

Collection

« Discours de la Méthode »

Tout acte de l'Homme, donc toute œuvre — créations et inventions — est autobiographique. C'est pourquoi le *Discours de la méthode* a inauguré non seulement un mode de pensée mais un genre qui donne à la gravure écrite toute l'allure d'une confession publique et pour lequel on peut généraliser ce qu'écrivait Paul Valéry à propos des *Méditations*, quand il évoquait Descartes « s'efforçant de nous communiquer le détail de sa discussion et de ses manœuvres intérieures, de le rendre nôtre... jusqu'à ce Moi le plus pur, le moins personnel, qui doit être le même en tous, et l'universel en chacun ».

Certes il se peut que la véritable méthode soit le génie comme il se peut que ce soit l'inverse aux différents niveaux de la conscience, mais il appartient à l'avenir d'en décider sur pièces.

Cette Collection, faite autant qu'il est possible d'ouvrages courts pour un temps court, présente des œuvres milliaires — ne serait-ce que dans l'instant aux durées variables — où il est demandé aux auteurs d'écrire leur « Discours de la méthode » de telle sorte qu'en toute simplicité l'objectivité de l'exposé rejoigne la subjectivité même de l'exposant. Elle fait aussi connaître les grands inédits en langue française, les ouvrages méconnus ou ignorés, elle se met en somme au service de tous ceux qui sont en quête de repères et qui, pour des raisons seulement matérielles, n'ont pas accès en première main à ces références indispensables à une meilleure représentation du temps humain.

BORIS RYBAK

Directeur de la Collection

JALONS POUR UNE NOUVELLE MICROPHYSIQUE

OUVRAGES DE LA COLLECTION

« DISCOURS DE LA MÉTHODE »

- A. EINSTEIN. — *Réflexions sur l'électrodynamique, l'éther, la géométrie et la relativité*, nouveau tirage, 1972.
- W. HEISENBERG. — *Les principes physiques de la théorie des quanta*, nouveau tirage, 1972.
- N. BOHR. — *Physique atomique et connaissance humaine*, nouveau tirage, 1972.
- C. P. BRUTER. — *Sur la nature des mathématiques*, 1973.
- E. SCHOFFENIELS. — *L'anti-hasard*, 1973 (épuisé).
- Th. VOGEL. — *Pour une théorie mécaniste renouvelée*, 1973.
- B. RYBAK. — *Explorations circulatoires*, 1973.
- F. KLEIN. — *Le programme d'Erlangen*, 1974.
- E. CARTAN. — *Notice sur les travaux scientifiques*, 1974.
- Z.M. BACQ. — *Les transmissions chimiques de l'influx nerveux*, 1974.
- J. HADAMARD. — *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*, 1975.
- A. EINSTEIN. — *Quatre conférences sur la théorie de la relativité*, 1976.
- A. EINSTEIN. — *La théorie de la relativité restreinte et générale*, 1976.
- A. REINBERG. — *Des rythmes biologiques à la chronobiologie*, 2^e édition, 1977.
- L. de BROGLIE. — *La réinterprétation de la mécanique ondulatoire*, 1977.
- P. H. KLOPPER. — *Habitats et territoires des animaux*, 1977.
- F. FER. — *L'irréversibilité, fondement de la stabilité du monde physique*, 1977.
- J. DIEUDONNÉ. — *Panorama des mathématiques pures. Le choix bourbachique*, 1977.
- L. de BROGLIE. — *Jalons pour une nouvelle microphysique*, 1978.

Collection « DISCOURS DE LA METHODE »
dirigée par Boris RYBAK

JALONS POUR UNE NOUVELLE MICROPHYSIQUE

**Exposé d'ensemble sur l'interprétation
de la mécanique ondulatoire**

Louis de BROGLIE

OUVRAGE PUBLIE AVEC LE CONCOURS DU C.N.R.S.

gauthier-villars

© BORDAS, Paris, 1978 - 012 378 0205
ISBN : 2-04-010147-0

... Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur, ou de ses ayants-droit, ou ayants-cause, est illicite (loi du 11 mars 1957, alinéa 1^{er} de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque *procédé* que ce soit, constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. La loi du 11 mars 1957 n'autorise, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, que les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective d'une part, et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration.

Table des matières

Avant-propos	1
Introduction	4
Chap. I - Remarques préliminaires sur l'interprétation de la Mécanique ondulatoire.	21
Chap. II - Idées générales sur l'interprétation de la Mécanique ondulatoire .	36
Chap. III - La Thermodynamique cachée des particules	51
Chap. IV - Sur l'interprétation de l'expérience de Pfleegor et Mandel	62
Chap. V - Sur les relations d'incertitude. .	67
Chap. VI - Mouvement d'un photon dans un milieu réfringent ou absorbant . . .	75
Chap. VII - L'invariance adiabatique et la thermodynamique cachée des particules	91
Chap. VIII - Exposé sur la masse propre du photon	104
Chap. IX - Sur l'incorporation des potentiels dans la masse propre des particules et application	110
Chap. X - Processus forts et états transitoires	118
Chap. XI - Onde active et onde réactive . . .	137
Chap. XII - Sur la largeur des raies spectrales et l'effet Dupouy	142

