac{2 k_0}{\hbar c} A_\nu A^\nu = \frac{2 k_0}{\hbar c} (|\mathbf{A}|^2 - |\mathbf{V}|^2)$$

et où  $\Omega_2$  est un second invariant facile à calculer (puisque il est égal à  $\sqrt{\rho_0^2 - \Omega_1^2}$ ). Dans les cas où le potentiel scalaire  $V$  est nul, la formule (15) se réduit à

$$(16) \quad M_0 = \frac{\mu_0 \rho_0 \hbar c}{2 k_0 |\mathbf{A}|^2} = \frac{\hbar^2 \rho_0}{2 |\mathbf{A}|^2}.$$

La formule (16) se vérifie aisément dans les deux cas particuliers étudiés au paragraphe précédent. Dans le cas de l'onde plane monochromatique, nous avions trouvé  $|\mathbf{A}|^2 = A_0^2$  et  $\rho_0 = \frac{2 k_0}{\hbar c} A_0^2$ , d'où par (16) :

$$(17) \quad M_0 = \frac{2 \hbar^2 k_0 A_0^2}{2 \hbar c A_0^2} = \frac{k_0 \hbar}{c} = \mu_0$$

en accord avec (10). Dans le cas des franges de Wiener, nous avions trouvé

$$|\mathbf{A}|^2 = 4 A_0^2 \sin^2 \alpha \quad \text{et} \quad \rho_0 = \varphi = \frac{8 k}{\hbar c} A_0^2 \sin^2 \alpha,$$

d'où par (16) :

$$(18) \quad M_0 = \frac{8 k \hbar^2 A_0^2 \sin^2 \alpha}{8 \hbar c A_0^2 \sin^2 \alpha} = \frac{k \hbar}{c} = \frac{h \nu}{c^2}$$

en accord avec (13).

(1) Voir [1], p. 200 et plus haut, chap. I, éq. (35).

Les expressions (14) et (15) de  $M_0$  sont très importantes en ce qui concerne la Dynamique du guidage des particules et la Thermodynamique cachée que j'ai récemment développée (¹).

#### 4. Remarques sur les états de superposition. Cas des guides d'ondes.

Dans les cas simples que nous venons de traiter et dans quelques autres que j'ai pu examiner, on constate que, quand l'onde de base est formée par une superposition d'ondes planes monochromatiques, la masse propre variable  $M_0$  du photon est très supérieure à l'extraordinairement petite masse propre  $\mu_0$  qui, suivant nos conceptions, doit figurer dans nos équations maxwelliennes et à laquelle se réduit  $M_0$  dans le cas de l'onde plane monochromatique.

Or, j'avais déjà signalé ce fait, il y a 25 ans, dans l'étude d'un problème particulier, à l'époque où j'ai consacré un exposé à la propagation des ondes électromagnétiques dans les guides d'ondes (²).

J'avais remarqué que les ondes qui se propagent dans un guide d'ondes rectiligne sont caractérisées par des grandeurs électromagnétiques dont le facteur de phase est de la forme  $e^{i(kct - k_z z)}$ , l'axe des  $z$  étant pris suivant l'axe du guide et les grandeurs  $k$  et  $k_z$  étant reliées par la relation

$$(19) \quad k^2 = k_z^2 + \alpha^2,$$

où  $\alpha$  est une constante qui dépend de la forme du guide et du type d'ondes qui s'y propage. Après avoir remarqué que la vitesse de phase  $V = c \frac{k}{k_z}$  est supérieure à  $c$ , j'avais calculé la vitesse de groupe  $v$  donnée par la célèbre formule de Rayleigh :

$$(20) \quad \frac{1}{v} = \frac{1}{c} \frac{\partial k_z}{\partial k},$$

ce qui me donnait

$$(21) \quad v = c \frac{k_z}{k} < c.$$

Remarquant alors que  $v$  étant la vitesse de propagation de l'énergie le long du guide et introduisant les conceptions de la Mécanique ondu-latoire, j'en concluais que tout se passait comme si le photon possédait une masse propre  $M_0 = \frac{\hbar \alpha}{c}$  déterminée par la constante  $\alpha$  et pouvant prendre une valeur importante.

J'ai repris récemment ce genre de calculs pour certaines ondes se propageant dans un guide dans le cas simple d'un guide à section rectan-

(¹) Bibliographie [6].

(²) Voir Bibliographie [15], p. 34 et 35.

gulaire : j'ai constaté qu'en calculant  $\rho$  et  $\rho\vec{v}$  à l'aide des formules (2) et (3) on retrouve pour  $v$  la valeur (21) et qu'on peut aussi vérifier la valeur  $\frac{\hbar\alpha}{c}$  de  $M_0$  en appliquant la formule (16). Il me paraît très probable qu'on parviendrait aux mêmes conclusions en étudiant des cas plus généraux de propagation dans les guides.

Ainsi le fait que, pour toute onde formée par une superposition d'ondes planes monochromatiques, la masse propre variable  $M_0$  soit supérieure à la masse propre figurant dans les équations d'ondes apparaît comme général. Dans le livre que j'ai récemment consacré à la *Thermodynamique de la particule isolée*, j'avais déjà signalé ce fait et j'en avais montré toute l'importance (1).

## 5. Étude de certains cas de champs liés.

a. Cas du dipôle. — Considérons un petit dipôle oscillant placé à l'origine des coordonnées et assimilable à un petit élément de courant alternatif. L'axe du dipôle était pris pour axe Oz, nous avons

$$(22) \quad A_x = A_y = 0, \quad A_z = \frac{A_0}{r} e^{i\varphi},$$

avec  $\varphi = kt - |\vec{k}|r$  et  $k^2 = |\vec{k}|^2 + k_0^2$ , d'où en coordonnées polaires :

$$(23) \quad A_r = \frac{A_0 \cos \theta}{r} e^{i\varphi}; \quad A_\theta = \frac{A_0 \sin \theta}{r} e^{i\varphi}; \quad A_\alpha = 0.$$

Comme

$$(24) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{A} = -\frac{\partial A_z}{\partial z} = -\frac{\partial A_z}{\partial r} \cos \theta = A_0 \cos \theta \left( \frac{1}{r^2} + \frac{i|\vec{k}|}{r} \right) e^{i\varphi},$$

on trouve en intégrant sur le temps :

$$(25) \quad V = -\frac{i}{k} A_0 \cos \theta \left( \frac{1}{r^2} + \frac{i|\vec{k}|}{r} \right) e^{i\varphi}.$$

En calculant les composantes non nulles des champs, nous obtenons

$$(26) \quad \begin{cases} E_r = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_r}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{ik_0^2}{k} \frac{A_0 \cos \theta}{r} e^{i\varphi} - \frac{i}{k} \frac{2A_0 \cos \theta}{r^2} \left( \frac{1}{r} + i|\vec{k}| \right) e^{i\varphi}, \\ E_\theta = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_\theta}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{ik A_0 \sin \theta}{r} - \frac{ik A_0 \sin \theta}{r^2} \left( \frac{1}{r} + i|\vec{k}| \right) e^{i\varphi}, \\ H_\alpha = -\frac{1}{r} \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} = -i|\vec{k}| \frac{A_0 \sin \theta}{r} e^{i\varphi} + \frac{A_0}{r^2} \sin \theta e^{i\varphi}. \end{cases}$$

Le premier terme de  $E_r$  représente une onde longitudinale caractéristique de notre théorie du photon et l'on voit dans les formules (26)

---

(1) Bibliographie [6].

apparaître les termes en  $\frac{1}{r}$  et en  $\frac{1}{r^n}$  avec  $n \geq 2$  qui représentent respectivement les champs libres et les champs liés.

Si l'on se place assez loin de O pour pouvoir ne conserver que les termes en  $\frac{1}{r}$  et si l'on néglige les termes en  $k_0^2$  (c'est-à-dire l'onde longitudinale divergente), on a

$$(27) \quad E_0 = H_\alpha = -ik \frac{A_0 \sin \theta}{r} e^{i\varphi}$$

et l'on retrouve l'onde transversale divergente classique en théorie du dipôle.

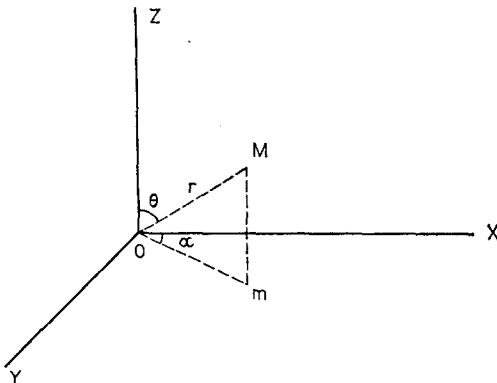


Fig. 4.

Calculons maintenant  $\rho$  et  $\rho \vec{v}$  à grande distance :

$$(28) \quad \begin{cases} \rho = \frac{1}{\hbar c} [A_0^* E_0 - \text{conj.}] = \frac{2k}{\hbar c} \frac{A_0^2 \sin^2 \theta}{r^2}, \\ \rho v_0 = \frac{i}{\hbar} (-A_0^* H_\alpha + V^* E_0 - \text{conj.}) = 0, \\ \rho v_r = \frac{i}{\hbar} (A_0^* H_\alpha - \text{conj.}) = \frac{2k}{\hbar} \frac{A_0^2 \sin^2 \theta}{r^2}. \end{cases}$$

On en tire

$$(29) \quad v_0 = 0, \quad v_r = c.$$

C'est bien ce que nous devions obtenir pour l'onde transversale à grande distance puisque nous avons négligé les termes en  $k_0^2$ .

Il est intéressant de faire la remarque suivante : Si dans l'expression (26) de  $H_\alpha$ , nous faisons tendre  $k$  vers zéro, c'est-à-dire la fréquence vers zéro, en négligeant  $k_0$ , nous obtenons

$$(30) \quad H_\alpha = \frac{A_0}{r^2} \sin \theta$$

et cette expression peut être identifiée avec la loi classique de Laplace,  $H = \frac{i ds \sin \theta}{r^2}$ , qui donne le champ magnétique créé par un élément de courant continu  $i ds$ . Cela est satisfaisant puisqu'à la limite pour une fréquence nulle, notre dipôle est devenu un petit élément de courant continu.

*b. Les ondes sphériques longitudinales divergentes et le potentiel de Coulomb.* — Nous savons qu'avec nos équations maxwelliennes contenant un très petit terme de masse, il existe des ondes longitudinales comportant un champ électrique non nul. Nous pouvons donc imaginer une charge électrique sphérique et pulsante qui pourrait émettre une telle onde longitudinale divergente. Nous allons calculer cette onde et, en faisant tendre sa fréquence vers zéro, nous la verrons se transformer d'une façon continue et à la limite coïncider avec le champ électrostatique coulombien de la charge qui a cessé d'être pulsante. Nous soulignerons l'intérêt de ce résultat.

Nous considérons donc une charge électrique sphérique placée à l'origine des coordonnées et pulsante avec une fréquence  $\nu$  et nous employons des coordonnées sphériques autour de l'origine. En employant les mêmes notations que précédemment, nous caractériserons une onde sphérique longitudinale divergente par des grandeurs de la forme

$$f(r) e^{i(kct - |\vec{k}|r)} \quad \text{avec} \quad k^2 = |\vec{k}|^2 + k_0^2.$$

Nous poserons alors

$$(31) \quad V = -\frac{|\vec{k}|^2}{k_0^2} \frac{1}{r} e^{i(kct - |\vec{k}|r)},$$

le coefficient  $-\frac{|\vec{k}|^2}{k_0^2}$  ayant été choisi pour la commodité des calculs, ce qui, à une constante multiplicative près, ne restreint pas la généralité. La relation  $\frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{A} = 0$  nous impose alors de poser

$$(32) \quad \begin{cases} A_r = \frac{ik}{k_0^2} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{i|\vec{k}|}{r} \right) e^{i(kct - |\vec{k}|r)} = \frac{ik}{|\vec{k}|^2} \frac{\partial V}{\partial r}, \\ A_\theta = A_\varphi = 0. \end{cases}$$

Avec les définitions (31) et (32), on peut vérifier que toutes les équations (1) du chapitre I sont satisfaites et l'on trouve

$$(33) \quad E_r = \left[ \frac{1}{r^2} + \frac{i|\vec{k}|}{r} \right] e^{i(kct - |\vec{k}|r)}; \quad E_\varphi = E_\theta = 0; \quad \vec{H} = 0.$$

Les équations (31), (32) et (33) définissent les grandeurs électromagnétiques qui caractérisent l'onde sphérique longitudinale divergente.

Si  $\vec{k}$  tend vers zéro,  $k$  tend vers  $k_0$  et à la limite nous avons

$$(34) \quad V = 0, \quad A_r = \frac{i}{k_0} \frac{1}{r^2} e^{ik_0 ct}, \quad E_r = \frac{1}{r^2} e^{ik_0 ct}.$$

Si, ensuite,  $k$  devient inférieure à  $k_0$ ,  $|\vec{k}|$  devient purement imaginaire et l'on peut poser  $\gamma = i|\vec{k}|$ . On aura  $k^2 + \gamma^2 = k_0^2$  et les exponentielles  $e^{-i|\vec{k}| r}$  deviendront  $e^{-\gamma r}$ . Donc l'onde longitudinale divergente, qui était progressive pour  $k > k_0$  et stationnaire pour  $k = k_0$ , est devenue exponentiellement amortie. Tout ceci est tout à fait analogue à ce qu'on rencontre dans la théorie des guides d'ondes en technique des hyperfréquences radioélectriques, quand on étudie les « atténuateurs ». En effet, l'atténuateur est un guide d'ondes possédant une fréquence minimale de coupure  $\nu_0$ , ce qui en fait un filtre passe-haut : si l'on envoie dans ce guide une onde de fréquence inférieure à  $\nu_0$ , elle s'amortira en se propageant et les champs qui la caractérisent s'affaibliront exponentiellement le long du guide.

Avec  $\gamma = i|\vec{k}|$  et  $k^2 + \gamma^2 = k_0^2$ , les expressions de  $V$ ,  $A_r$  et  $E_r$  deviennent

$$(35) \quad \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{\gamma^2}{k_0^2} \frac{1}{r^2} e^{-\gamma r} e^{ikct}, \quad A_r = \frac{ik}{k_0^2} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{\gamma}{r} \right) e^{-\gamma r} e^{ikct}, \\ E_r = \left( \frac{1}{r^2} + \frac{\gamma}{r} \right) e^{-\gamma r} e^{ikct}. \end{array} \right.$$

Enfin, si  $k$  tend vers zéro,  $\gamma$  tend vers  $k_0$  et à la limite pour  $k = 0$ , on trouve

$$(36) \quad A_r = 0, \quad V = \frac{1}{r} e^{-k_0 r} \simeq \frac{1}{r}, \quad E_r = \left( \frac{1}{r^2} + \frac{k_0}{r} \right) e^{-k_0 r} \simeq \frac{1}{r^2}.$$

Les formules (36) définissent un champ électrostatique du type de Yukawa qui, en raison de l'extrême petitesse de  $k_0$ , se réduit sensiblement au champ électrostatique coulombien.

En résumé, si nous faisons décroître  $k$  de  $+\infty$  à 0, nous obtenons un passage continu entre l'onde sphérique longitudinale divergente des formules (31), (32) et (33) pour  $k > k_0$  au champ presque coulombien (36) en passant par le champ stationnaire (34) et le champ « atténué » (35). Ainsi le champ coulombien se trouve rentrer, pour ainsi dire, dans le cadre général des propagations d'ondes sphériques longitudinales divergentes puisqu'il apparaît comme le cas limite des ondes longitudinales atténuees quand la fréquence tend vers zéro. Et cela paraît très satisfaisant.

Il est bien intéressant de remarquer que ce résultat ne peut pas être retrouvé si l'on pose d'emblée  $k_0 = \mu_0 = 0$ . En effet, si l'on admet que

l'onde longitudinale doit avoir des grandeurs électromagnétiques de la forme  $f(r) e^{i(kct - |\vec{k}|r)}$ , on écrira (puisqu'ici  $|\vec{k}| = k$ ) :

$$(37) \quad E_r = f(r) e^{ik(ct-r)}, \quad E_\theta = E_\varphi = 0$$

pour toute valeur non nulle de la fréquence, donc de  $k$ . L'équation  $-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \text{rot } \vec{E}$  donne  $\vec{H} = 0$ , mais comme l'on doit avoir

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = ik \vec{E} = \text{rot } \vec{H}$$

sans terme en  $k_0^2 \vec{A}$  au second membre, le fait que  $\text{rot } \vec{H}$  est nul nous impose d'avoir  $\vec{E} = 0$ . Les deux champs  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  étant nuls, il n'y a pas d'onde divergente longitudinale de champs et nous retrouvons le fait que, si l'on admet l'invariance de jauge et le caractère non physique des potentiels, les ondes longitudinales n'existent pas. Mais alors le champ coulombien  $E = \frac{1}{r^2}$  dérivant du potentiel  $V = \frac{1}{r}$  se trouve être une solution statique des équations usuelles de Maxwell *qui est complètement isolée des solutions à caractère ondulatoire*. C'est pourquoi la théorie quantique des champs, qui cherche à tout ramener à des champs ondulatoires, est obligée, parce qu'elle admet l'invariance de jauge, de nier pour ainsi dire la véritable existence des champs coulombiens et à les interpréter par le procédé très artificiel des « échanges de photons virtuels », et cela en se servant des ondes longitudinales dont elle nie l'existence !

En abandonnant l'invariance de jauge et en attribuant au photon une masse propre extrêmement petite, on rétablit l'existence des ondes longitudinales et, en passant au cas limite  $k \rightarrow 0$ , on retrouve sous la forme (36), l'idée classique qu'une charge électrique est entourée d'un champ électrostatique coulombien. Cela montre bien l'intérêt qu'il y a à substituer aux équations classiques de Maxwell sans termes de masse les équations maxwelliennes avec termes de masse très petits.

Les résultats obtenus dans ce paragraphe montrent d'ailleurs que le champ électromagnétique « lié » à une charge électrique doit, en théorie de la double solution, être considérée comme une onde du type  $v$  et cela malgré les très grandes valeurs qu'il prend au voisinage de la charge. Nous retrouvons ainsi l'idée développée dans le dernier paragraphe du chapitre précédent : l'onde  $v$  est une onde électromagnétique du type classique, mais elle n'est de très faible amplitude que dans le cas des champs « libres » qui sont susceptibles de transporter des photons dans les rayonnements.

---

## CHAPITRE IV.

### LES ONDES HERTZIENNES.

---

#### 1. Généralités sur les ondes électromagnétiques portant de nombreux photons.

Nous allons maintenant reprendre les idées précédemment exposées au paragraphe 2 du chapitre II. L'onde de base  $v$  correspondant à un rayonnement libre est un très faible champ électromagnétique du type classique obéissant aux équations de Maxwell (ou du moins très sensiblement à ces équations si l'on admet l'existence d'une très petite masse propre du photon). Cette onde agit sur la matière comme une onde électromagnétique ainsi que le montre l'absorption qu'elle subit dans la lame absorbante d'un dispositif d'apodisation quand le photon qu'elle porte n'est pas absorbé dans la lame. Une telle onde  $v$  peut porter de très nombreux photons : c'est le cas si important des ondes hertziennes entretenues utilisées en Radio, en Télévision, etc. Ces ondes hertziennes, dont les longueurs d'ondes s'échelonnent depuis plusieurs kilomètres jusqu'à une fraction de millimètre, forment d'immenses trains d'ondes transportant un nombre énorme de photons.