Chap. XIII	- Réfutation du théorème de Bell	147
Chap. XIV	- Le mouvement brownien d'une particule dans son onde	154
Chap. XV	- Sur la théorie des particules "échantillons"	160
Chap. XVI	- Probabilités présentes, probabilités prévues, probabilités cachées	164

Avant-propos

C'est dans les années 1923 et 1924 que j'ai énoncé et développé dans des Notes aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences et ensuite dans ma Thèse de Doctorat l'affirmation qu'il fallait étendre à toutes les particules, et notamment aux électrons, l'idée que tout mouvement d'une particule doit être associé à une propagation d'ondes. En faisant cette hypothèse, je ne faisais que généraliser l'idée qu'avait eue Einstein en 1905 quand il avait aperçu que l'énergie d'une onde lumineuse est concentrée dans des particules qu'il avait appelées "quanta de lumière" (licht quanten) et que nous nommons maintenant "photons". Quand j'ai développé cette idée, elle s'est montrée vite très fructueuse car elle a été à l'origine de remarquables vérifications expérimentales et applications pratiques telles que la diffraction des électrons, l'optique et la microscopie électroniques et elle a même permis, chose bien inattendue, l'étude des virus faite à l'aide du microscope électronique notamment par le regretté Levaditi qui m'avait dédié le livre qu'il avait consacré à cette technique.

Or, pendant cette période d'environ dix ans où mes idées ont ainsi reçu des vérifications expérimentales nombreuses et frappantes, ce qui m'a valu d'être en 1929 lauréat du prix Nobel, je n'ai pas un instant douté que mes conceptions nouvelles étaient compatibles avec les idées traditionnelles affirmant la causalité de tous les phénomènes physiques.

Mais, pendant ce temps, Niels Bohr, que ses très belles et fécondes idées sur la structure des atomes

avaient rendu très justement célèbre, développait à Copenhague avec de brillants élèves (Pauli, Heisenberg, Dirac ...) des idées tout à fait différentes des miennes où le rôle et la signification qu'ils attribuaient aux incertitudes quantiques, telles qu'ils les définissaient, les conduisaient à abandonner le déterminisme, et par suite la causalité, dans le déroulement des phénomènes physiques.

Les idées de l'Ecole de Copenhague, si éloignées de celles de la Physique classique, qui furent brillamment développées par de jeunes savants dont l'intelligence, la compétence et le talent étaient incontestables, obtinrent un si grand succès que, chargé à ce moment d'enseignement en Physique théorique, j'estimais impossible de ne pas me rallier à leurs opinions et j'ai cru devoir les exposer dans mes cours et dans mes livres, tout en leur donnant souvent une allure assez personnelle comme cela se voit, par exemple, dans mon essai d'une nouvelle théorie de la Lumière. J'aimais d'ailleurs revenir souvent à des études telles que la théorie des guides d'ondes ou l'exposé détaillé de l'Optique électronique où les incertitudes quantiques n'interviennent pratiquement pas.

Mais, à partir de 1948, plusieurs de mes cours ou de mes publications indiquaient déjà une certaine tendance à m'éloigner des conceptions de l'Ecole de Copenhague et à revenir à des idées plus classiques. C'est en 1952-53 que mes idées se modifièrent complètement et que je me suis décidé à abandonner les idées alors reçues et les incertitudes quantiques pour revenir aux conceptions claires et rationnelles de l'ancienne Physique causale.

C'est dans ce sens que j'ai travaillé depuis près de 25 ans en élargissant et en approfondissant constamment sous des formes nouvelles mes conceptions relatives à la Microphysique causale. Les idées très nouvelles que j'ai développées dans cette dernière partie de ma vie doivent certainement être approfondies et sur certains points peut-être modifiées. Mais je pense que les efforts théoriques que j'ai accomplis depuis 25 ans se montreront féconds et que les tentatives que j'ai poursuivies au déclin de ma vie contribueront à orienter la Physique théorique quantique dans des voies plus fécondes que celles où,

sous l'influence des conceptions indéterministes de l'Ecole de Copenhague, elle risquait de s'enliser.

Cet ouvrage n'est pas un exposé didactique d'ensemble des recherches que j'ai poursuivies dans ces dernières années. C'est un recueil d'études sur des questions assez diverses sur lesquelles il m'a paru intéressant d'insister. Certaines de ces études ont déjà été publiées, notamment dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, mais d'autres sont inédites. Elles donnent ainsi un tableau d'ensemble de l'orientation actuelle de ma pensée.

Introduction

*Discours prononcé le 23 avril 1974
à la première séance du Séminaire
de la Fondation Louis de Broglie*

Je voudrais commencer par l'exposé de ma manière de concevoir la nature de la Physique théorique.