Il résulte de ce qui a été dit précédemment que, dans le cas des ondes hertziennes, l'action des photons sur la matière est la même que celle d'une onde électromagnétique qui serait « semblable » à l'onde de base, mais d'une intensité beaucoup plus grande. Rappelons que cela veut dire que, si les grandeurs caractérisant l'onde de base sont de la forme  $a e^{i\varphi}$ , les ondes transportant des « échantillons » d'une onde dont les grandeurs seraient  $C a e^{i\varphi}$  où  $C$  donnée par la formule (4) du chapitre III est proportionnelle à la racine carrée du nombre des photons portés par l'onde. Les photons apportés par une onde hertzienne exercent donc sur un récepteur des impulsions successives et discontinues, mais qui, point essentiel, seront toutes en phase avec l'onde de base à laquelle ils sont incorporés. Tout se passera donc (du moins à de petites fluctuations près dues à la distribution aléatoire des photons dans l'onde) comme si le récepteur était soumis à l'action d'une onde continue définie par les grandeurs  $C a e^{i\varphi}$ . Ainsi s'explique le fait paradoxal que les équations de Maxwell représentent très exactement les phénomènes

dans tout le domaine radioélectrique jusqu'aux ondes millimétriques bien que l'énergie radiante soit apportée au récepteur par le processus essentiellement discontinu de l'arrivée successive des photons. Aucune autre conception claire ne me paraît susceptible d'expliquer ce fait resté si mystérieux et l'on doit souligner que cette interprétation repose essentiellement sur l'idée d'un accord de phase entre les photons et leur onde de base.

Nous allons exposer un petit calcul qui nous semble confirmer que la conception que nous proposons est bien acceptable. Soit  $W_m$  la puissance minimale que doit capter un récepteur de Radio pour pouvoir fonctionner. Le nombre de photons de fréquence  $\nu$  que ce récepteur capte *par période* étant  $n$ , on devra avoir s'il fonctionne

$$nh\nu \cdot \nu = nh\nu^2 \geq W_m.$$

Supposons que nous prenions le cas (défavorable) d'une onde de très courte longueur d'onde, mettons 3 cm. Nous aurons  $\nu = 10^4$  MHz. En évaluant toutes les grandeurs dans le système M. K. S., on trouve

$$n \geq \frac{W_m}{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{20}} \sim \frac{W_m}{10^{-13}}.$$

Pour que le récepteur puisse osciller régulièrement par impulsion photonique, il faut que  $n$  soit au moins de l'ordre de l'unité, ce qui donne

$$W_m \leq 10^{-6} \mu W.$$

Comme il semble raisonnable d'admettre qu'un récepteur ne doit pas pouvoir fonctionner s'il ne reçoit pas une puissance au moins égale à 1 pW, on voit qu'un récepteur ne pourra osciller que s'il reçoit quelques photons par période, résultat qui est satisfaisant.

Pour employer une formule imagée, nous pouvons dire que nous tenons maintenant les deux bouts de la chaîne. En effet, une onde électromagnétique du type  $\nu$  ne portant pas de photons (ou du moins considérée dans une région où elle ne porte pas de photons) est assimilable à une onde électromagnétique classique et, fait plus surprenant, il en est de même d'une onde électromagnétique de ce type transportant de très nombreux photons. Bien que le second cas soit entièrement l'opposé du premier, la même image du champ électromagnétique classique (faible dans le premier cas, intense dans le second) lui est cependant applicable. Cette conclusion peut paraître surprenante, mais elle est bien en accord avec le principe de correspondance : celui-ci, en effet, nous apprend que dans le phénomène où interviennent un grand nombre de quanta (ici de photons), les conceptions continues de l'électromagnétisme classique redeviennent valables. Dans les phénomènes de

la Radio, l'onde hertzienne porte un très grand nombre de photons par rapport à l'énergie finalement échangée avec les récepteurs de sorte que cette onde apparaît, du point de vue énergétique, comme analogue à un fluide formé d'un nombre immense de petites molécules et l'on sait qu'un tel fluide peut, avec une grande approximation, être assimilé à un fluide continu.

Nous tenons les deux bouts de la chaîne, mais nous ne tenons pas le milieu. Ce milieu, c'est le cas d'une onde électromagnétique portant un petit nombre de photons et, en particulier, c'est le cas limite, très important en Optique, d'une source très faible qui émet séparément des trains d'ondes successifs portant chacun un seul photon. Les effets produits par une lumière très faible de ce genre sont tous isolés et d'une nature purement quantique (effet photoélectrique sur un électron, transition quantique dans un atome ou une molécule, etc.).

Nous aurons à étudier ce cas intermédiaire dans le prochain chapitre, mais pour l'instant nous voulons analyser de plus près l'entretien de l'oscillation d'un récepteur par l'action d'une onde hertzienne. En vue de chercher à comprendre le rôle que joue le champ complémentaire dans cette affaire, nous allons commencer dans le prochain paragraphe par rappeler la théorie tout à fait classique en Électrotechnique de la puissance active et de la puissance réactive.

## 2. Théorie de la puissance active et de la puissance réactive.

Soit un circuit électrique contenant une résistance  $R$ , une self  $\mathcal{L}$  et une capacité  $C$  sur lequel agit une tension alternative de fréquence  $\nu$  de la forme

$$U = U_0 \cos \omega t = U_e \sqrt{2} \cos \omega t,$$

où  $U_e = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$  est la tension efficace et où  $\omega = 2\pi\nu$ . Le courant dans le circuit est

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi) = I_e \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi),$$

où  $I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$  est l'intensité efficace et où  $\varphi$  est le décalage du courant par rapport à la tension. Les grandeurs  $I$  et  $U$  sont reliées par l'équation

$$(1) \quad \mathcal{L} \frac{dI}{dt} + RI + \frac{1}{C} \int I dt = U.$$

et l'on a

$$(2) \quad I_0 = \frac{U_0}{Z}, \quad I_e = \frac{U_e}{Z},$$

avec

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{C \omega} \right)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{C \omega}}{R}, \\ \sin \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{C \omega}}{Z}, \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}, \end{array} \right.$$

$Z$  est l'impédance du circuit. Lorsque la condition de résonance  $L C \omega^2 = 1$  est réalisée,  $Z = R$  et le courant est maximal.

Nous écrirons en notation complexe,

$$(4) \quad U = U_e \sqrt{2} e^{i\omega t}, \quad I = I_e \sqrt{2} e^{i\omega t} e^{-i\varphi}$$

et nous aurons

$$(5) \quad U = Z_c I, \quad \text{avec } Z_c = R + i \left( \omega L - \frac{1}{C \omega} \right),$$

$Z_c$  étant l'impédance complexe. On retrouve aisément les formules sous forme réelle.

L'énergie débitée par la source pendant une période est

$$(6) \quad \int_0^T U_e \sqrt{2} I_e \sqrt{2} \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) dt$$

et la puissance moyenne  $P_1$  fournie au circuit et consommée dans la résistance est

$$(7) \quad P_1 = \frac{1}{T} \int_0^T U_e I_e \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) dt = U_e I_e \cos \varphi = RI_e^2.$$

Or, M. Boucherot a introduit, il y a une soixantaine d'années, l'idée très importante de « puissance réactive » définie par

$$(8) \quad P_2 = U_e I_e \sin \varphi.$$

Tandis que  $P_1$  s'exprime en watts,  $P_2$  s'exprime en vars (voltampères réactifs).

Posons par définition

$$(9) \quad P = P_1 + i P_2 = \frac{1}{2} I^* U = U_e I_e e^{i\varphi} = U_e I_e (\cos \varphi + i \sin \varphi),$$

$P$  est la « puissance complexe » dont la puissance active  $P_1$  est la partie réelle et la puissance réactive  $P_2$  la partie imaginaire. Remarquons que,  $\varphi$  pouvant varier de  $-\frac{\pi}{2}$  à  $+\frac{\pi}{2}$ ,  $P_1$  est toujours positif tandis que  $P_2$  peut être positif ou négatif.

Le long d'un réseau, les deux puissances  $P_1$  et  $P_2$  ont une remarquable propriété de conservation comme nous allons le montrer en étudiant deux exemples.

Considérons d'abord un branchement du type de la figure 5.

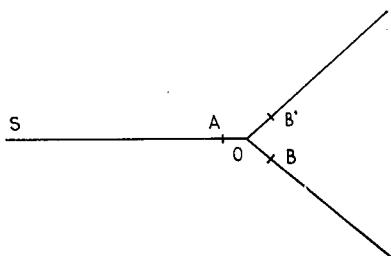


Fig. 5.

Les points A, B et B' sont supposés infiniment voisins de O. En A, la puissance complexe est  $P(A) = \frac{1}{2} I^*(A) U(A)$  et en B et B' elle a des expressions analogues. Or, on a

$$U(A) = U(B) + U(B') \quad \text{et} \quad I(A) = I(B) + I(B'),$$

d'où l'on tire  $P(A) = P(B) + P(B')$  et en séparant le réel de l'imaginaire,

$$(10) \quad P_1(A) = P_1(B) + P_1(B'), \quad P_2(A) = P_2(B) + P_2(B').$$

Il y a donc conservation des deux puissances active et réactive quand on traverse le point de branchement.

Comme second exemple, considérons un circuit simple et sur ce circuit une portion AB comportant résistance, self et capacité.

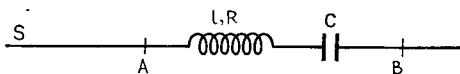


Fig. 6.

Le courant I étant ici le même en A et en B, on a

$$P(A) = \frac{1}{2} I^* U(A) \quad \text{et} \quad P(B) = \frac{1}{2} I^* U(B).$$

Mais on a aussi  $U_A - U_B = Z_c I$ ,  $Z_c$  étant l'impédance complexe de la portion AB du circuit. On en tire

$$P(A) = P(B) + \frac{1}{2} Z_c |I|^2 = P(B) + Z_c I_e^2$$

et, en séparant le réel et l'imaginaire,

$$(11) \quad P_1(A) = P_1(B) + RI_e^2, \quad P_2(A) = P_2(B) + \left( \omega \mathcal{L} - \frac{1}{C\omega} \right) I_e^2.$$

Ces deux formules expriment la conservation de la puissance active et de la puissance réactive le long de AB.

Les formules (10) et (11) en  $P_1$ , qui expriment la conservation de la puissance active, résultent immédiatement de la conservation de l'énergie. Mais il nous faut préciser le sens des formules (10) et (11) en  $P_2$ .

Dans le cas de l'action de la tension U sur un circuit contenant résistance, self et capacité, la seconde formule (11) nous donne

$$P_2 = \omega \mathcal{L} I_e^2 - \frac{I_e^2}{C\omega}.$$

Or l'énergie magnétique emmagasinée dans la self à l'instant  $t$  est

$$(12) \quad W_m = \frac{1}{2} \mathcal{L} I^2 = \mathcal{L} I_e^2 \cos^2(\omega t - \varphi),$$

tandis que l'énergie électrique du condensateur au même instant est

$$(13) \quad W_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2C} \int^t I dt = \frac{I_e^2}{C\omega} \sin^2(\omega t - \varphi).$$

Les énergies  $W_e$  et  $W_m$  varient avec la période  $\frac{T}{2}$  : l'une est maximale quand l'autre est nulle. Les maximums ont pour valeurs

$$(14) \quad W_m^{(m)} = \mathcal{L} I_e^2, \quad W_e^{(m)} = \frac{I_e^2}{C\omega^2}.$$

S'il y a résonance  $\mathcal{L}C\omega^2 = 1$ ,  $W_m^{(m)} = W_e^{(m)}$  et l'on voit qu'alors l'énergie emmagasinée dans le circuit oscille entre la self et la capacité tandis que la résistance consomme l'énergie de Joule fournie par la source. Mais dans le cas général où  $\mathcal{L}C\omega^2 \neq 1$ , on a  $W_m^{(m)} \neq W_e^{(m)}$  : alors, quand le condensateur se décharge dans la self, une certaine quantité d'énergie est empruntée ou restituée à la source et l'inverse a lieu quand la self cède de l'énergie au condensateur. Au total une énergie égale à  $\left( \mathcal{L} - \frac{1}{C\omega^2} \right) I_e^2$  oscille entre la source et le circuit. Or nous avons trouvé

$$(15) \quad P_2 = \omega \left( \mathcal{L} - \frac{1}{C\omega^2} \right) I_e^2 = \omega \left( \mathcal{L} I_e^2 - \frac{Q_e^2}{C} \right),$$

$P_2$  étant positif ou négatif suivant le signe de la parenthèse. Ainsi, tandis que  $P_1$  correspond à la fourniture par la source de l'énergie constamment

consommée par effet Joule dans la résistance,  $\frac{P_2}{\omega}$  est la quantité d'énergie qui oscille entre le circuit et la source. Cela précise bien la signification de la puissance réactive.

Il est dès lors facile de voir ce que signifie la conservation de la puissance réactive. Reprenons d'abord le cas du branchement (fig. 5). L'énergie qui oscille entre la source S et les points qui sont au-delà du point de branchement O doit être égale à la somme de celle qui oscille entre la source et la branche B et de celle qui oscille entre la source et la branche B', d'où

$$\frac{P_2(A)}{\omega} = \frac{P_2(B)}{\omega} + \frac{P_2(B')}{\omega}$$

et, en supprimant  $\frac{I}{\omega}$ , on retrouve bien la seconde formule (10). De même, dans le cas de l'élément de circuit AB de la figure 6, l'énergie qui oscille entre la source S et les points situés au-delà de A doit être égale à celle qui oscille entre la source et les points situés au-delà de B augmentée de celle qui oscille entre la source et le segment AB, cette dernière étant égale à  $\left(\mathcal{L} - \frac{1}{C\omega^2}\right) I_e^2$  : on a donc

$$\frac{P_2(A)}{\omega} = \frac{P_2(B)}{\omega} + \left(\mathcal{L} - \frac{1}{C\omega^2}\right) I_e^2,$$

et, en multipliant par  $\omega$ , on retrouve la seconde des relations (11). La conservation de la puissance réactive se trouve ainsi entièrement ramenée à la conservation de l'énergie.

Les considérations précédentes s'appliquent à un circuit où les tensions et les courants ont la même pulsation  $\omega$ . Il en est différemment dans d'autres cas, par exemple dans celui des moteurs asynchrones. Si le stator d'un tel moteur est alimenté par un courant de pulsation  $\omega$ , le rotor est parcouru par un courant de pulsation  $\omega' < \omega$  par suite du « glissement », c'est-à-dire du fait que le rotor tourne un peu moins vite que le stator. Le calcul montre que ce qui se conserve alors, quand on passe du stator au rotor, c'est le quotient  $\frac{P_2}{\omega}$  où les deux termes varient dans le passage : il est naturel que ce soit ce quotient qui se conserve puisque c'est lui qui représente une énergie.

Signalons pour terminer que la théorie de la puissance réactive a été généralisée autrefois, notamment par H. Budeanu, au cas de circuits parcourus par des courants comprenant plusieurs composantes de pulsations différentes.

### 3. Action d'une onde hertzienne sensiblement monochromatique sur un circuit oscillant.

Nous venons d'exposer une théorie tout à fait classique en Électrotechnique parce qu'elle va nous servir dans ce qui suit, notamment pour l'interprétation de ce que nous avons appelé au chapitre I le champ complémentaire. Nous allons maintenant examiner l'entretien d'une oscillation dans un récepteur par l'action d'une onde hertzienne portant de très nombreux photons.

Pour simplifier, nous supposerons que l'onde hertzienne, ayant une très petite largeur spectrale, peut être considérée comme sensiblement monochromatique et qu'elle agit sur un circuit oscillant comportant résistance, self et capacité.

D'après nos conceptions générales, l'onde hertzienne comporte une onde électromagnétique de base décrite par des grandeurs complexes. Le champ électrique de cette onde de base est  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\varphi} = \vec{E}_1 + i\vec{E}_2$  dont la partie réelle  $\vec{E}_1 = \frac{\vec{E} + \vec{E}^*}{2}$  peut être assimilée au champ électrique classique,

mais qui comporte aussi une partie imaginaire  $\vec{E}_2 = \frac{\vec{E} - \vec{E}^*}{2i}$  constituant le champ électrique complémentaire. L'onde hertzienne de base porte de très nombreux photons qui transportent des « échantillons » d'une onde semblable à l'onde de base, mais de beaucoup plus grande amplitude. Le champ électrique de cette onde « échantillonnée » est de la forme  $CE$  où  $C^2$ , qui a la forme donnée par la formule (4) du chapitre II, est proportionnel à la densité en photons de l'onde. La force électromotrice que les photons exercent en moyenne sur le circuit oscillant est le produit de  $CE_1$  par un coefficient qui dépend de la forme du circuit oscillant et de son orientation par rapport à l'onde incidente. Finalement cette force électromotrice est de la forme  $KE_1$  où  $K$  est une constante. On peut donc l'écrire sous la forme

$$(16) \quad U_1 = KE_0 \cos \omega t = U_0 \cos \omega t = U_e \sqrt{2} \cos \omega t,$$

où  $U_e$  est la tension efficace.

Le courant électrique dans le circuit oscillant est

$$(17) \quad I = I_0 \cos(\omega t - \varphi) = I_e \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi),$$

avec  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_e \omega - \frac{1}{C \omega}}{R}$ . La puissance fournie par l'onde au circuit est en moyenne

$$(18) \quad \overline{U_1 I} = 2 U_e I_e \overline{\cos \omega t \cos(\omega t - \varphi)} \\ = U_e I_e \cos \varphi = P_1.$$

L'onde fournit donc au circuit la puissance active qui est consommée d'une façon continue sous forme de chaleur de Joule dans la résistance de ce circuit. Nous retrouvons donc ici exactement la théorie classique de l'entretien d'une oscillation dans un circuit oscillant par une onde hertzienne incidente.

Nous voyons bien ainsi que  $\vec{E}_1$ , partie réelle du champ complexe  $\vec{E}$ , joue le rôle du champ électrique classique. Mais quel rôle joue le champ complémentaire  $\vec{E}_2$  que la forme complexe de  $\vec{E}$  dans notre théorie doit nécessairement faire intervenir ? Il est naturel d'admettre que ce champ complémentaire agit sur le circuit oscillant par l'intermédiaire d'une tension

$$(19) \quad U_2 = KE_2 = U_e \sin \omega t$$

déphasée de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à  $U_1$ . On trouve alors pour le travail moyen effectué par  $U_2$  :

$$(20) \quad \begin{aligned} \bar{U}_2 I &= 2 U_e I_e \overline{\sin \omega t \cos(\omega t - \varphi)} \\ &= U_e I_e \sin \varphi = P_2. \end{aligned}$$

Ce résultat nous indique qu'il doit exister une relation entre le champ complémentaire  $E_2$  et la puissance réactive  $P_2$ .

On peut cependant se poser la question suivante. La puissance active représente de l'énergie constamment cédée par l'onde au circuit tandis que l'énergie réactive fournie en moyenne au circuit par l'onde est nulle puisqu'elle oscille entre le circuit et la source qui est ici l'onde hertzienne : comment se fait-il alors que le travail  $\bar{U}_2 I$  fourni par le champ complémentaire soit différent de zéro ?

Pour examiner ce point, nous remarquerons d'abord qu'il résulte de considérations développées autrefois dans ma Mécanique ondulatoire du photon (<sup>1</sup>) que dans l'expression du champ réel  $E_1 = \frac{E + E^*}{2}$ , le terme en  $E$  correspond à des cessions de photons par l'onde à la matière tandis que le terme en  $E^*$  correspond à des cessions d'énergie, sous forme de photons, par la matière à l'onde. Or il est facile de voir que pendant le deuxième et le quatrième quarts de la période du courant  $I$ , le circuit oscillant cède à l'onde l'énergie  $\left( \mathcal{L} - \frac{1}{C\omega^2} \right) I_c^2$ , tandis que pendant le premier et le troisième quarts de cette période, l'onde cède au circuit cette même énergie : au total, l'énergie réactive ainsi échangée par période est nulle et c'est pourquoi  $\bar{U}_2 I$  donne seulement la puissance active.

(<sup>1</sup>) Voir par exemple Bibliographie [11], p. 127.

Mais, lorsque nous passons de  $E_1$  à  $E_2$ , nous changeons le signe de  $E^*$  et par suite le signe de l'énergie cédée par la matière à l'onde. Il en résulte que  $\bar{U}_2 \bar{I}$  correspond à l'énergie cédée par l'onde au circuit augmentée de l'énergie cédée par le circuit à l'onde, *mais cette dernière quantité étant changée de signe*. On s'explique bien alors pourquoi  $\bar{U}_2 \bar{I}$  nous donne la puissance réactive  $P_2$ .

On peut vérifier l'explication qui vient d'être donnée par le calcul qui suit. Si l'on tient compte de la formule (15), on voit que la quantité d'énergie oscillant *par période* entre l'onde et le circuit est

$$(21) \quad W_T = 4 \left( \mathcal{L} - \frac{I}{C \omega^2} \right) I_c^2 = \frac{4}{\omega} P_2.$$

Or, d'après la remarque faite plus haut, l'action sur le circuit de la tension complémentaire  $U_2$  doit, en ce qui concerne l'énergie réactive, être égale à celle qu'exercerait la tension  $U_1$ , *si le courant I était redressé*. Un calcul facile montre que l'énergie fournie par l'onde au circuit dans ces conditions serait

$$2 U_e I_e \int_0^T \cos \omega t | \cos(\omega t - \varphi) | dt = P_1 T + \frac{4 P_2}{\omega} = P_1 T + W_T,$$

ce qui est bien le résultat qu'on pouvait attendre.

En résumé, les considérations qui précèdent semblent bien établir la parenté étroite qui existe entre le champ  $\vec{E}_1$  et la puissance active  $P_1$ , d'une part, le champ complémentaire  $\vec{E}_2$  et la puissance réactive  $P_2$ , d'autre part. Au point de vue de la terminologie, il paraîtrait donc naturel de désigner  $\vec{E}_1$ , qui est le champ classique, sous le nom de « champ actif » le champ complémentaire  $\vec{E}_2$  sous le nom de « champ réactif ». Et il semble que cette décomposition des grandeurs électromagnétiques était depuis longtemps virtuellement contenue dans l'emploi qu'on faisait constamment en Électrotechnique, en Electronique et en Optique de la représentation complexe des grandeurs électromagnétiques. Il serait certainement intéressant de faire une étude du rôle du champ complémentaire plus approfondie que celle qui vient d'être esquissée.

Dans ce paragraphe, nous avons jusqu'ici envisagé le cas idéal de l'action sur un récepteur d'une onde strictement monochromatique. En réalité une onde hertzienne a toujours une certaine largeur spectrale  $\delta\nu$  et les grandeurs qui la caractérisent sont toujours de la forme

$$F = \int_{-\delta\nu}^{+\delta\nu} G(\epsilon) e^{2\pi i (\nu + \epsilon)(t - \frac{x}{c})} d\epsilon.$$

Les grandeurs de l'onde dont les photons apportent des échantillons sur le récepteur sera encore de la forme CF et l'action de l'onde sur un circuit oscillant sera encore exprimée par une tension  $U_1$  proportionnelle à  $CE_1$ . L'analyse de l'entretien de l'oscillation se fera donc toujours par les calculs classiques où  $CE_1$  représente le champ électrique, ici non strictement monochromatique, de l'onde hertzienne échantillonnée. La réussite assez surprenante de l'emploi des équations de Maxwell dans l'étude de tous les phénomènes qui interviennent en Radioélectricité se trouve ainsi entièrement expliquée. En particulier, l'interférence entre deux ondes hertziennes, même provenant d'émetteurs différents, peut être ainsi prévue puisque les ondes de base des deux émetteurs se superposent classiquement et que les photons qu'elles portent sont guidés par l'onde résultant de leur superposition.

Signalons enfin que, les photons étant répartis aléatoirement dans l'onde de base qui les portent, l'arrivée des photons sur le récepteur doit en principe subir des fluctuations qui, dans le cas d'une émission très faible, pourrait faire fluctuer d'une manière appréciable l'oscillation induite dans le récepteur et produire une perturbation ayant le caractère d'un bruit. Une perturbation de même nature pourrait d'ailleurs se produire dans le fonctionnement des lasers.

#### 4. Sur la relation d'incertitude $\delta n \delta \varphi \geq 2\pi$ .

La théorie de la seconde quantification et la théorie quantique des champs qui en dérive ont conduit à admettre la validité de la relation d'incertitude entre le nombre de photons portés par une onde et la valeur de sa phase

$$(22) \quad \delta n \delta \varphi \geq 2\pi.$$

La véritable signification de cette relation est restée un peu mystérieuse et ne me paraît pas avoir été entièrement précisée.

On a cherché à rattacher la relation (22) à la quatrième relation d'incertitude de Heisenberg :

$$(23) \quad \delta W \delta t \geq \hbar$$

dont la véritable signification a été, elle aussi, discutée. Le raisonnement qu'on a proposé pour rattacher la relation (22) à la relation (23) et que j'ai moi-même exposé autrefois dans mes cours ne me paraît plus aujourd'hui satisfaisant. Je vais cependant en faire l'exposé pour pouvoir le critiquer.

Soit un train d'ondes de fréquence  $\nu$  transportant  $n$  photons. Si l'incertitude sur  $n$  est  $\delta n$ , l'incertitude sur l'énergie est  $\delta W = \delta n \cdot h\nu$ . D'autre

part, on peut écrire  $\delta\varphi = 2\pi\nu \delta t$ , où  $\delta t$  est considéré comme une incertitude sur le temps. On a alors  $\delta n \delta\varphi = \frac{2\pi}{h} \delta W \delta t$  et de (23), on déduit (22).

Comme je l'ai dit, cette démonstration ne me paraît pas satisfaisante. D'abord la quatrième relation de Heisenberg (23) se déduit de la relation *non quantique*  $\delta\nu \delta t \geq 1$  qui est classique en théorie des ondes et provient des propriétés de l'intégrale de Fourier et c'est en multipliant cette inégalité par  $h$  qu'on obtient (23). On n'a donc pas le droit de poser  $\delta W = \delta n \cdot h\nu$  et d'introduire ce  $\delta W$  dans (23) puisque l'incertitude  $\delta W$  de (23) provient de la largeur spectrale  $\delta\nu$  et non d'une incertitude sur le nombre des photons (sans intervention de la largeur spectrale). D'autre part, dans la relation  $\delta\nu \delta t \geq 1$  dont dérive (23),  $\delta t$  n'est pas une incertitude sur la coordonnée temps, c'est la durée de passage du train d'ondes en un point de l'espace ou, si l'on préfère, c'est la durée  $\tau$  de l'émission du train d'ondes par la source. Il me semble donc que la démonstration rappelée ci-dessus repose sur des confusions.

Pour trouver la véritable signification de la relation (22), il me paraît préférable de partir de l'idée suivante : dans toutes les relations d'incertitude de la théorie quantique portant sur un produit de la forme  $\delta a \delta b$ , les incertitudes sont les incertitudes sur le résultat d'une mesure de la grandeur correspondante, les deux grandeurs  $a$  et  $b$  n'étant pas simultanément mesurables avec précision par un même processus de mesure.

Nous pouvons appliquer cette idée à la relation (22) car  $n$  et  $\varphi$  ne sont pas simultanément mesurables. En effet, pour mesurer  $n$ , il faudrait pouvoir faire produire par les  $n$  photons portés par le train d'ondes des effets photoélectriques séparés et dénombrables. Au contraire, pour enregistrer la phase  $\varphi$ , nous devons faire *coopérer* les photons du train d'ondes à la production d'une oscillation dans un système du genre circuit oscillant, cavité résonnante, etc., suivant le mode expliqué dans le premier paragraphe du présent chapitre : or cette dernière opération n'est pas compatible avec un dénombrement des photons. Les conditions sont donc remplies pour qu'il existe une relation d'incertitude entre  $n$  et  $\varphi$  sans que cela implique nullement, à mon avis, que les grandeurs  $n$  et  $\varphi$  n'aient pas une valeur bien déterminée dans le train d'ondes, la phase  $\varphi$  étant définie comme nous l'avons précisé précédemment.

Pour préciser notre point de vue, nous allons chercher à imaginer un procédé de mesure tel que les incertitudes  $\delta n$  et  $\delta\varphi$  puissent avoir toutes les deux une valeur finie. Soit un train d'ondes portant un nombre *inconnu*  $n$  de photons et ayant une largeur spectrale  $\delta\nu$  reliée à sa durée d'émission  $\tau$  par la relation

$$(24) \quad \delta\nu \cdot \tau \simeq 1.$$

Si nous voulons chercher à déterminer à la fois, avec la plus grande précision possible, le nombre de photons et la phase de l'onde, nous

devons faire traverser par le train d'ondes un dispositif où se produisent des effets photoniques de nature quantique et en principe dénombrables, puis le faire arriver sur un système susceptible d'osciller en enregistrant la phase.

Si alors, dans le dispositif de comptage des photons par effet photoélectrique, nous observons  $m$  effets, il arrivera seulement sur le système oscillant  $\delta n = n - m$  photons,  $\delta n$  étant inconnu puisque  $n$  est inconnu. Si les  $\delta n$  photons en question agissent sur le système oscillant par impulsions successives rythmées sur la phase de l'onde de base, il est raisonnable d'admettre que le système oscillant ne pourra se mettre à osciller régulièrement que s'il reçoit au moins une impulsion par période. Cela nous conduit à écrire  $\delta n \frac{T}{\tau} \geq 1$  ou, d'après (24) :

$$(25) \quad \delta n \geq \frac{\gamma}{\delta\nu}.$$

Mais il nous faut maintenant définir ce que nous appelons l'incertitude  $\delta\varphi$  sur la phase. Nous proposons de le faire de la façon suivante. Si l'onde était strictement monochromatique, la variation pendant une période  $T$  de la phase  $2\pi\nu t + 0$  serait égale à  $2\pi$ , ce qui reviendrait à dire qu'elle ne varierait pas puisqu'elle n'est définie qu'à  $2\pi$  près. Mais en réalité le train d'ondes a toujours une largeur spectrale  $\delta\nu$  et la variation de la phase pour la fréquence  $\nu + \delta\nu$  pendant une période  $T$  sera (à  $2\pi$  près) :

$$(26) \quad \delta\varphi = 2\pi \delta\nu T = 2\pi \frac{\delta\nu}{\nu}.$$

Si nous admettons que le  $\delta\varphi$  défini par (26) peut être considéré comme l'incertitude sur la valeur de la phase, la comparaison des formules (25) et (26) nous fournit immédiatement la relation d'incertitude (22) qui correspond ainsi à une expérience où l'on a cherché à déterminer à la fois, mais nécessairement avec une certaine imprécision, le nombre  $n$  des photons portés par le train d'ondes et la valeur de sa phase.

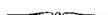
Il est intéressant d'examiner les deux cas limites  $\delta n \rightarrow 0$  et  $\delta n \rightarrow \infty$ . Le cas limite  $\delta n \rightarrow 0$  est celui où presque tous les photons restent dans le dispositif de comptage : alors,  $\nu$  étant donné, il faut d'après (25), pour que les photons en très petit nombre qui arrivent sur le système oscillant puissent agir sur lui, que  $\delta\nu \rightarrow \infty$ , mais alors la phase de l'onde n'est plus définie et  $\delta\varphi \rightarrow \infty$ . Le cas limite  $\delta n \rightarrow \infty$  ne peut avoir lieu que si  $n$  est infiniment grand, ce qui correspond à un train d'ondes infiniment long, donc à une onde sensiblement monochromatique : alors  $\delta\nu \approx 0$  et  $\delta\varphi \approx 0$ .

Le raisonnement qui vient d'être exposé nous a permis de retrouver la relation d'incertitude (22) sans la déduire de la quatrième relation

d'incertitude de Heisenberg. La relation (22) nous apparaît ici comme résultant uniquement de l'hypothèse que le circuit oscillant subit des impulsions discontinues dues aux arrivées successives de photons portés par le train d'ondes  $\nu$  d'amplitude infinitésimale, photons qui sont incorporés à ce train d'ondes et vibrent en accord avec lui. Notre démonstration, qui, du moins en principe et abstraction des difficultés de mesure, est aussi bien applicable aux ondes lumineuses *cohérentes* qu'aux ondes hertziennes, se trouve ainsi découler des conceptions générales auxquelles nous a conduit la théorie de la double solution.

Nous devons ajouter l'importante remarque suivante relative à la définition (26) que nous avons adoptée pour  $\delta\varphi$  : la grandeur  $\delta\varphi$  ne doit pas être définie à l'aide de la phase d'une onde plane monochromatique, cas idéal qui n'est jamais physiquement réalisé, mais en considérant un train d'ondes de longueur finie ayant une largeur spectrale  $\Delta\nu$ . La grandeur  $\delta\varphi$  définie par (26) mesure donc en quelque sorte « le défaut de monochromatité » du train d'ondes et ce serait là son véritable sens physique. En d'autres termes, la véritable signification physique de  $\delta\varphi$  dans la relation (22) ne devrait pas être cherchée dans l'existence d'une incertitude sur la phase d'une onde plane monochromatique, mais dans le fait qu'on a toujours affaire à un train d'ondes ayant une largeur spectrale  $\Delta\nu$  non nulle.

Une dernière remarque pourrait contribuer à justifier l'adoption de la définition (26) : en employant le langage des radioélectriciens, on peut dire que, pour enregistrer exactement la composition spectrale de l'onde incidente, le système oscillant utilisé doit avoir une « qualité »  $Q$  telle que sa « bande passante »  $\Delta\nu$  donnée par la relation  $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\alpha}{Q}$  (où  $\alpha$  est un coefficient de l'ordre de l'unité) soit au moins égale à la largeur spectrale  $\Delta\nu$  du train d'ondes.



---

## CHAPITRE V.

### LA LUMIÈRE DES SOURCES USUELLES.

---

#### 1. Caractère indépendant et discontinu des émissions de photons par les atomes.

On sait depuis la théorie de Bohr (1913) que l'émission des photons par les atomes résulte de transitions quantiques ayant un caractère brusque et discontinu. Selon les idées actuellement admises, ces transitions quantiques seraient d'une nature incompréhensible et échapperaient à toute description en termes d'espace et de temps. Il nous apparaît que ce point de vue, conservé depuis 50 ans, n'est pas définitif et qu'on parviendra à décrire les transitions quantiques. On peut penser que cela sera réalisé en introduisant dans les équations de la Mécanique ondulatoire des termes non linéaires et en assimilant les transitions quantiques à des passages brusques d'un cycle limite à un autre analogues à ce qu'on rencontre dans de nombreux cas de phénomènes non linéaires. Cette intéressante idée avait déjà été envisagée, il y a quelques années, par MM. Cap et Destouches : elle a été reprise ensuite par MM. Fer, Leruste, Andrade e Silva et Lochak et notamment par les deux derniers.

Mais, quelle que soit la manière dont on parvienne à concevoir d'une façon précise la nature des transitions quantiques, il paraît certain que les émissions de photons par les atomes d'une source lumineuse usuelle sont des phénomènes indépendants et que chaque photon est émis isolément sur un train d'ondes, les divers trains d'ondes ainsi émis n'ayant entre eux aucune relation de cohérence.

Cela étant admis, il est important de réfléchir sur le résultat des expériences fondamentales faites en 1909 par Taylor et répétées en 1927 par Dempster et Batho ('). Ces physiciens ont effectué des expériences

---

(') Bibliographie [16] et [17]. Depuis que ce texte a été écrit, nous avons eu connaissance d'un travail de deux savants soviétiques P. Dontsov et A. I. Baz (*Soviet Physics, J. E. T. P.*, vol. 25, n° 1, juillet 1967, p. 1) relatant une expérience dans laquelle ils n'avaient pas pu obtenir d'interférences avec des photons émis par une source de lumière faible arrivant un par un sur un interféromètre du type Pérot-Fabry. Personnellement nous ne pensons pas que cette expérience suffise à faire mettre en doute les résultats expérimentaux qui ont permis à divers physiciens d'établir, aussi bien pour les électrons que pour les photons, l'existence d'interférences obtenues avec des particules arrivant isolément les unes après les autres. Sous réserve d'un examen plus approfondi, nous pensons que le résultat négatif de l'expérience de Dontsov et Baz pourrait être dû au dispositif expérimental employé par ces deux physiciens.

d'interférences avec des sources de lumière extrêmement faibles et de très longs temps de pose. La lumière incidente était si faible qu'elle ne pouvait envoyer sur l'appareil d'interférences que des photons arrivant un par un à de grands intervalles de temps. Or les interférences finalement enregistrées sur une plaque photographique après un long temps de pose étaient exactement les mêmes que si l'on avait opéré avec une source de lumière intense et une pose courte. Avec le point de vue que nous adoptons ici, ce résultat fondamental doit s'interpréter comme il suit. Quand un train d'ondes  $\nu$  de base, qui a la nature d'un train d'ondes électromagnétique classique, arrive isolément sur l'appareil d'interférences avec le photon qu'il transporte, il interfère avec lui-même de la manière classique et, comme le photon guidé par l'onde a une probabilité de se trouver en un point de l'espace qui est proportionnelle à l'intensité de l'onde de base en ce point, il aura plus de chance d'arriver sur la plaque photographique en un point où la théorie classique prévoit une frange brillante qu'en un point où elle prévoit une frange obscure. Finalement, au bout d'un temps très long, quand un très grand nombre de photons seront arrivés sur la plaque photographique, leur répartition statistique aura dessiné sur la plaque les franges prévues par la théorie classique.

Il apparaît donc que, dans ce cas, chaque train d'ondes interfère avec lui-même. Si, négligeant leur faible largeur spectrale, nous assimilons les trains d'onde à des ondes monochromatiques de la forme  $a e^{2\pi i(\sqrt{\nu}t - \frac{x}{\lambda} + \theta)}$ , les constantes de phase  $\theta$  seront différentes pour chaque train d'ondes, de sorte qu'il y aura incohérence totale entre ces trains d'ondes. Mais les franges d'interférences correspondant à l'arrivée de chaque train d'ondes seront les mêmes car elles ne dépendent pas de la valeur de  $\theta$  comme il est facile de le voir.

## 2. Un fait essentiel : les trains d'ondes des divers photons sont susceptibles d'interférer entre eux.

L'indépendance et l'incohérence des trains d'ondes individuels des photons émis par les sources usuelles de lumière a fait longtemps penser que chaque train d'ondes ne peut interférer qu'avec lui-même comme cela se passe dans les expériences du type Taylor (<sup>1</sup>). Or, il paraît aujourd'hui bien démontré qu'il n'en est rien et que les trains d'ondes émis initialement avec un seul photon par des atomes différents d'une source usuelle de lumière sont susceptibles d'interférer entre eux. La théorie classique paraît donc ici beaucoup plus exacte que n'aurait pu le faire croire la

---

(<sup>1</sup>) C'était notamment l'opinion de M. Dirac.

nature « photonique » de la lumière. C'est là, nous allons le voir, un fait tout à fait essentiel qui me paraît entièrement prouvé aujourd'hui.

Il est intéressant de remarquer que ce fait très important est en bon accord avec la représentation que la théorie de la double solution nous a amenés à nous faire des ondes de base transportant les photons. Pour nous les ondes de base sont très sensiblement assimilables à des ondes électromagnétiques du type classique et de très faible amplitude obéissant aux équations linéaires de Maxwell. Il n'y a donc aucune raison de ne pas leur appliquer le principe de superposition et de ne pas admettre qu'elles puissent interférer entre elles. Les divers trains d'ondes individuels émis par les atomes d'une source intense vont donc se superposer et interférer. Qu'en résultera-t-il pour les photons qu'ils portent ? La théorie de la double solution répond nécessairement à cette question : ces photons seront guidés par l'onde  $\nu$  résultant de la superposition des ondes  $\nu$  individuelles et la probabilité de la présence d'un de ces photons en un point de l'espace est proportionnelle à l'intensité en ce point de l'onde résultante.

Le fait capital que les trains d'ondes individuels des photons émis indépendamment par les atomes de la source peuvent interférer en se superposant est d'ailleurs prouvé depuis longtemps par le succès de la théorie de la cohérence telle qu'elle est classique en Optique<sup>(1)</sup>. La mise en évidence par Brown et Twiss de l'intéressant phénomène dont nous parlerons plus loin en a apporté récemment une très remarquable confirmation. Aussi allons-nous consacrer les deux prochains paragraphes à étudier la théorie de la cohérence temporelle et l'effet Brown et Twiss.

### **3. Théorie sommaire de la cohérence temporelle.**

Si les atomes d'une source lumineuse émettaient des ondes planes monochromatiques, c'est-à-dire des trains d'ondes de longueur infinie, la théorie classique des ondes conduirait à dire que l'onde résultant de la superposition des ondes individuelles aurait une structure permanente et présenterait une cohérence parfaite. Mais il n'en est pas ainsi parce que les trains d'ondes émis par les atomes ont une longueur finie correspondant à une durée d'émission  $\tau$  de l'ordre de  $10^{-8}$  s. L'onde résultante en un point de l'espace est donc formée par la superposition de composantes dont le nombre et les constantes de phase varient continuellement. Il ne saurait donc être question pour la lumière des sources usuelles d'une véritable cohérence de l'onde qui résulte à chaque instant de la superposition des ondes individuelles. Néanmoins pendant une durée très inférieure à la durée d'émission  $\tau \simeq 10^{-8}$  s des trains d'ondes

(<sup>1</sup>) Voir par exemple [14], chap. VII.

individuels, l'onde résultant de leur superposition en un point de l'espace pourra être considérée comme momentanément cohérente. Il en résulte une sorte de cohérence temporelle momentanée dont la théorie a été développée par divers auteurs (Zernicke, Hopkins, Blanc-Lapierre, Wolf, etc.) sous une forme qui, souvent, utilisant uniquement des relations statistiques de corrélation, ne fait pas explicitement appel aux considérations physiques que nous venons d'exposer. Sur la base des considérations physiques en question, nous allons reprendre l'étude de cette question.

Considérons une source de lumière étendue S contenant de très nombreux atomes A, B, C, ... qui, tous, peuvent émettre des trains d'ondes de fréquence  $\nu$ . Prenons une origine des coordonnées O vers le centre de la source et désignons par P un point d'observation tel que

$$\overline{OP} = R, \quad \overline{AP} = r_A, \quad \overline{BP} = r_B, \quad \dots$$

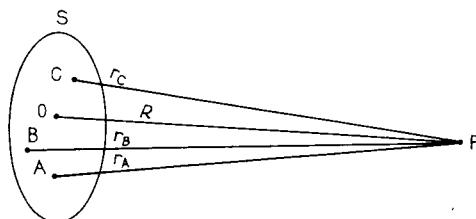


Fig. 7.

Les trains d'ondes individuels émis par les atomes A, B, ... sont représentés, quand on fait abstraction de leur largeur spectrale, par des fonctions de la forme  $a_A e^{2\pi i \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} + \theta_A \right)}$ , .... Les constantes de phase  $\theta$  varient aléatoirement d'un atome à l'autre et la durée d'émission de chaque train d'ondes est de l'ordre de  $\tau \simeq 10^{-8}$  s. A un instant donné  $t$ , l'onde électromagnétique de base résultante sera donnée au point P par

$$(1) \quad \nu = e^{2\pi i \nu t} \sum_{A, B, \dots} a_A e^{-2\pi i \frac{r_A}{\lambda}} e^{2\pi i \theta_A} = e^{2\pi i \left( \nu t - \frac{R}{\lambda} \right)} \sum_{A, B, \dots} a_A e^{2\pi i \theta'_A},$$

avec

$$(2) \quad \theta'_A = \theta_A - \frac{r_A - R}{\lambda}.$$

Les constantes de phase  $\theta_A, \dots$  sont différentes parce que les atomes A, B, ... commencent à émettre à des époques différentes pendant un temps limite  $\tau$ . La composition de la somme  $\sum_{A, B, \dots}$  varie

constamment parce que certaines composantes disparaissent et sont remplacées par d'autres. Cependant l'onde résultant de la superposition des trains d'ondes individuels peut être considérée comme gardant une forme constante pendant un temps très petit par rapport à  $\tau$ . Il est évident qu'on peut écrire l'équation (1) sous la forme

$$(3) \quad v = \alpha e^{2\pi i \left( \nu t - \frac{\lambda}{\lambda} + \theta \right)},$$

où  $\theta$  est la constante de phase de la superposition définie par

$$(4) \quad \alpha e^{2\pi i \theta} = \sum_{A, B, \dots} \alpha_A e^{2\pi i \theta'_A}.$$

Pendant un intervalle de temps très inférieur à  $\tau$ , la quantité  $\theta$  restera sensiblement constante et il y aura une cohérence temporaire des ondes élémentaires qui se superposent.

Or, la théorie de la double solution est d'accord avec la théorie classique pour affirmer que la répartition de l'énergie lumineuse est fournie, quand de nombreux trains d'ondes se superposent en donnant une onde temporairement cohérente du type (1), par l'expression

$$|v|^2 = \left| \sum_{A, B, \dots} \alpha_A e^{2\pi i \theta'_A} \right|^2$$

qui dépend des différences de phase  $\theta'_A - \theta'_B, \dots$  des diverses composantes. Mais, pour l'enregistrement des franges d'interférences on utilise des moyens d'observation (plaquette photographique, rétine, écran luminescent, etc.) qui réagissent lentement à l'action de la lumière et qui, en somme, prennent la moyenne des intensités sur des temps longs par rapport à  $\tau$ . Comme les différences de phase  $\theta'_A - \theta'_B, \dots$  varient aléatoirement pendant cette prise de moyenne, on enregistre finalement ainsi l'intensité  $a^2 = \sum_{A, B, \dots} |\alpha_A|^2$  qui ne dépend plus des différences des quantités  $\theta'_A, \dots$

On voit donc que l'enregistrement des franges d'interférences ne peut aucunement mettre en évidence les fluctuations rapides de l'intensité lumineuse due à la longueur finie des trains d'ondes. Néanmoins on sait qu'en écartant progressivement les miroirs d'un interféromètre de Michelson, on peut mesurer, en observant la disparition des franges, la longueur des trains d'ondes et par suite la durée de leur émission  $\tau$  ou « temps de cohérence ».

On peut résumer ce qui précède de la façon suivante. On peut faire, du moins en première et très bonne approximation, la théorie des phénomènes d'interférences usuels sans introduire la notion de cohérence temporaire en considérant les ondes lumineuses comme strictement planes monochromatiques de durée de cohérence infinie. C'est ce qu'on fait

avec un plein succès dans tous les traités classiques d'Optique. Cela tient au fait que les franges d'interférences ne peuvent être enregistrées qu'au bout d'un temps très long par rapport au temps de cohérence  $\tau$ , quand un grand nombre de photons sont arrivés sur le dispositif d'enregistrement. Il en résulte que le phénomène observable ne dépend que de la valeur moyenne de l'intensité de l'onde incidente donnée, comme nous l'avons vu plus haut, par  $a^2 = \sum_{A, B, \dots} |a_A|^2$ . On comprend alors

pourquoi l'onde de superposition (3) donne lieu aux mêmes phénomènes d'interférences que des trains d'ondes arrivant isolément en apportant chacun un seul photon, comme le prouvent les expériences d'interférences du genre Taylor. On obtient donc les mêmes franges d'interférences avec une source de lumière intense ou avec une source faible, bien qu'au point de vue de la superposition instantanée des trains d'ondes des photons, les deux cas soient tout à fait différents. Les expériences d'interférences ne permettent donc d'atteindre que la valeur moyenne du nombre des photons arrivant en chaque point, mais ne permettent pas de suivre les fluctuations rapides de ce nombre. Nous verrons plus loin qu'au contraire les expériences du type Brown et Twiss permettent de mettre en évidence ces fluctuations.

Ce qui nous importe le plus ici, c'est que, envisagée du point de vue de la coexistence des photons et des ondes dans la lumière, la théorie de la cohérence repose essentiellement sur l'idée que la répartition statistique des photons dans l'espace est déterminée par la superposition de trains d'ondes lumineuses du type classique. Cette constatation nous paraît démontrer l'exactitude des calculs de l'Optique ondulatoire classique malgré l'existence indéniable des photons et cela s'explique tout naturellement dans la théorie de la double solution puisque les ondes lumineuses doivent y être assimilées à des ondes électromagnétiques de très faible amplitude dont la progression et les superpositions sont données par les équations de la théorie de Maxwell et dont les intensités locales déterminent la répartition statistique des photons dans l'espace. Et cette si importante conclusion se trouve encore confirmée par la récente découverte du phénomène de Brown et Twiss dont nous allons maintenant parler.

#### **4. Le phénomène de Brown et Twiss. (Interférences du quatrième ordre.)**

L'important phénomène en question consiste dans la mise en évidence des fluctuations des intensités lumineuses qui sont réalisées à chaque instant en des points différents par la superposition de trains d'ondes provenant de sources éloignées. Son existence a fait l'objet d'assez nombreuses recherches expérimentales et est bien établie aujourd'hui,

notamment par d'importants travaux de MM. Handbury Brown et Twiss. M. Marcos Moshinsky avait eu le mérite d'en avoir prévu l'existence dès 1950 et, plus récemment, M. Janossy en a fait des analyses analogues. De nombreux autres travaux théoriques lui ont été consacrés parmi lesquels nous citerons ceux de MM. Purcell et Wolf (1).

Ce qu'il y a de curieux dans cette affaire, c'est que ces « interférences du quatrième ordre » peuvent se prévoir à l'aide de calculs entièrement classiques bien que la mise en évidence des fluctuations de l'intensité lumineuse se fasse à l'aide de cellules photoélectriques dont le fonctionnement implique nécessairement la nature photonique de la lumière. Mais il est naturel et essentiel de remarquer ce qui suit. L'enregistrement des franges d'interférences (par exemple sur une plaque photographique) exige l'arrivée de très nombreux photons arrivant à chaque point et ne dépend finalement que du nombre moyen  $n$  des photons arrivant en ce point : c'est ce qui permet de calculer la position et l'intensité des franges en assimilant l'onde incidente à une onde plane monochromatique à durée de cohérence infinie. Au contraire, l'observation de l'effet Brown et Twiss exige l'enregistrement du carré moyen de la fluctuation de l'intensité lumineuse due à la durée limitée des trains d'ondes émis par les sources usuelles et c'est le caractère pratiquement instantané de l'action de la lumière sur une photocathode (temps de réponse inférieur à  $10^{-10}$  s) qui permet à celle-ci de fournir la valeur du carré moyen des fluctuations de l'intensité lumineuse qui la frappe.

Nous allons maintenant donner un calcul des grandeurs qui interviennent dans l'effet Brown et Twiss en nous servant de raisonnements très simples.

Considérons une cellule photoélectrique (photocathode) sur laquelle arrive une superposition d'un très grand nombre de trains d'ondes de même fréquence  $\nu$  et de même amplitude  $a$  émis indépendamment par les atomes d'une source étendue. Cette superposition est représentée par

$$(5) \quad v = \sum_1^N a e^{2\pi i \nu t} e^{i\theta_k},$$

avec

$$(6) \quad N \gg 1.$$

L'intensité lumineuse sur la photocathode sera donnée à chaque instant par la formule

$$(7) \quad I = |v|^2 = a^2 \left[ N + 2 \sum_{k>l}^N \cos(\theta_k - \theta_l) \right]$$

(1) Voir Bibliographie [18], [19], [20], [21] et [22].

Les constantes de phase variant aléatoirement au cours du temps, on aura en moyenne

$$(8) \quad \bar{I} = N \alpha^2, \quad \bar{I}^2 = N^2 \alpha^4.$$

Mais nous aurons aussi

$$(9) \quad I^2 = \alpha^4 \left[ N^2 + 4 \sum_{k>l}^N \cos^2(\theta_k - \theta_l) + \text{termes de moyenne nulle} \right].$$

Comme le nombre des termes de la somme  $\sum$  est  $\frac{N(N-1)}{2}$ , on a donc, puisque  $\cos^2(\overline{\theta_k - \theta_l}) = \frac{1}{2}$ ,

$$(10) \quad \bar{I}^2 = \alpha^4 \left[ N^2 + \frac{4N(N-1)}{2} \cdot \frac{1}{2} \right].$$

Mais,  $N$  étant très grand devant l'unité, nous obtenons très approximativement

$$(11) \quad \bar{I}^2 = 2N^2 \alpha^4 = 2\bar{I}^2,$$

d'où

$$(12) \quad (\bar{I} - \bar{I})^2 = \bar{I}^2 - \bar{I}^2 = \bar{I}^2.$$

Le nombre des photons émis par la photocathode pendant un temps  $T$  devant évidemment être pris égal en moyenne à  $n_T = \alpha IT$ , où  $\alpha$  est une constante. Il nous semble qu'il faut supposer  $T \ll \tau$ . En effet, un dispositif à réaction lente comme la plaque photographique ne permet d'enregistrer  $n_T$  que si  $T \gg \tau$  et alors  $n_T = \bar{n}_T$  et  $n_T - \bar{n}_T = 0$  : on ne peut pas ainsi déceler les fluctuations. Au contraire un dispositif qui réagit instantanément à l'action de la lumière comme une photocathode permet d'enregistrer  $n_T$  pour  $T \ll \tau$  et, en ce cas, l'équation (12) divisée par  $\alpha^2 T^2$  nous donne

$$(13) \quad \bar{n}_T^2 - \bar{n}_T^2 = \bar{n}_T^2.$$

M. Purcell dans l'article cité avait donné la formule

$$(14) \quad \bar{n}_T^2 - \bar{n}_T^2 = \bar{n}_T + \alpha \bar{n}_T^2,$$

où  $\alpha$  est une constante qui, avec l'hypothèse  $T \ll \tau$ , doit être égale à 1. On voit que le terme quadratique au second membre de (14) coïncide avec le second membre de (13). Quant au terme en  $\bar{n}_T$  de (14), on peut le justifier du point de vue de la théorie de la double solution de la façon suivante. La fluctuation du nombre des photoélectrons éjectés a deux causes : 1<sup>o</sup> la probabilité de présence d'un photon sur la photocathode est proportionnelle à l'intensité de l'onde incidente, ce qui donne le terme en  $\bar{n}_T^2$  de la formule (14); 2<sup>o</sup> les photons incidents, bien qu'étant

toujours en phase au point où ils se trouvent avec l'onde qui les porte, sont cependant répartis aléatoirement au sein de l'onde et leur arrivée aléatoire sur la photocathode donne naissance à un effet de « grenade » s'exprimant par une loi de Poisson, ce qui explique la présence du terme en  $\bar{n}_r^2$  dans la formule (14).

Dans la formule de Purcell, le second terme du second membre est donc d'origine « ondulatoire » et le premier terme d'origine « corpusculaire ». D'ailleurs la vieille formule d'Einstein donnant les fluctuations de l'énergie dans le rayonnement noir pour l'intervalle de fréquence  $\nu - \nu + \delta\nu$  :

$$(15) \quad \overline{(E_\nu - \bar{E}_\nu)^2} = \bar{E}_\nu^2 - \bar{E}_\nu^2 = h\nu \bar{E}_\nu + \frac{c^3}{8\pi\nu^2 V \delta\nu} \bar{E}_\nu^2$$

est aussi de la forme (14) comme on le voit en posant  $E_\nu = nh\nu$ . Or le terme en  $\bar{E}_\nu^2$  (ou en  $\bar{n}_r^2$ ) dans (15) provient de l'interférence des ondes du rayonnement noir tandis que le terme en  $\bar{E}_\nu$  (donc en  $\bar{n}$ ) traduit la nature corpusculaire des photons. On retrouve donc bien ainsi dans l'interprétation de la formule (15) des idées analogues à celles qui ont été développées plus haut pour la formule (14).

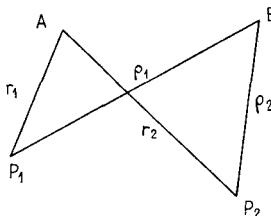


Fig. 8.

Supposons maintenant que nous ayons deux photocathodes 1 et 2 placées en des points distants  $P_1$  et  $P_2$ . Si les intensités lumineuses  $I_1$  et  $I_2$  qui frappent les deux photocathodes tombaient sur une seule photocathode, on aurait

$$(16) \quad \overline{(I_1 + I_2)^2} - (\bar{I}_1 + \bar{I}_2)^2 = (\bar{I}_1 + \bar{I}_2)^2,$$

d'où

$$(17) \quad \bar{I}_1^2 - \bar{I}_1^2 + \bar{I}_2^2 - \bar{I}_2^2 + 2\bar{I}_1\bar{I}_2 - 2\bar{I}_1\bar{I}_2 = \bar{I}_1^2 + \bar{I}_2^2 + 2\bar{I}_1\bar{I}_2$$

et comme d'après (13), on a

$$\bar{I}_1^2 - \bar{I}_1^2 = \bar{I}_1^2 \quad \text{et} \quad \bar{I}_2^2 - \bar{I}_2^2 = \bar{I}_2^2,$$

il vient

$$(18) \quad \bar{I}_1\bar{I}_2 - \bar{I}_1\bar{I}_2 = \bar{I}_1\bar{I}_2.$$

En introduisant comme précédemment le nombre des photoélectrons émis par chaque photocathode, la formule (18) devient

$$(19) \quad \overline{(n_1 - \bar{n}_1)(n_2 - \bar{n}_2)} = \bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2$$

ou

$$(20) \quad \overline{\Delta n_1 \cdot \Delta n_2} = \bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2,$$

où  $\Delta n_1$  et  $\Delta n_2$  représentent les fluctuations instantanées du nombre des photoélectrons émis par 1 et 2. La formule (20) est analogue à une formule donnée par Purcell dans son Mémoire et utilisée par lui pour l'interprétation de l'effet Brown et Twiss.

Nous n'insisterons pas davantage sur la théorie de l'effet Brown et Twiss. Son existence et la possibilité de l'utiliser pour une mesure précise du diamètre apparent d'une étoile paraissent aujourd'hui bien établies. On a pu d'ailleurs mettre en évidence le même phénomène en utilisant la lumière émise par une source terrestre. Ces résultats dont l'interprétation exacte a sans doute encore besoin d'être approfondie paraissent avoir une grande importance car la validité des raisonnements classiques s'appuyant sur la nature ondulatoire de la lumière est à nouveau prouvée dans des expériences où la nature photonique de l'action de la lumière se manifeste également puisque les intensités lumineuses sont mesurées par des effets photoélectriques. Aussi l'effet Brown et Twiss nous apparaît-il comme pouvant nous apporter des précisions nouvelles sur la coexistence des ondes et des photons dans la lumière et sur la validité de l'image qu'en fournit la théorie de la double solution.

### 5. Résumé et remarques finales.

Nous voudrions terminer ce chapitre en précisant quelques points importants.

On peut appeler « Optique classique » celle qui fait uniquement intervenir, dans la représentation de la lumière, les ondes planes monochromatiques de longueur et de durée d'émission infinies. C'est l'optique des traités classiques qui suffit pour bien prévoir les phénomènes d'interférences et de diffraction usuels. On peut, au contraire, nommer « Optique aléatoire » celle qui tient compte du fait que dans les sources usuelles de lumière (à l'exclusion des lasers) les atomes émettent d'une façon indépendante et aléatoire des trains d'ondes de longueur et de durée limitées. Évidemment c'est cette optique aléatoire qui donne la véritable représentation de la constitution des ondes lumineuses à chaque instant de la manière qui a été esquissée dans les paragraphes précédents. L'optique classique n'est donc qu'une approximation, d'ailleurs très souvent suffisante.

La théorie de la cohérence temporelle dont il a été question dans ce chapitre fait nécessairement intervenir la durée de cohérence  $\tau$  : elle relève donc de l'Optique aléatoire et, en principe, échappe complètement à l'Optique classique telle que nous l'avons définie plus haut. Mais il n'en est pas de même de la notion de « cohérence partielle » que certains auteurs (<sup>1</sup>) utilisent pour étudier « le contraste de franges » dans le cas des sources étendues. Si l'on emploie une source ponctuelle, les trains d'ondes émis par les atomes de la source donnent approximativement le même système de franges dans un dispositif d'interférences : le contraste des franges, leur visibilité, est alors excellent. Si la source est un peu étendue, les franges fournies par les trains d'ondes émis par les divers atomes de la source sont légèrement décalées les unes par rapport aux autres et la visibilité des franges est moins bonne. Enfin, si la source est assez étendue pour que les maximums de l'intensité lumineuse correspondant à certains points de la source coïncident avec des minimums correspondant à d'autres points, la visibilité des franges devient nulle et celles-ci disparaissent.

Or, si l'on examine le calcul du contraste des franges à l'aide de la notion de cohérence partielle, on s'aperçoit qu'en fin de compte, il ne fait nullement intervenir le temps de cohérence  $\tau$ , mais uniquement le déphasage des différentes ondes qui se superposent, déphasage qui est dû aux différences de marche. Ce calcul relève donc entièrement de l'Optique classique et c'est pourquoi la théorie d'une expérience comme la mesure du diamètre apparent d'une étoile par la méthode bien connue de Michelson se fait très aisément sans faire intervenir le temps de cohérence comme on le montre dans tous les traités classiques d'Optique. Il n'en est pas de même pour les expériences du genre Brown et Twiss où l'emploi de cellules photoélectriques permet de mettre en évidence les fluctuations très rapides de l'intensité lumineuse qui ont pour origine le caractère aléatoire de l'émission des trains d'ondes par les atomes et qui relèvent essentiellement de la théorie de la cohérence temporelle. Les remarques que nous venons de faire me paraissent de nature à éviter certaines confusions dans l'emploi de la notion de cohérence.

Une autre remarque qui pourrait être importante est la suivante. Dans ce qui précède nous avons admis que les émissions de photons par les atomes sont indépendantes et aléatoires. Or cela est bien exact pour l'émission de lumière qui accompagne les transitions quantiques *spontanées* des atomes. Mais nous allons rappeler dans le prochain chapitre que, depuis un travail d'Einstein datant d'une quarantaine d'années, on sait qu'à côté de ces transitions spontanées il existe un processus d'émission *stimulée* dans lesquels un grand nombre d'atomes

---

(<sup>1</sup>) Voir par exemple [14], chap. 7.

peuvent effectuer une même transition quantique, ce qui aboutit à l'émission de photons tous transportés par un même train d'ondes électromagnétique de base dont la longueur et la durée de cohérence sont beaucoup plus grandes que celles des trains d'ondes émis par les transitions spontanées. C'est ce processus d'émission stimulée qui est aujourd'hui à la base de la théorie des lasers. Or, dans une source de lumière très intense, chaque atome est soumis au rayonnement émis par les autres atomes et il est possible que certains d'entre eux subissent des transitions stimulées. L'émission globale de la source contiendra alors, en plus des trains d'ondes de courte durée de cohérence dus au processus d'émission spontanée dont nous avons exclusivement tenu compte dans ce chapitre, d'autres trains d'ondes de durée de cohérence beaucoup plus longue provenant des émissions stimulées. La théorie complète de la cohérence, qui serait certainement beaucoup plus compliquée que celle qui a été développée dans ce chapitre, devrait en particulier tenir compte de cette possibilité.

Notre conclusion sera donc que la théorie de la cohérence de la lumière doit être reprise entièrement sur la base physique de l'émission spontanée et stimulée par les sources de lumière de trains d'ondes à durée de cohérence finie. Les théories de la cohérence à aspect purement formel fondées uniquement sur des lois générales du Calcul des Probabilités ou sur les conceptions abstraites et assez obscures de l'actuelle théorie quantique des champs ne sont pas, à notre avis, suffisantes pour poser la question sur son véritable terrain à l'aide d'images claires des processus physiques réels (¹).

---

(¹) On trouvera dans le dernier chapitre de ce livre rédigé par M. João Luis Andrade e Silva une théorie de l'effet Brown et Twiss beaucoup plus complète que celle qui a été esquissée ci-dessus dans le paragraphe 4.

---

## CHAPITRE VI.

### LA LUMIÈRE DES LASERS.

---

#### 1. Le grand intérêt théorique des lasers.

La réalisation dans les quinze dernières années des Maser (Microwave amplifier by stimulated emission of radiation) et des Maser optiques ou Lasers (Light amplifier by stimulated emission of radiation) a vivement attiré l'attention des physiciens et donné lieu à de très nombreux travaux. L'intérêt que présentent pour les théoriciens ces dispositifs nouveaux est considérable. Leur fonctionnement ne peut s'interpréter qu'à l'aide des conceptions d'émission « stimulée » et d'émission « spontanée » introduites par Einstein dès 1917 à l'aide d'un raisonnement célèbre sur lequel nous reviendrons plus loin.

Dans les masers, un rayonnement hertzien de haute fréquence est envoyé dans une cavité résonnante où se trouvent de nombreux atomes dans un état excité susceptibles d'émettre par transition quantique des photons de cette fréquence. Ces atomes dans un état excité dont la présence est nécessaire peuvent être obtenus de diverses manières, notamment par les très ingénieux procédés de pompage optique inventés par M. Alfred Kastler. Grâce au processus de l'émission stimulée, chaque atome excité peut émettre un photon qu'il dépose, pour ainsi dire, sur l'onde hertzienne incidente, augmentant ainsi le nombre des photons hertziens qui sont transportés par cette onde et qui sont en phase avec elle. L'énergie totale transportée par l'onde se trouve ainsi accrue : il y a amplification et cette amplification peut être utilisée de diverses façons que nous n'étudierons pas ici.

Dans les lasers, de nombreux atomes excités, obtenus par exemple par pompage optique et susceptibles d'émettre des photons dont la fréquence appartient au domaine lumineux, se trouvent dans une cavité du type Pérot-Fabry. Une onde lumineuse ayant cette fréquence se forme dans la cavité : en passant un grand nombre de fois sur les atomes excités qui lui cèdent des photons par émission stimulée, cette onde s'enrichit constamment en photons et finit par s'échapper à l'extérieur en traversant une portion semi-transparente de la paroi de la cavité. Finalement on obtient ainsi une onde lumineuse transportant de très

nombreux photons qui sont cohérents, c'est-à-dire en phase, avec l'onde qui les porte. Rappelons que, dans les conceptions de la théorie de la double solution, l'onde est une onde électromagnétique de base du type  $v$  et de très faible amplitude.

Ainsi, par la réalisation des lasers, s'est trouvée obtenue pour la première fois une « lumière cohérente » d'une structure tout à fait différente de celle qu'émet une source usuelle de lumière dont les atomes émettent indépendamment de courts trains d'ondes portant chacun au moment de leur émission un seul photon. Cette lumière cohérente a donc une structure tout à fait analogue à celle d'une onde hertzienne et tout ce que nous avons dit au chapitre IV au sujet des ondes hertziennes lui est applicable. On notera, en particulier, que les trains d'ondes émis par les lasers ont une très grande longueur et, par suite, une largeur spectrale beaucoup plus petite que celle de la lumière usuelle : tandis que les trains d'ondes de la lumière usuelle ont une longueur qui ne dépasse pas quelques mètres, la longueur des trains d'ondes émis par les lasers peut atteindre un grand nombre de kilomètres et correspondre à une largeur spectrale plusieurs milliers de fois plus petite (¹).

On voit toutes les importantes perspectives nouvelles que la réalisation des masers et des lasers ouvre sur le plan théorique, sans parler de leurs applications expérimentales ou techniques. Nous n'avons naturellement pas l'intention d'exposer ici les nombreux aspects de l'utilisation des masers et des lasers, mais nous voudrions insister sur un point théoriquement très important. Le fonctionnement de ces appareils a mis hors de doute que les photons qui y prennent naissance par émission *stimulée* sont cohérents, c'est-à-dire que dans notre conception ils sont incorporés à une même onde de base. Au contraire, les photons qui peuvent y apparaître par émission *spontanée* sont incohérents, c'est-à-dire émis sur des trains d'ondes indépendants comme dans les sources de lumière usuelles et cela est bien naturel puisque c'est précisément le processus d'émission spontanée qui entre seul en jeu dans les sources usuelles. Il en résulte que les émissions spontanées intervenant dans le fonctionnement des lasers et des masers constituent une sorte de « bruit » perturbateur qui, heureusement, reste très faible dans le fonctionnement usuel de ces appareils (²). Or, dans le raisonnement primitif d'Einstein, rien n'indiquait cette importante différence de nature des émissions spontanées et des émissions stimulées. La raison en est qu'Einstein raisonnait en considérant l'équilibre thermique entre les atomes et le

(¹) On en trouvera un très bon résumé d'ensemble dans un petit livre de M. Michel-Yves Bernard [23].

(²) A ce bruit perturbateur, doit en principe s'ajouter, comme nous l'avons vu précédemment (p. 59), un autre bruit dû à la répartition aléatoire des photons sur l'onde de base.

rayonnement noir et que, dans ce rayonnement où toutes les ondes sont incohérentes, les questions de cohérence n'interviennent pas explicitement. Pour nous en rendre mieux compte et pouvoir voir comment on pourrait dans le cas des lasers compléter le raisonnement d'Einstein par des considérations de cohérence, nous allons reprendre ce raisonnement et chercher à l'adapter au cas des lasers.

## 2. Le raisonnement d'Einstein et son application aux lasers.

On sait qu'en 1917, dans un Mémoire resté célèbre, Albert Einstein était parvenu à établir un lien entre la loi de distribution spectrale du rayonnement noir due à Planck et la loi des fréquences de Bohr par l'intermédiaire de la formule de distribution canonique de Boltzmann-Gibbs. Son raisonnement était le suivant. Considérons des atomes d'un même élément ayant deux états quantifiés d'énergie  $E_1$  et  $E_2 < E_1$  et supposons-les plongés dans un rayonnement noir qui remplit une enceinte maintenue à la température absolue  $T$ . D'après la loi des fréquences de Bohr, l'un de ces atomes, s'il subit la transition  $1 \rightarrow 2$  ou la transition inverse  $2 \rightarrow 1$ , émettra ou absorbera un photon de fréquence

$$(1) \quad \nu = \frac{E_1 - E_2}{h},$$

où  $h$  est la constante de Planck. Einstein suppose alors que, si l'un des atomes est dans l'état initial d'énergie  $E_2$ , la probabilité par unité de temps pour qu'il absorbe un photon d'énergie  $h\nu$  empruntée à une composante de fréquence  $\nu$  du rayonnement noir ambiant est égale à  $B\varphi(\nu)$ , où  $\varphi(\nu)$  est la densité spectrale du rayonnement noir pour la fréquence  $\nu$  et où  $B$  est une constante. Si, au contraire, l'atome se trouve dans l'état initial d'énergie  $E_1$ , il pourra passer dans l'état final d'énergie inférieure  $E_2$  de deux façons différentes, soit par un processus d'émission « spontanée » dont la probabilité par unité de temps aurait une valeur constante  $A$ , soit par un processus d'émission « stimulée » dont la probabilité par unité de temps serait égale à  $B\varphi(\nu)$ ,  $B$  ayant la même valeur que dans le cas de l'absorption.

Or, dans l'état d'équilibre thermodynamique, la proportion  $\frac{N_2}{N_1}$  des atomes se trouvant dans l'état  $E_2$  et dans l'état  $E_1$  est donnée, d'après la loi de distribution canonique de Boltzmann-Gibbs, par la formule

$$(2) \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{e^{-\frac{E_2}{kT}}}{e^{-\frac{E_1}{kT}}} = e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

d'après (1), où  $k$  est la constante de Boltzmann.

Il est alors évident que l'équilibre thermodynamique implique la relation

$$(3) \quad N_1(A + B \rho(v)) = N_2 B \rho(v)$$

et, de (2) et de (3), on tire aisément

$$(4) \quad \rho(v) = \frac{A}{B \left( e^{\frac{hv}{kT}} - 1 \right)}.$$

Pour retrouver la loi de répartition spectrale de Planck pour le rayonnement noir qui s'écrit

$$(5) \quad \rho(v) = \frac{8\pi h v^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1},$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide, il suffit de poser

$$(6) \quad A = B \frac{8\pi h v^3}{c^3},$$

importante relation entre les constantes  $A$  et  $B$ .

La formule (6) est aujourd'hui couramment appliquée aux masers et aux lasers. Elle montre, en particulier, que le rapport  $\frac{A}{B}$  du coefficient d'émission spontanée au coefficient d'émission stimulée est beaucoup plus grand pour les lasers que pour les masers en raison de la valeur beaucoup plus élevée de la fréquence, mais que les perturbations de l'émission stimulée par le « bruit » dû à l'émission spontanée restent très faibles même pour des fréquences très supérieures à celle du spectre visible.

On peut cependant se demander si la théorie d'Einstein est vraiment applicable aux masers et aux lasers. En effet, dans ces dispositifs, les atomes émetteurs ne sont nullement soumis à un rayonnement noir, mais bien à l'action d'une onde de fréquence et de direction bien déterminées. La formule de distribution canonique (2) n'est donc pas applicable avec la notion usuelle de température. Cependant la théorie de la quantification du champ électromagnétique a permis de démontrer que la formule (6) est valable pour les masers et pour les lasers. Dans une Note adressée à l'Académie des Sciences de Lisbonne pendant l'été de 1963, j'ai donné à cette démonstration une forme très simple en raisonnant sur le cas des lasers. Je vais maintenant reproduire cette démonstration.

Pour éviter de faire appel au formalisme lourd et abstrait de la théorie quantique des champs, nous allons transformer l'expression des probabilités obtenue par Einstein d'une façon qui les rendra applicables aux cas autres que celui du rayonnement noir.

Une formule bien connue due à Jeans nous apprend que, dans une enceinte de volume  $V$ , le nombre des ondes stationnaires de fréquence  $v$

correspondant à un intervalle spectral  $d\nu$  qui peuvent s'établir dans cette enceinte est égal à

$$(7) \quad N(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu.$$

La densité  $\rho(\nu)$ , qui intervient dans le raisonnement d'Einstein, a donc pour valeur

$$(8) \quad \rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \bar{n} h\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \bar{n},$$

où  $\bar{n}$  est le nombre moyen des photons portés par les ondes incohérentes de fréquence  $\nu$  du rayonnement noir. D'après les hypothèses d'Einstein, les probabilités  $P_{12}$  et  $P_{21}$  des transitions  $1 \rightarrow 2$  et  $2 \rightarrow 1$  sont données par

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} P_{12} = A + B \rho(\nu) = B \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} (\bar{n} + 1), \\ P_{21} = \quad B \rho(\nu) = B \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \bar{n}. \end{array} \right.$$

Pour généraliser ce résultat en dehors du cas du rayonnement noir, il paraît naturel d'admettre que, d'une façon générale, la probabilité du passage de la valeur  $n$  à la valeur  $n+1$  du nombre de photons portés par une onde électromagnétique de base à la suite d'une transition quantique est proportionnelle à  $n+1$ , tandis que la probabilité de la transition inverse est proportionnelle à  $n$ .

Soit alors un laser dont la cavité a un volume  $V$  et, dans cette cavité, une onde stationnaire de direction déterminée et de fréquence  $\nu$  qui porte  $n$  photons. D'après ce que nous venons d'admettre, si un atome placé dans la cavité est initialement dans l'état d'énergie  $E_2$ , la probabilité par unité de temps de son passage dans l'état d'énergie supérieure  $E_1$  avec absorption d'un des photons de l'onde est  $P_{21} = Cn$ . Si, au contraire, l'atome est initialement dans l'état  $E_1$ , il pourra passer dans l'état d'énergie inférieure  $E_2$  avec l'émission d'un photon supplémentaire sur l'onde qui porte déjà  $n$  photons et la probabilité par unité de temps de cette transition sera  $P'_{12} = C(n+1)$ . Mais cet atome peut aussi passer dans l'état d'énergie  $E_2$  avec émission d'un photon sur l'une quelconque des autres ondes stationnaires de fréquence qui peuvent s'établir dans la cavité de volume  $V$  et, compte tenu de la formule (7), la probabilité par unité de temps d'une telle émission est  $P''_{12} = C \left( \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V - 1 \right)$ . La présence du terme  $-1$  dans la parenthèse est justifiée par le fait que, par le calcul de  $P'_{12}$ , nous avons déjà tenu compte de l'onde qui porte  $n$  photons. Finalement la probabilité de la transition  $1 \rightarrow 2$  par unité de temps est

$$(10) \quad P_{12} = P'_{12} + P''_{12} = Cn + C \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V.$$

Or nous devons évidemment prendre pour expression de la densité d'énergie  $\rho(\nu)$  de l'onde à  $n$  photons :

$$(11) \quad \rho(\nu) = \frac{n h \nu}{V},$$

ce qui nous donne

$$(12) \quad P_{12} = C \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V + C \frac{V}{h\nu} \rho(\nu).$$

Si nous voulons, avec Einstein, écrire cette probabilité sous la forme  $A + B \rho(\nu)$ , nous devons poser

$$(13) \quad A = C \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V; \quad B = C \frac{V}{h\nu},$$

d'où

$$(14) \quad \frac{A}{B} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}.$$

Nous retrouvons ainsi la formule (6) d'Einstein, mais ici cette formule a été obtenue sans avoir fait intervenir ni le rayonnement noir, ni la notion de température, ni la formule de Boltzmann-Gibbs.

Un autre avantage de cette démonstration, c'est que la formule (10) en séparant nettement le terme  $Cn$  qui correspond à l'émission d'un photon cohérent sur l'onde de fréquence  $\nu$  et le terme  $C \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V$  qui, lui, correspond à l'émission de photons incohérents sur l'une quelconque des ondes pouvant s'établir dans la cavité, exprime clairement la différence de nature des deux sortes d'émission. Il apparaît ainsi qu'en écrivant  $P_{12} = C(n+1)$ , on bloque ensemble, d'une façon qui prête à confusion, une émission provoquée cohérente et une émission spontanée non cohérente. Cette manière de faire utilisée dans la forme actuelle de la théorie des champs électromagnétiques quantifiés sans tenir compte de la différence de nature des deux sortes d'émission nous paraît constituer l'un des points faibles de cette théorie.

### 3. L'interférence des ondes émises par deux lasers.

Il est aujourd'hui certain que les lumières émises sur la même fréquence par deux lasers peuvent interférer. La preuve en a été apportée par un beau travail expérimental effectué avec beaucoup d'habileté par MM. G. Magyar et L. Mandel (1).

Ces auteurs ont utilisé deux lasers à rubis et ils ont eu à surmonter la difficulté que je vais exposer. Un dispositif d'excitation permettait de déclencher synchroniquement le fonctionnement des deux lasers

---

(1) Bibliographie [22].

à rubis, mais pendant chaque période de fonctionnement, chacun des deux lasers émettait indépendamment et aléatoirement sur la même fréquence des trains d'ondes dont la durée d'émission était d'environ une demi-microseconde. Ces trains d'ondes partant de l'un ou de l'autre laser arrivaient la plupart du temps isolément sur l'appareil susceptible d'enregistrer les interférences de sorte qu'en raison du voile ainsi produit aucun enregistrement de frange ne pouvait être obtenu. Tournant cette difficulté à l'aide d'un dispositif très ingénieux, Magyar et Mandel sont arrivés à ne faire fonctionner l'appareil d'enregistrement des interférences que quand deux trains d'ondes venant de chacun des lasers arrivaient presque simultanément à l'entrée de cet appareil : grâce à cette synchronisation des trains d'ondes admis dans l'appareil d'interférences et à la condition que la différence des chemins optiques et la durée d'enregistrement fussent inférieures à la microseconde, il devait être possible, d'après les prévisions de la théorie ondulatoire classique, d'obtenir des franges d'interférences. Et c'est bien ce que l'expérience a permis de vérifier.

Ainsi il semble bien établi que les trains d'ondes émis par deux lasers peuvent interférer quand ils se superposent et les calculs développés d'après la théorie des ondes lumineuses de la manière indiquée au chapitre précédent rendent parfaitement compte de ce fait. Du point de vue que nous adoptons, ce résultat apparaît comme tout naturel. Pour nous, en effet, chaque laser émet de temps en temps une onde électromagnétique de faible amplitude sous la forme d'un assez long train d'ondes transportant un grand nombre de photons cohérents. Si deux de ces trains d'ondes provenant chacun d'un des deux lasers arrivent simultanément à l'entrée de l'appareil d'interférences, ils se superposent classiquement : les photons qu'ils apportent sont alors guidés par l'onde résultant de leur superposition et, par suite, ils se répartissent statistiquement proportionnellement aux intensités locales de cette onde, ce qui explique immédiatement la possibilité d'enregistrer les interférences.

Divers auteurs sont parvenus à rendre compte du résultat expérimental obtenu en restant dans le cadre de la théorie quantique des champs, mais c'est seulement en introduisant des modifications assez arbitraires dans le formalisme usuel de cette théorie. Il nous paraît certain que la conception que nous proposons est beaucoup plus simple et qu'elle a l'avantage d'offrir une image claire et probablement beaucoup plus exacte de la réalité physique.

La conclusion qui précède nous paraît d'ailleurs confirmée par une belle expérience récente de MM. Pfleegor et Mandel (*Phys. Rev.*, 159, n° 5, 25 juillet 1967, p. 1084). Ces deux physiciens ont obtenu les franges d'interférences dues à la superposition des ondes émises par deux lasers indépendants dans des conditions telles qu'il n'y avait pratiquement jamais deux photons arrivant à la fois dans l'appareil d'interférences.

L'interprétation de ce résultat à l'aide des idées actuellement admises en Physique quantique paraît difficile. Au contraire, elle nous semble résulter très clairement et très naturellement des idées exposées dans le présent volume comme nous l'avons montré dans une Note actuellement sous presse dans la *Physical Review*.

#### 4. Peut-il y avoir des collisions entre photons ?

En théorie classique de la lumière, si deux faisceaux de lumière se croisent dans le vide, il ne peut y avoir entre eux aucune interaction parce que, les équations de propagation étant linéaires, les faisceaux de

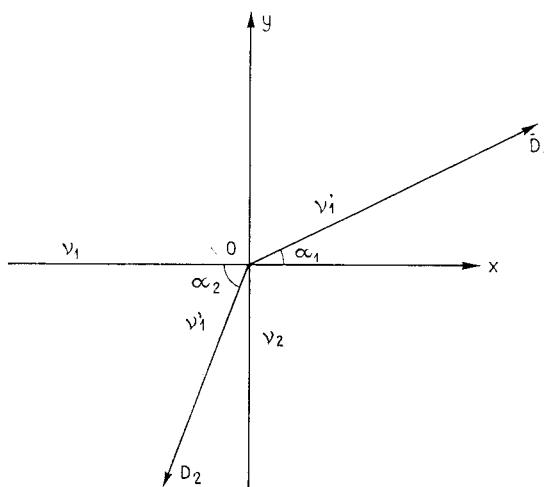


Fig. 9.

lumière se croisent sans s'influencer. Mais, si l'on fait intervenir l'existence des photons, il semble qu'il pourrait en être autrement. En effet, un photon appartenant à l'un des faisceaux pourrait passer très près d'un photon de l'autre faisceau et cette « collision » des deux photons pourrait s'accompagner d'un échange important d'énergie et de quantité de mouvement. J'avais fait autrefois le calcul très simple d'un phénomène de ce genre et je vais le reprendre rapidement.

Supposons, pour simplifier, deux faisceaux de lumière de fréquences  $\nu_1$  et  $\nu_2$  se propageant respectivement le long de deux axes rectangulaires  $Ox$  et  $Oy$ .

Au voisinage du point  $O$ , les faisceaux se croisent et une collision entre photons serait possible. Si une telle collision a lieu, les photons seront déviés dans des directions  $D_1$  et  $D_2$  avec les fréquences  $\nu'_1$  et  $\nu'_2$ .

La conservation de l'énergie et des composantes de la quantité de mouvement nous fournissent alors les trois équations

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} h\nu'_1 + h\nu'_2 = h\nu_1 + h\nu_2, \\ \frac{h\nu'_1}{c} \cos \alpha_1 - \frac{h\nu'_2}{c} \cos \alpha_2 = \frac{h\nu_1}{c}, \\ \frac{h\nu'_1}{c} \sin \alpha_1 - \frac{h\nu'_2}{c} \sin \alpha_2 = \frac{h\nu_2}{c}. \end{array} \right.$$

Si  $\nu_1$  et  $\nu_2$  sont connus, on pourra éliminer  $\alpha_2$  entre les équations (15) et calculer  $\nu'_1$  et  $\nu'_2$  en fonction de  $\alpha_1$ .

Sans faire le calcul dans le cas général, nous envisagerons le cas particulier où l'on a  $\nu_1 = \nu_2 = \nu_0$  et, en supposant  $\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$ , nous constaterons que les deux dernières équations (15) sont identiques : on obtient donc alors le système de deux équations compatibles

$$(16) \quad \nu'_1 + \nu'_2 = 2\nu_0, \quad \nu'_1 - \nu'_2 = \sqrt{2}\nu_0$$

qui correspondent au cas de figure suivant :

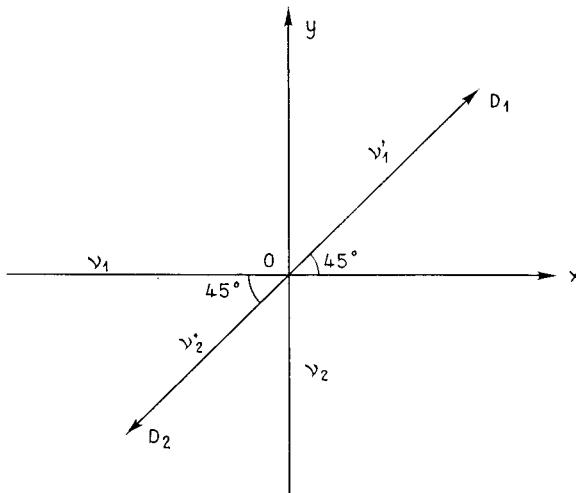


Fig. 10.

En additionnant les deux équations (16), on obtient

$$(17) \quad \nu'_1 = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \nu_0 \simeq 1,7 \nu_0$$

ou, en longueurs d'onde,

$$(18) \quad \lambda'_1 = \frac{\lambda_0}{1,7} \simeq 0,6 \lambda_0.$$

Si nous supposons que  $\lambda_0 = 0,67 \mu$ , nous trouvons  $\lambda'_1 \simeq 0,4 \mu$ . Ainsi la collision de deux photons rouges en O, pourrait nous fournir un photon violet dans la direction D.

Avec les sources de lumière usuelles même les plus intenses, la densité des photons dans les ondes est si faible que la probabilité de rencontre de deux photons est négligeable de sorte que le phénomène étudié ci-dessus doit de toute façon être inobservable. Mais peut-être pourrait-il en être autrement avec des lasers de très grande puissance : l'expérience actuellement irréalisable mériterait certainement alors d'être tentée.

---

## CHAPITRE VII <sup>(1)</sup>.

### FLUCTUATIONS DE L'INTENSITÉ LUMINEUSE ET INTERFÉRENCES DU QUATRIÈME ORDRE.

---

#### 1. **Introduction.**

La lumière émise par les sources habituelles, qu'on peut appeler la lumière thermique, correspond essentiellement à un phénomène de nature aléatoire. On sait, en effet, que cette émission provient de très nombreuses transitions quantiques individuelles (et généralement indépendantes) ayant lieu à chaque instant dans les atomes de la source et les ondes lumineuses observées, somme de toutes ces contributions élémentaires, ont des phases et des amplitudes qui changent aléatoirement dans le temps.

C'est donc un fait remarquable que l'Optique classique, conçue pour l'étude des propriétés d'un tel rayonnement, ait pu se développer en utilisant des fonctions « certaines », notamment des ondes planes monochromatiques. La raison en est que la nature aléatoire de la lumière n'y est prise en considération que d'une façon en quelque sorte négative, parce qu'on limite le domaine d'application de la théorie aux situations expérimentales où les fluctuations du rayonnement ont des effets négligeables. Prenons l'exemple d'une expérience classique d'interférences et nous remarquerons que la théorie élémentaire habituelle n'y est utilisable que sous des conditions restrictives sévères : il faut que les sources interférentielles soient presque ponctuelles, qu'elles soient des sources secondaires, que la région d'observation se borne à un certain voisinage de la frange centrale, etc. On vérifie aussitôt que, compte tenu du temps de réaction relativement long des plaques photographiques ou de l'œil humain, ces restrictions ne font qu'effacer les effets des propriétés aléatoires de la lumière, incompatibles d'ailleurs avec l'observation du phénomène.

---

(<sup>1</sup>) Rédigé par M. Andrade e Silva.

Une Optique aléatoire dont les racines sont anciennes est venue ainsi s'ajouter à l'Optique classique et l'intérêt croissant qu'on accorde à juste titre à la « théorie de la cohérence partielle » n'est pas sans rapport avec certains progrès scientifiques et techniques récents. Il y a eu d'abord la découverte de sources non thermiques de lumière, dont l'effet Cerenkov était un premier exemple et qui ont acquis une importance exceptionnelle avec la construction du laser; l'étude de la cohérence y a gagné de l'importance et de nouvelles possibilités de vérification. Mais, en outre, on a construit des détecteurs lumineux de plus en plus rapides si bien que les fluctuations du rayonnement, manifestation directe de ses propriétés stochastiques, purent être étudiées de plus près.

En 1956, R. Hanbury-Brown et R. Q. Twiss ont apporté la preuve de l'existence d'un rapport entre les fluctuations d'intensité d'un rayonnement lumineux et les propriétés de cohérence de la source. Ils ont mesuré les nombres de photoélectrons émis par deux cellules soumises au même rayonnement pendant une longue suite d'intervalles de très courte durée et ont trouvé une corrélation, fonction des caractéristiques de la source et de la géométrie du système. Autrement dit, malgré le bruit de fond représenté par les coïncidences « fortuites » dans les arrivées des photons sur les deux systèmes d'enregistrement, Hanbury-Brown et Twiss ont détecté des coïncidences « significatives » correspondant à une sorte d'interférence des intensités lumineuses. Si l'on appelle interférences du second ordre le phénomène classique qui peut résulter de la superposition de deux amplitudes, l'effet Brown-Twiss correspond effectivement à des interférences du quatrième ordre.

Ces remarquables expériences mettent en évidence un phénomène qui par sa propre nature échappe totalement à la vieille Optique classique et dont l'importance est considérable. Importance théorique, d'une part, car nous verrons que ces fluctuations d'intensité concernent de près les propriétés à la fois ondulatoires et corpusculaires de la lumière, mais aussi importance pratique comme Hanbury-Brown et Twiss surent le montrer aussitôt. Un interféromètre stellaire, construit par Hanbury-Brown et coll. et basé directement sur cet effet fonctionne actuellement en Australie, permettant de mesurer les diamètres apparents des étoiles à moins de  $10^{-3}$  secondes d'arc près. Cette précision est déjà des dizaines de fois meilleure que celle de la méthode classique de Michelson et les possibilités de la nouvelle technique semblent loin d'être épuisées.

Nous voulons analyser ici l'une des chaînes de raisonnements qui permettent de comprendre le contenu de l'effet Brown-Twiss et, pour ce faire, nous tirerons profit d'une intéressante Note de E. M. Purcell (*Nature*, vol. 178, 1956, p. 1449), reprise et développée par L. Mandel (*Proc. Phys. Soc.*, vol. 72, 1958, p. 1037). Mais nous essayerons surtout de dégager l'apport du nouveau phénomène à la connaissance des propriétés quantiques de la lumière.

## 2. Mesure des intensités lumineuses et dualisme onde-corpuscule.

Pour déterminer l'intensité d'un rayonnement lumineux on est forcé de procéder de façon indirecte car, en fait, ce qui est mesuré par le détecteur, plaque photographique ou cellule photoélectrique, est toujours le nombre d'*électrons* arrachés à la matière par l'arrivée de la lumière. L'analyse exacte d'un phénomène mettant en jeu des intensités lumineuses suppose donc la connaissance préalable des rapports entre l'intensité reçue et le nombre des photoélectrons émis.

On peut alors procéder comme l'ont fait notamment Mandel, Sudarshan et Wolf (*Proc. Phys. Soc.*, vol. 84, 1965, p. 435), en prenant un hamiltonien  $H_0$ , qui représente les électrons liés d'un atome du détecteur et en déterminant la perturbation introduite par l'arrivée de la lumière. On applique la méthode de la variation des constantes à l'hamiltonien perturbé  $H_0 + H_1$  où,  $\vec{A}$  étant le potentiel vecteur qui correspond à une onde plane presque monochromatique,  $H_1$  peut simplement s'écrire sous la forme

$$H_1 = \frac{e}{mc} \vec{A} \cdot \vec{p}.$$

En effectuant le calcul on trouve en première approximation (1) que la probabilité élémentaire  $P(t) dt$  d'observer un photoélectron pendant le temps  $dt$  est

$$(1) \quad P(t) dt = \alpha I(t) dt,$$

$I(t)$  désignant l'intensité du champ lumineux à l'instant  $t$ .

Mais, si l'on ne s'intéresse pas à la forme explicite de la constante  $\alpha$ , on peut obtenir la même expression par le raisonnement plus simple et plus intuitif suivant. D'après la Mécanique quantique, la probabilité d'émission d'un photoélectron par un système pendant le temps  $dt$  est proportionnelle au nombre de photons qui y arrivent pendant cette durée. Or nous savons encore que la probabilité d'arrivée d'un photon est simplement proportionnelle à l'intensité globale du champ électromagnétique, c'est-à-dire dans ce cas à  $I(t) dt$ . En combinant ces deux lois statistiques indépendantes on retrouve bien la formule (1), dont le contenu physique est ainsi plus clair.

On voit, en effet, que dans l'expression de la probabilité élémentaire interviennent déjà deux processus stochastiques différents. Il y a, d'une part, le processus aléatoire de l'émission des photoélectrons, ce qui justifie que la constante  $\alpha$  soit souvent appelée l'« efficacité de la cathode ». Mais il y a, d'autre part, le rapport aléatoire entre l'intensité

(1) Les effets non linéaires correspondants aux approximations d'ordre supérieur ne deviennent importants que pour les très grandes intensités.

globale d'une onde et le nombre des photons qu'elle porte et, dans ce sens, la formule (1) traduit surtout le *dualisme onde-corpuscule*. A l'intensité classique de l'onde ne correspond pas une valeur certaine du nombre de photons mais une simple espérance mathématique pour telle ou telle énergie et la différence entre les deux conceptions ne devient très souvent négligeable qu'à cause de la loi des grands nombres.

Connaissant la probabilité d'observer un photoélectron pendant la durée  $dt$ , on peut aisément calculer la probabilité d'observer  $k$  photoélectrons pendant l'intervalle arbitraire  $(t, t+T)$ . Il suffit pour cela de reprendre un raisonnement qui est classique dans la théorie des processus stochastiques poissoniens.

Désignons par  $O(dt)$  une grandeur infinitésimale par rapport à  $dt$  et supposons, plus explicitement, que la probabilité d'observer un photoélectron pendant la durée  $dt$  comprise entre les instants  $t$  et  $t+dt$  est  $\propto I(t) dt + O(dt)$ , la probabilité d'en observer plus étant naturellement  $O(dt)$ . Introduisons l'intervalle  $(0, t+dt)$ , qui peut se décomposer en deux sous-intervalles disjoints  $(0, t)$  et  $(t, t+dt)$  et demandons-nous quelle est la probabilité d'y observer un nombre  $k \geq 1$  d'électrons. Il est évident qu'un tel événement peut avoir lieu de trois façons différentes qui s'excluent mutuellement :

a.  $k$  électrons sont observés pendant l'intervalle  $(0, t)$  et aucun pendant l'intervalle  $(t, t+dt)$ ; cela aura lieu avec la probabilité

$$P_k(t) [1 - \propto I(t) dt - 2O(dt)],$$

$P_k(t)$  étant, par définition, la probabilité d'observer  $k$  électrons jusqu'à l'instant  $t$  et  $1 - \propto I(t) dt - 2O(dt)$  étant celle de ne plus en observer jusqu'à l'instant  $t+dt$ .

b.  $k-1$  électrons sont observés pendant l'intervalle  $(0, t)$  et un autre est observé pendant l'intervalle  $(t, t+dt)$ ; la probabilité correspondante sera

$$P_{k-1}(t) [\propto I(t) dt + O(dt)].$$

c. Enfin,  $k-m$  électrons ( $k \geq m > 1$ ) sont observés pendant l'intervalle  $(0, t)$ , les  $m$  autres étant observés entre  $t$  et  $t+dt$ ; d'après nos hypothèses, cet événement aura une probabilité négligeable devant celle des événements précédents et nous n'avons pas à la considérer.

La probabilité d'observer  $k$  photoélectrons pendant la durée  $(0, t+dt)$  sera donc

$$P_k(t+dt) = P_k(t) [1 - \propto I(t) dt - 2O(dt)] + P_{k-1}(t) [\propto I(t) dt + O(dt)],$$

soit encore, en passant à la limite,

$$P'_k(t) = -\propto I(t) P_k(t) + \propto I(t) P_{k-1}(t).$$

Cette équation différentielle qui définit les probabilités  $P_k(t)$  peut être résolue par récurrence. D'abord il est aisément de voir que pour la probabilité  $P_0(t)$  de n'observer aucun photon pendant la durée  $(0, t)$  on a

$$P'_0(t) = -\alpha I(t) P_0(t)$$

et, puisqu'il est certain que pendant une durée nulle on ne peut pas observer aucun électron, on a  $P_0(0) = 1$  et il vient

$$P_0(t) = \exp \left[ -\alpha \int_0^t I(t) dt \right].$$

On peut alors calculer la probabilité  $P_1(t)$  d'après l'équation

$$P'_1(t) = -\alpha I(t) P_1(t) + \alpha I(t) \exp \left[ -\alpha \int_0^t I(t) dt \right]$$

et, vu que  $P_1(0) = 0$ , on obtient

$$P_1(t) = \alpha \int_0^t I(t) dt \exp \left[ -\alpha \int_0^t I(t) dt \right].$$

On déterminerait de même  $P_2(t)$  :

$$P_2(t) = \frac{1}{2} \left[ \alpha \int_0^t I(t) dt \right]^2 \exp \left[ -\alpha \int_0^t I(t) dt \right]$$

et, en passant au cas général, on vérifie que la probabilité  $P_k(T)$  d'observer  $k$  photoélectrons pendant la durée  $T$  comprise entre les instants  $t$  et  $t + T$  correspond à la distribution de Poisson :

$$(2) \quad P_k(T) = \frac{a^k}{k!} e^{-a},$$

où, bien entendu,

$$(2') \quad a = \alpha \int_t^{t+T} I(t) dt.$$

### 3. Le cas de la lumière thermique et celui des lasers.

La distribution poissonienne que nous venons de trouver n'est qu'une conséquence de l'expression (1) de la probabilité élémentaire d'observer un photoélectron pendant le temps  $dt$  et, de ce fait, elle exprime encore essentiellement le dualisme onde-corpuscule. Le caractère probabilistique des prévisions de l'énergie d'un train d'ondes dont l'intensité serait connue apparaît ici de façon explicite.

Le problème qui se pose maintenant est celui de savoir sous quelles conditions cette distribution sera observable. Elle le sera, évidem-

ment, dans la mesure où il sera possible de reproduire un grand nombre de fois l'expérience de comptage du nombre des photoélectrons, mais en utilisant toujours un rayonnement identique ou, tout au moins, de même intensité totale.

Supposons alors qu'on utilise une source de lumière thermique aussi « stable » que possible et qu'on mesure le nombre d'électrons émis par un détecteur pendant une suite d'intervalles identiques de durée  $T$ . On ne retrouvera pas pour autant la distribution poissonienne en question car, en raison du caractère aléatoire de l'émission lumineuse, le détecteur ne reçoit pas le même rayonnement pendant deux mesures successives. Pour prendre en considération ces variations d'intensité il y a lieu d'introduire une seconde statistique qui, nous le verrons bientôt, nous écarte plus ou moins de la distribution de Poisson. On remarquera qu'on retrouve ainsi la situation habituelle en Mécanique statistique quantique, deux processus stochastiques de nature différente y étant toujours superposés dans la loi de distribution d'un observable : le premier traduit le caractère probabiliste de la Mécanique des quanta elle-même, le second correspond à l'incertitude classique sur l'état du système.

Mais la situation est toute autre si, à la place de la source thermique, nous utilisons un laser ou, plus exactement, une onde laser vibrant sur un seul mode. Les propriétés de cohérence de la lumière seront alors telles qu'il devient naturel d'admettre que le détecteur réagit à des échantillons de rayonnement pratiquement identiques et il ne restera en jeu que la nature probabiliste des lois quantiques. En d'autres termes, la distribution de Poisson deviendra observable et la suite des mesures déterminera un nombre moyen de photoélectrons  $\bar{n}_T$  correspondant à (2), c'est-à-dire

$$(3) \quad \bar{n}_T = \sum_k k P_k = \sum_k \frac{\alpha^k}{(k-1)!} e^{-\alpha} = \alpha,$$

$\alpha$  étant toujours défini par (2'). De même, d'après la propriété bien connue de la distribution de Poisson, on aura

$$(4) \quad \overline{\bar{n}_T^2} = \sum k^2 P_k = \alpha(\alpha + 1)$$

et donc la variance du nombre de photoélectrons observés doit être

$$(5) \quad \overline{\bar{n}_T^2} - \bar{n}_T^2 = \alpha \int_0^T I(t) dt = \bar{n}_T.$$

Cette prévision semble bien d'accord avec les mesures faites par plusieurs équipes (BELLISIO, FREED et HAUS, *Appl. Phys. Letters*, vol. 4, 1964, p. 5; ARMSTRONG et SMITH, *Ibid.*, p. 196; BAILEY et SANDERS, *Phys. Letters*,

vol. 10, 1964, p. 295), mesures qui apportent ainsi une nouvelle confirmation des postulats statistiques de la Mécanique ondulatoire.

Revenons alors au cas de la lumière thermique et cherchons à calculer la valeur correspondante de la variance. Nous supposerons toujours que la source est stationnaire et ergodique, de façon à pouvoir confondre les moyennes prises dans le temps et celles prises sur un ensemble. Mais, selon les remarques précédentes, les nombres moyens déterminés par la suite des mesures contiendront tout de même une double statistique et nous représenterons donc ces valeurs moyennes par une double barre. On aura, d'abord,

$$(6) \quad \bar{\bar{n}}_T = \bar{\alpha} = \alpha \int_0^T \overline{I(t)} dt = \alpha \bar{I} T$$

et l'on voit que le nombre moyen de photoélectrons émis pendant l'ensemble des observations reste proportionnel à l'intensité moyenne de la lumière reçue. Calculons alors  $\bar{\bar{n}}_T^2$  en écrivant

$$\bar{\bar{n}}_T^2 = \overline{\alpha(\alpha + 1)} = \overline{\left[ \alpha \int_0^T I(t) dt \right]^2} + \overline{\alpha \int_0^T I(t) dt},$$

c'est-à-dire

$$(7) \quad \bar{\bar{n}}_T^2 = \alpha^2 \int_0^T \int_0^T \overline{I(t) I(t')} dt dt' + \alpha \bar{I} T$$

et l'on remarque déjà que la valeur de la variance  $\bar{\bar{n}}_T^2 - \bar{n}_T^2$  ne sera plus, en général, proportionnelle à l'intensité moyenne. La raison en est, évidemment, que la valeur de  $\overline{I(t) I(t')}$  ne coïncide pas avec celle du produit  $\overline{I(t)} \cdot \overline{I(t')}$ , sauf si les intensités lumineuses à deux instants  $t$  et  $t'$ , aussi rapprochés soient-ils, sont statistiquement indépendantes. En d'autres termes, on n'observera la valeur poissonienne de la variance en utilisant de la lumière thermique que si cette lumière est parfaitement incohérente ou, plus exactement, que si les effets des propriétés de cohérence deviennent négligeables. S'il n'en est pas ainsi on peut prévoir un écart d'autant plus important que les propriétés de cohérence seront plus sensibles.

Pour exprimer quantitativement cette situation introduisons la covariance de la fonction aléatoire  $I(t)$  qui est, par définition,

$$\Gamma(t, t') = \overline{I(t) I(t')}.$$

La source lumineuse étant supposée stationnaire, la covariance ne sera qu'une fonction de  $t - t'$  et nous écrirons donc

$$\int_0^T \int_0^T \overline{I(t) I(t')} dt dt' = \int_0^T \int_0^T \Gamma(t - t') dt dt'.$$

Faisons le changement de variables défini par les relations

$$\tau = t - t', \quad \tau' = t + t'$$

et l'on pourra intégrer par rapport à  $\tau'$  pour obtenir

$$\int_0^T \int_0^T I(t) I(t') dt dt' = \int_{-T}^T (T - |\tau|) \Gamma(\tau) d\tau.$$

Mais, comme on sait que la covariance d'une fonction stationnaire est nécessairement une fonction paire de  $t - t'$ , on peut écrire à la place de (7) :

$$(8) \quad \overline{\bar{n}_T^2} = \bar{n}_T + 2\alpha^2 \int_0^T (T - \tau) \Gamma(\tau) d\tau.$$

Pour poursuivre le calcul nous avons besoin de connaître plus explicitement la fonction d'autocorrélation  $\Gamma(\tau)$  de l'intensité de la lumière thermique. C'est une circonstance heureuse que cela soit possible en utilisant simplement des hypothèses physiques très générales sur le processus d'émission et un puissant raisonnement de la Théorie des Probabilités que nous allons rappeler.

#### 4. Expression de la covariance de l'intensité.

Soit une suite de variables aléatoires  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  satisfaisant aux deux hypothèses suivantes :

a. Pour tout  $n$  donné, les variables  $x_i$  sont indépendantes dans leur ensemble.

b. Les  $x_i$  ont tous la même loi de probabilité, loi qui a une moyenne finie (nous la prendrons nulle, au besoin par un changement de variables) et une variance  $\sigma^2$  elle aussi finie.

On sait alors démontrer (*voir*, par exemple, J. V. UPENSKY, *Introduction to Mathematical Probability*, New York, 1937) que, si  $X_n = \sum_i^n x_i$ , la variable réduite correspondante  $\frac{X_n}{\sigma\sqrt{n}}$  a une loi de probabilité qui tend vers la loi normale réduite quand  $n \rightarrow \infty$ .

Ce théorème, dont l'idée revient à Laplace mais qui ne fut démontré rigoureusement par Markov et Liapounov qu'à la fin du siècle dernier, est suggestivement appelé par les auteurs de langue anglaise « the central limit theorem ». Sa grande valeur provient de ce qu'il permet de prévoir la loi de probabilité de  $X_n$  sans connaître celles des  $x_i$  et cela justifie en quelque sorte l'importance pratique de la distribution normale. L'application au cas de la lumière thermique est immédiate.

En effet, on sait que le champ lumineux produit par une source thermique n'est que la somme des contributions élémentaires des atomes ou des molécules qui la composent. Si la source est homogène (<sup>1</sup>) le champ observable n'est donc que la somme d'un grand nombre de contributions identiques et pratiquement indépendantes, dont les valeurs moyennes et les variances sont de toute évidence finies. On peut donc dire que la probabilité pour que l'*amplitude* d'un champ lumineux thermique soit comprise entre les valeurs  $V$  et  $V + dV$  est donné par  $P(V) dV$  avec

$$P(V) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(V - \bar{V})^2}{2\sigma^2} \right]; \quad \sigma^2 = \overline{(V - \bar{V})^2}.$$

La simple existence de cette distribution de probabilités confirme l'idée que les échantillons de lumière thermique reçus par un détecteur pendant une suite de mesures de courte durée n'ont pas la même intensité globale, l'écart moyen étant plus ou moins grand selon la valeur de la variance des rayonnements élémentaires. Il est donc prévisible que c'est de la largeur de bande de la source que dépendra finalement l'importance pratique de l'introduction d'une seconde statistique pour la lumière thermique, c'est-à-dire l'écart par rapport à la distribution de Poisson.

Le théorème précédent peut être généralisé au cas des vecteurs aléatoires. Étant données deux suites de variables aléatoires  $x_1, x_2, \dots$  et  $y_1, y_2, \dots$ , on introduit une suite de vecteurs aléatoires  $v_1, v_2, \dots$ , le vecteur  $v_i$  étant défini par la paire  $(x_i, y_i)$ ; ces vecteurs sont encore supposés indépendants dans leur ensemble. Soit ensuite le vecteur résultant  $V_n = \sum_{i=1}^n v_i$ , dont les moments du second ordre s'écrivent

$$\mu_{11} = \sum_{i=1}^n \overline{x_i^2}, \quad \mu_{12} = \sum_{i=1}^n \overline{x_i y_i}, \quad \mu_{22} = \sum_{i=1}^n \overline{y_i^2}.$$

Il suffit alors d'admettre, par exemple, que les suites  $x_i$  et  $y_i$  sont telles que

$$(9) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \mu_{11}^{-\frac{3}{2}} \sum_{i=1}^n |x_i|^3 = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \mu_{22}^{-\frac{3}{2}} \sum_{i=1}^n |y_i|^3 = 0,$$

pour qu'on sache démontrer que la loi de probabilité du vecteur  $V_n$  tend vers la loi de Gauss à deux variables quand  $n \rightarrow \infty$ . En d'autres termes, quand  $n$  est suffisamment grand, la probabilité de trouver à la

---

(<sup>1</sup>) La généralisation au cas d'une source chimiquement hétérogène résulte simplement du fait que la somme de deux variables normales indépendantes est encore une variable normale.

fois  $X_n = \sum_{i=1}^n x_i$  dans l'intervalle  $(X, X + dX)$  et  $Y_n = \sum_{i=1}^n y_i$  dans l'intervalle  $(Y, Y + dY)$  sera pratiquement équivalente à  $P(X, Y) dX dY$ , où

$$P(X, Y) = \frac{1}{2\pi(\mu_{11}\mu_{22} - \mu_{12}^2)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[ -\frac{\mu_{22}X^2 + \mu_{11}Y^2 - 2\mu_{12}XY}{2(\mu_{11}\mu_{22} - \mu_{12}^2)} \right].$$

Pour calculer aisément les moments  $\overline{X^q Y^{p-q}}$ , la méthode la plus simple est d'introduire la fonction caractéristique

$$\Phi(x, \beta) = \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mu_{11}x^2 + \mu_{22}\beta^2 + 2\mu_{12}x\beta) \right]$$

et d'utiliser la relation classique

$$i^p \overline{X^q Y^{p-q}} = \frac{\partial^p \Phi(0, 0)}{\partial x^p \partial \beta^{p-q}}$$

car, de cette façon, on obtient immédiatement

$$\overline{X^2 Y^2} = \mu_{11}\mu_{22} + 2\mu_{12}^2 = \overline{X^2} \cdot \overline{Y^2} + 2 \overline{XY}^2.$$

Quoique le sens physique des conditions (9) ne soit pas évident, on remarque sans peine qu'elles devront être satisfaites dans le processus de l'émission de la lumière thermique. Et, en assimilant les variables  $X$  et  $Y$  aux valeurs de l'amplitude aux instants  $t$  et  $t + \tau$ , on transcrit la relation précédente sous la forme

$$\overline{I(t) I(t + \tau)} = \bar{I}^2 + 2 \overline{V(t) V(t + \tau)}^2.$$

C'est l'expression recherchée de la covariance de l'intensité. Nous pouvons l'exprimer en fonction de la covariance de l'amplitude parce que la distribution de cette amplitude est gaussienne et, dans ce cas, la valeur de  $\overline{V(t) V(t + \tau)}$  définit complètement la continuité des phénomènes dans le temps.

On sait par ailleurs qu'il y a des rapports étroits entre la covariance de l'amplitude du champ et la densité spectrale d'énergie correspondante : en introduisant, par exemple, le degré de cohérence ou covariance normalisée

$$\gamma(\tau) = \frac{\overline{V(t) V(t + \tau)}}{\bar{I}},$$

le théorème de Bochner-Kintchine permet d'écrire sous des hypothèses très générales que

$$(10) \quad \gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \exp(2\pi i \tau x) dx,$$

$\gamma(\tau)$  étant maintenant défini en tant que fonction complexe et  $g(\nu - \nu_0)$  représentant la densité spectrale normalisée de la lumière. La covariance de l'intensité peut alors s'écrire sous la forme

$$(11) \quad \overline{I(t) I(t + \tau)} = \bar{I}^2 (1 + |\gamma(\tau)|^2),$$

$\gamma(\tau)$  étant toujours donné par (10).

## 5. Fluctuations d'intensité et interférences.

Reprendons la formule (8) de  $\overline{\bar{n}_T^2}$  pour y introduire l'expression de la covariance de l'intensité que nous venons de trouver. On obtient

$$\overline{\bar{n}_T^2} = \bar{n}_T + 2\alpha^2 \bar{I}^2 \int_0^T (T - \tau) (1 + |\gamma(\tau)|^2) d\tau,$$

c'est-à-dire

$$\overline{\bar{n}_T^2} = \bar{n}_T + \alpha^2 \bar{I}^2 T^2 + 2\alpha^2 \bar{I}^2 \int_0^T (T - \tau) |\gamma(\tau)|^2 d\tau$$

ou encore, en tenant compte de (6),

$$(12) \quad \overline{\bar{n}_T^2} - \bar{n}_T^2 = \bar{n}_T + 2\alpha^2 \bar{I}^2 \int_0^T (T - \tau) |\gamma(\tau)|^2 d\tau.$$

C'est l'effet qu'on doit observer quand on fait une suite de mesures des fluctuations de l'intensité de la lumière thermique. Si on le met en parallèle avec l'expression correspondante (5), valable notamment dans le cas des sources laser, on note la présence d'un terme supplémentaire, caractéristique de la lumière thermique. A moins de connaître la forme de la fonction  $\gamma(\tau)$ , qui varie d'un cas à un autre, on ne peut pas, en général, calculer explicitement ce terme supplémentaire, mais cela est néanmoins possible dans deux cas extrêmes très intéressants.

Désignons par  $\tau_0$  le *temps de cohérence* de la lumière, c'est-à-dire un temps qu'on peut rapprocher intuitivement de la durée moyenne des trains d'ondes lumineux. On sait alors, d'une part qu'on peut écrire

$$(13) \quad \tau_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\gamma(\tau)|^2 d\tau$$

et, d'autre part, que  $\gamma(\tau) \leq 1$  n'est appréciable que pour des valeurs de  $\tau$  qui sont, au plus, de l'ordre de  $\tau_0$ .

Supposons d'abord que les conditions expérimentales soient telles que la durée de chaque observation est très supérieure au temps de cohérence de la lumière étudiée,  $T \gg \tau_0$ . Puisque  $\gamma(\tau)$  est nécessairement une fonction paire, la formule générale (12) peut maintenant s'écrire avec une très bonne approximation

$$\overline{\bar{n}_T^2} - \bar{n}_T^2 = \bar{n}_T + \alpha^2 \bar{I}^2 T \int_{-\tau_0}^{\tau_0} |\gamma(\tau)| d\tau$$

ou encore, grâce à (13) et à (6),

$$(14) \quad \overline{\overline{n_T^2}} - \overline{n_T^2} = \overline{\overline{n_T}} + \frac{\tau_0}{T} \overline{\overline{n_T^2}}.$$

Par contre, si la situation conduit à poser  $T \ll \tau_0$ , (12) devient pratiquement

$$\overline{\overline{n_T^2}} - \overline{n_T^2} = \overline{\overline{n_T}} + 2 \alpha^2 T^2 |\gamma(0)|^2 \int_0^T (T - \tau) d\tau$$

et l'on voit que cela revient à écrire

$$(15) \quad \overline{\overline{n_T^2}} - \overline{n_T^2} = \overline{\overline{n_T}} + \overline{\overline{n_T^2}}.$$

Nous retrouvons encore un terme supplémentaire en  $\overline{\overline{n_T^2}}$  mais dont l'importance numérique est devenue bien plus grande qu'en (14) du fait qu'il n'est plus multiplié par le facteur très petit devant l'unité  $\frac{\tau_0}{T}$ . Il est maintenant aisé de comprendre l'origine des coïncidences « significatives » observées par Hanbury-Brown et Twiss. En définissant l'écart type  $\overline{\Delta n}$  de la façon habituelle

$$\overline{\Delta n} = (\overline{\overline{n_T^2}} - \overline{n_T^2})^{\frac{1}{2}},$$

(15), par exemple, donne pour un ensemble de deux détecteurs, comme l'a rappelé plus haut M. Louis de Broglie,

$$(16) \quad \overline{\overline{\Delta n_1 \Delta n_2}} = \overline{n_1} \cdot \overline{n_2},$$

qui est l'une des expressions possibles de l'effet Brown-Twiss (1).

## 6. Sur la nature des fluctuations.

Les fluctuations des nombres de particules autour de la valeur moyenne qui correspondent respectivement aux distributions de Maxwell-Boltzmann et de Bose-Einstein s'écrivent

$$(17) \quad \left( \frac{\overline{\Delta n}}{n} \right)^2 = \frac{1}{\overline{n}},$$

$$(18) \quad \left( \frac{\overline{\Delta n}}{n} \right)^2 = \frac{1}{\overline{n}} + 1,$$

(1) Nous n'avons considéré ici que le cas de la lumière complètement polarisée. Dans le cas contraire, il y aurait lieu d'introduire dans les formules le degré de polarisation  $P$ , qui peut varier entre 0 et 1; l'expression (16) s'écrit alors

$$\overline{\overline{\Delta n_1 \Delta n_2}} = \frac{1+P}{2} \overline{n_1} \cdot \overline{n_2}.$$

tandis que les expressions (14) et (15) que nous venons de déduire peuvent se mettre sous la forme

$$(14') \quad \left( \frac{\overline{\Delta n}}{\overline{n}} \right)^2 = \frac{1}{\overline{n}} + \frac{\tau_0}{T} \quad (\tau_0 \ll T),$$

$$(15') \quad \left( \frac{\overline{\Delta n}}{\overline{n}} \right)^2 = \frac{1}{\overline{n}} + 1 \quad (\tau_0 \gg T).$$

On vérifie que (15') coïncide avec (18) et que (14') est pratiquement équivalent à (17) ou, en d'autres termes, que selon que  $\tau_0 \gg T$  ou que  $\tau_0 \ll T$  les photons se comportent ici comme des véritables bosons ou presque comme des particules classiques.

Il est bien connu que la seule différence essentielle entre la statistique classique et celle de Bose-Einstein réside dans le nouveau comptage des complexions qui résulte de la perte d'individualité attribuée aux bosons, ce qu'on appelle leur indiscernabilité. Les formules (14') et (15') illustrent donc les rapports étroits qui existent entre l'indiscernabilité des corpuscules et la cohérence des ondes, l'indiscernabilité n'y jouant pleinement que si la cohérence est assurée pendant toute la durée de l'observation et tendant à disparaître dès que les effets dus à la cohérence s'amenuisent. Dans le cas limite d'un rayonnement incohérent ( $\tau_0 = 0$ ), les photons se comportent comme des particules tout à fait classiques et l'on retrouve l'expression des fluctuations qui correspond, soit à la distribution de Maxwell-Boltzmann (17), soit à la loi de Poisson (5).

Nous remarquerons à ce propos que des considérations analogues pourraient aussi se faire à propos des interférences du second ordre. En effet, on sait que l'observation de franges d'interférence n'est assurée que dans la mesure où il y a cohérence entre les champs lumineux qui se superposent; en particulier, si les deux champs ont la même intensité, la visibilité  $\gamma$  des franges

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

coïncide avec le degré de cohérence  $\gamma(\tau)$ . Or l'apparition des franges est directement liée à l'indiscernabilité, une figure d'interférences ne pouvant pas être produite par des particules classiques. Il s'ensuit que la visibilité des franges est aussi la mesure d'une sorte de « degré d'indiscernabilité » des photons et, notamment, que quand la visibilité est nulle le degré d'indiscernabilité est nul lui aussi, les photons récupérant alors leur individualité pour se comporter comme des particules classiques.

Sans méconnaître les limites d'une telle explication, on peut rappeler à ce propos la remarque suivante. Soit un train d'ondes lumineux dont le temps de cohérence est  $\tau_0$  et la surface de cohérence  $S$ , de façon qu'on

lui attribue un volume de cohérence  $c\tau_0 S$ . Il est aisément de déterminer les intervalles  $\Delta p_x$ ,  $\Delta p_y$ ,  $\Delta p_z$ , dans lesquels sont comprises les quantités de mouvement des photons portés par ce train d'ondes et, naturellement, on vérifie que

$$(19) \quad c\tau_0 S \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \sim h^3.$$

D'après l'interprétation orthodoxe de la Mécanique des quanta, il faut distinguer soigneusement l'incertitude de l'indétermination, la frontière entre les deux concepts étant définie par les relations d'Heisenberg, interprétées comme des relations d'indétermination; l'incertitude est un concept classique et c'est donc à l'indétermination que se rapportera l'indiscernabilité quantique. Si (19) assure ainsi la parfaite indiscernabilité des photons d'un même train d'ondes, il n'en est plus de même s'il s'agit de deux ou plusieurs trains d'ondes différents. On comprend que si le temps  $T$  d'une mesure est très inférieur au temps de cohérence  $\tau_0$  des trains d'ondes, tous les photons reçus se trouveront dans la même cellule  $h^3$  de l'extension-en-phase où ils seront indiscernables et l'on doit retrouver les prévisions de la statistique de Bose-Einstein. Par contre, si  $T \gg \tau_0$ , la mesure aura lieu sur des photons placés dans un « volume » très supérieur à  $h^3$ , l'indiscernabilité se trouvera affaiblie d'autant et le terme quantique de l'expression des fluctuations viendra multiplié par le facteur correspondant  $\frac{\tau_0}{T}$ .

Il est intéressant de rapprocher encore ces raisonnements d'une remarque classique d'Einstein (*Physik Z.*, vol. 10, 1909, p. 185 et 817), concernant la nature des fluctuations d'énergie dans le rayonnement noir. On sait que selon la Thermodynamique classique la variance  $\Delta_\nu^2$  d'une densité moyenne d'énergie  $\Delta_\nu^2 = [\rho(\nu) - \bar{\rho}(\nu)]^2$  peut s'exprimer d'une façon générale sous la forme

$$\Delta_\nu^2 = k T^2 \frac{\partial \varphi}{\partial T}$$

et, en appliquant cette formule à loi du rayonnement de Planck, on obtient

$$(20) \quad \Delta_\nu^2 = \frac{\varepsilon^2(\nu)}{Z_\nu} + h\nu \varphi(\nu),$$

où  $Z_\nu$  est le nombre d'ondes stationnaires par unité de volume et par unité de fréquence. Or si l'on fait le même calcul à partir de la loi de Rayleigh-Jeans qui, rappelons-le, suppose que la lumière n'est constituée que par des ondes classiques, il vient

$$(21) \quad \Delta_\nu^2 = \frac{\varepsilon^2(\nu)}{Z_\nu},$$

tandis que si l'on part de la loi de distribution de Wien, expression d'un rayonnement qui serait purement corpusculaire, le résultat correspondant sera

$$(22) \quad \Delta_{\nu}^2 = h\nu\rho(\nu).$$

Cela suggère que dans la loi de Planck sont contenues à la fois les propriétés corpusculaires et ondulatoires de la lumière et que, pour ce qui est des fluctuations de l'intensité, leurs effets sont en quelque sorte simplement additifs. Le terme en  $\frac{1}{n}$  de (18), comme celui de (17), serait ainsi de nature purement corpusculaire, le terme unité de (18) de nature purement ondulatoire. Cette interprétation d'Einstein est d'ailleurs soutenue par un calcul de Lorentz (*Les théories statistiques en Thermodynamique*, Berlin, 1916, Note IX), qui démontre directement que la densité des fluctuations d'intensité d'un ensemble d'ondes stationnaires enfermées dans une enceinte a exactement la valeur (21). En outre, en raisonnant sur un ensemble de photons d'énergie  $h\nu$  regardés comme indépendants et dont la variance a, par conséquent, la valeur poissonnienne  $\bar{n}$ , Einstein a aisément retrouvé l'expression (22). On comprend fort bien pourquoi Hanbury-Brown et Twiss ont attribué les coïncidences significatives qu'ils ont enregistrées aux propriétés ondulatoires du rayonnement, les propriétés corpusculaires ne se faisant remarquer que par l'aggravation du bruit de fond.

En opposition aux interférences classiques, susceptibles d'une interprétation purement ondulatoire, les interférences du quatrième ordre exigent clairement la prise en considération du dualisme onde-corpuscule. Nous l'avons exprimé ici en introduisant les rapports stochastiques entre les intensités des ondes et les nombres des photons qu'elles portent et en tenant compte des propriétés de cohérence du rayonnement. On aurait pu essayer de prendre un langage uniquement corpusculaire, la plus ou moins grande indiscernabilité attribuée aux photons observés pendant le temps  $T$  traduisant alors l'existence simultanée de champs ondulatoires doués d'une certaine cohérence. Mais, de toute façon, on ne ferait qu'exprimer cette étrange tendance des photons à se grouper (photon bunching), qui est contenue dans la distribution de Bose-Einstein et dont l'effet Brown-Twiss n'est qu'une remarquable illustration.

---

## CONCLUSION GÉNÉRALE DE L'OUVRAGE.

---

Assurément, il reste dans la théorie de la double solution bien des points encore obscurs et des problèmes difficiles à résoudre, notamment en ce qui concerne l'incorporation du corpuscule dans la structure de l'onde aboutissant à son guidage, la description des transitions quantiques, les difficultés liées à l'étalement des trains d'ondes, etc. J'ai, depuis plusieurs années, l'idée que ces questions ne pourraient être élucidées qu'en introduisant dans les équations d'ondes des termes non linéaires qui, en raison de la petite amplitude de l'onde  $v$  de base seraient normalement négligeables dans le corps des trains d'ondes en dehors des petites régions constituant les corpuscules, mais qui pourraient, dans certaines circonstances, devenir importants même en dehors de la région interne des corpuscules. Malheureusement, pour l'instant ces très intéressantes idées sont encore très difficiles à développer, d'abord parce qu'on ignore la forme des termes non linéaires à introduire dans les équations d'ondes et aussi parce que la théorie mathématique des équations aux dérivées partielles non linéaires est encore peu développée. Mais il me paraît vraisemblable que tout ce qui paraît impossible à représenter dans le cadre des théories linéaires actuelles trouvera un jour son explication dans le cadre plus vaste des théories non linéaires.

Si on laisse de côté ces difficultés qu'on parviendra peut-être à surmonter, il est certain que la théorie de la double solution fournit une image très claire de la coexistence des ondes électromagnétiques et des photons et explique le fait, bien inattendu au premier abord, que la théorie classique des ondes est largement utilisable pour la prévision et l'interprétation de phénomènes où, pourtant, l'existence des photons et de la structure corpusculaire des rayonnements s'affirme sans contestation possible. Le but essentiel de ce petit Ouvrage était de mettre ce fait bien en évidence.

---

---

## BIBLIOGRAPHIE.

---

- [1] Louis DE BROGLIE, *Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire : la théorie de la double solution*, Gauthier-Villars, Paris, 1956.
  - [2] Louis DE BROGLIE, *La théorie de la mesure en Mécanique ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris, 1957.
  - [3] Louis DE BROGLIE, *L'interprétation de la Mécanique ondulatoire* (*J. Phys.*, t. 20, décembre 1959, p. 963).
  - [4] Louis DE BROGLIE, *Remarques sur la dualité des ondes et des corpuscules* (*Cahiers de Physique*, n° 147, octobre 1962, p. 425).
  - [5] Louis DE BROGLIE, *Étude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris, 1963.
  - [6] Louis DE BROGLIE, *La Thermodynamique de la particule isolée (Thermodynamique cachée des particules)*, Gauthier-Villars, Paris, 1964.
  - [7] Louis DE BROGLIE, *Thèse de Doctorat* (1924), réédition, Masson, Paris, 1963.
  - [8] Louis DE BROGLIE, *J. Phys. Rad.*, 6<sup>e</sup> série, t. 8, 1927, p. 225.
  - [9] D. BOHM et J.-P. VIGIER, *Phys. Rev.*, vol. 96, 1954, p. 208.
  - [10] Louis DE BROGLIE, *Une nouvelle théorie de la lumière : la Mécanique ondulatoire du photon*, Hermann, Paris, 2 volumes, 1940 et 1942.
  - [11] Louis DE BROGLIE, *Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs*, Gauthier-Villars, Paris, 2<sup>e</sup> édition, 1957.
  - [12] Y. AHARONOV et D. BOHM, *Phys. Rev.*, vol. 115, 1959, p. 485.
  - [13] H. BOERSCH, H. HAMISCH, K. GROHMAN et D. WOHLLEBEN, *Z. Physik.*, vol. 165, 1961, p. 79.
  - [14] A. MARÉCHAL et M. FRANÇON, *Diffraction, Structure des images*, édition de la *Revue d'Optique*, Paris, 1960.
  - [15] Louis DE BROGLIE, *Problèmes de propagation guidée des ondes électromagnétiques*, Gauthier-Villars, Paris, 2<sup>e</sup> édition, 1951.
  - [16] P. I. TAYLOR, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, vol. 15, 1909, p. 114.
  - [17] A. J. DEMPSTER et H. F. BATHO, *Phys. Rev.*, vol. 30, 1927, p. 644.
  - [18] Marcos MOSHINSKY, *Proc. Amer. Phil. Soc.*, vol. 94, 1950, p. 53.
  - [19] L. JANOSSY, *Nuovo Cimento*, série X, vol. 12, p. 369.
  - [20] R. HANDBURY BROWN et R. Q. TWISS, *Proc. Roy. Soc.*, A, vol. 242, 1957, p. 300.
  - [21] E. M. PURCELL, *Nature*, vol. 178, 1956, p. 1449.
  - [22] E. WOLF, *Phil. Mag.*, vol. 2, 1957, p. 351.
  - [23] M.-Y. BERNARD, *Masers et Lasers*, Presses universitaires de France, Paris, 1964.
  - [24] G. MAGYAR et L. MANDEL, *Nature*, n° 4877, 1963, p. 255.
  - [25] Thiounn MUMM, *Thèse de Doctorat* (*Cahiers de Physique*, n° 174, février 1965, p. 53); *C. R. Acad. Sc.*, t. 259, 1964, p. 2366 et t. 260, 1965, p. 442 et 1163.
  - [26] Louis DE BROGLIE, *Journal de Physique*, t. 28, mai-juin 1967, p. 481.
-

---

# TABLE DES MATIÈRES.

---

	Pages.
PRÉFACE.....	v

## INTRODUCTION.

1. But de l'introduction.....	1
2. Origine de la Mécanique ondulatoire.....	1
3. Premiers développements de la Mécanique ondulatoire.....	3
4. Le guidage des corpuscules par l'onde.....	4
5. Intervention du milieu subquantique.....	5
6. La vibration interne du corpuscule est toujours en phase avec celle de l'onde qui le porte.....	6
7. La théorie de la double solution.....	8
8. La relation entre l'onde $\Psi$ et l'onde $v$ .....	9
9. Remarque importante au sujet de la définition de la phase.....	10

## CHAPITRE I.

### LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE DU PHOTON.

1. Idées et équations de base de la Mécanique ondulatoire du photon.....	11
2. Réalité physique des potentiels.....	14
3. Les grandeurs corpusculaires attachées au photon.....	16
4. Étude des ondes planes monochromatiques.....	19
5. Définition des champs classiques et des champs complémentaires.....	21
6. La décomposition de Gordon et la Dynamique du guidage pour le photon..	23

## CHAPITRE II.

### INTERPRÉTATION DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE EN THÉORIE DE LA DOUBLE SOLUTION.

1. L'onde de base qui porte les photons est une très faible onde électromagnétique du type classique.....	29
2. Le transport des photons par les ondes électromagnétiques du type $v$ .....	32
3. Généralisation de la relation $\Psi = Cv$ dans le cas de l'absorption de l'onde $v$ ...	34
4. Champs électromagnétiques libres et champs électromagnétiques liés.....	35

## CHAPITRE III.

### ÉTUDE DE CERTAINS CHAMPS ÉLECTROMAGNÉTIQUES LIBRES OU LIÉS.

1. But du chapitre.....	37
2. Étude de deux cas de champs libres.....	38

	Pages.
3. Définition de la masse propre $M_0$ en fonction des grandeurs électromagnétiques.....	41
4. Remarque sur les états de superposition. Cas des guides d'ondes.....	43
5. Étude de certains cas de champs liés.....	44

## CHAPITRE IV.

## LES ONDES HERTZIENNES.

1. Généralités sur les ondes électromagnétiques portant de nombreux photons...	49
2. Théorie de la puissance active et de la puissance réactive.....	51
3. Action d'une onde hertzienne sensiblement monochromatique sur un circuit oscillant.....	56
4. Sur la relation d'incertitude $\delta n \delta \varphi \geq 2\pi$ .....	59

## CHAPITRE V.

## LA LUMIÈRE DES SOURCES USUELLES.

1. Caractère indépendant et discontinu des émissions de photons par les atomes.....	63
2. Un fait essentiel : les trains d'ondes des divers photons sont susceptibles d'interférer entre eux.....	64
3. Théorie sommaire de la cohérence temporelle.....	65
4. Le phénomène de Brown et Twiss.....	68
5. Résumé et remarques finales.....	72

## CHAPITRE VI.

## LA LUMIÈRE DES LASERS.

1. Le grand intérêt théorique des lasers.....	75
2. Le raisonnement d'Einstein et son application aux lasers.....	77
3. L'interférence des ondes émises par deux lasers.....	80
4. Peut-il y avoir collision entre photons ?.....	82

## CHAPITRE VII.

FLUCTUATIONS DE L'INTENSITÉ LUMINEUSE  
ET INTERFÉRENCES DU QUATRIÈME ORDRE.

(Chapitre rédigé par M. Andrade e Silva.)

1. Introduction.....	85
2. Mesure des intensités lumineuses et dualisme onde-corpuscule.....	87
3. Le cas de la lumière thermique et celui des lasers.....	89
4. Expression de la covariance de l'intensité.....	92
5. Fluctuations d'intensités et interférences.....	95
6. Sur la nature des fluctuations.....	96
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE DE L'OUVRAGE .....</b>	<b>101</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>103</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES .....</b>	<b>105</b>

---

**PARIS — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS**

**QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55**

**173400-68**

---

Dépôt légal, Imprimeur, 1968, n° 1849.

Dépôt légal, Éditeur, 1968, n° 1598.

**ACHEVÉ D'IMPRIMER LE 20 MAI 1968.**

**Imprimé en France**