La Physique est une science portant sur certains phénomènes observables dans la nature. Elle repose donc essentiellement sur l'observation et sur l'expérience et son rôle est de rendre compte de la véritable nature des phénomènes observés. Il peut paraître étrange d'être obligé d'insister sur un point aussi évident, mais il semble que certains physiciens théoriciens l'ont aujourd'hui un peu oublié.

Je crois donc que, quand on étudie une certaine classe de phénomènes physiques, il est nécessaire de prendre comme point de départ une image concrète de ces phénomènes. C'est ce que voulait dire Max Planck quand il affirmait que toute théorie physique doit correspondre à une certaine "image du monde", en allemand "Weltbild". C'est ce qu'a également très clairement affirmé H.A. Lorentz dans le remarquable discours qu'il avait prononcé à la fin du Conseil Solvay d'octobre 1927.

Sans doute, le physicien théoricien doit-il, pour préciser ces démonstrations, faire appel aux Mathématiques (aux Mathématiques anciennes plus sans doute qu'aux Mathématiques dites modernes). Mais les représentations mathématiques qu'il utilise ne doivent être qu'une manière de représenter avec précision la nature des phénomènes physiques étudiés et ne doivent pas se réduire à une simple gymnastique intellectuelle.

Une idée que je crois essentiel de conserver dans l'étude des phénomènes physiques est celle de causalité. Je n'ai pas la prétention de trancher la question philosophique de savoir si tous les phénomènes sont reliés par des liens de causalité, mais je crois que tous les phénomènes dont l'étude peut être abordée par la Science sont soumis à la causalité.

S'il en est bien ainsi, on peut en déduire que toute théorie statistique, en particulier en Physique, est une théorie incomplète, car elle ne fournit que des prévisions moyennes et ne donne aucune image des processus qui en assurent la réalisation. Or, à l'heure actuelle, il me paraît certain que la Physique quantique, telle qu'on l'enseigne aujourd'hui, n'est qu'une théorie statistique très souvent exacte, mais qui ne fournit pas une véritable image des phénomènes microphysiques.

Je veux maintenant dire quelques mots de la façon dont j'avais orienté mes recherches lorsque, peu de temps après la fin de la guerre de 1914, j'ai entrepris les réflexions qui m'ont conduit à la découverte de la Mécanique Ondulatoire. Déjà vaguement esquissées dans des travaux antérieurs, je les ai exposées d'abord brièvement dans mes Notes aux Comptes Rendus de Septembre-Octobre 1923, puis développées dans ma Thèse de Doctorat soutenue le 25 Novembre 1924.

J'avais depuis plusieurs années beaucoup réfléchi à l'introduction par Einstein en 1905 de la notion de photon dans la théorie de la lumière et à l'explication qu'elle fournissait de l'effet photoélectrique de la lumière, confirmée plus tard par la découverte de l'effet photoélectrique des Rayons X effectuée par mon frère. Peu à peu, s'est alors introduite dans ma pensée l'idée que les électrons, eux aussi, pouvaient être transportés par une onde. Une chose m'avait particulièrement frappé, c'était que, dans l'atome de Bohr, les électrons étaient animés de mouvements quantifiés où intervenaient des nombres entiers. Or, c'est surtout dans les phénomènes ondulatoires, telles que cordes vibrantes, interférences etc, que l'on voit en Physique appa-

raître des nombres entiers. Et cela me suggèrait que quelque chose d'ondulatoire devait intervenir dans le mouvement des électrons.

Mais il fallait traduire cette intuition sous une forme plus précise et c'est ici qu'est intervenu le fait que j'avais beaucoup étudié la théorie de la Relativité, principalement sous sa forme restreinte. J'avais remarqué que, l'énergie d'une particule pouvant s'écrire $W = h\nu$ où h est la constante de Planck, la fréquence ν doit être une caractéristique interne de la particule et que, par suite, celle-ci peut être assimilée à une horloge. Mais la théorie des photons d'Einstein nous apprend que cette fréquence ν est aussi celle de l'onde qui transporte la particule. On se heurte alors à la difficulté suivante : l'égalité des deux fréquences de l'onde et de la particule doit être vraie dans tous les systèmes galiléens et cependant la fréquence d'une onde et celle d'une horloge ne se transforment pas de la même façon quand on change de système galiléen. En réfléchissant à cette difficulté, je suis arrivé à la conclusion essentielle suivante : pour que la particule en mouvement reste en phase avec l'onde qui la porte, il est nécessaire qu'elle glisse dans l'onde avec une vitesse v différente de la vitesse de phase V de l'onde et telle que $vV = c^2$. Cela m'amenait, en considérant toujours le cas d'une onde pratiquement monochromatique plane, aux deux formules $W = h\nu$ et $p = \frac{h}{\lambda}$, p étant la quantité de mouvement de la particule et λ la longueur d'onde de l'onde. La première de ces formules était déjà bien connue, mais la seconde était entièrement nouvelle. De plus, je démontrerais que la vitesse v de la particule était égale à la vitesse de groupe ou vitesse de l'énergie, ce qui était très satisfaisant.

A l'approximation de l'optique géométrique où il est classique d'assimiler les rayons à des trajectoires, on est conduit à identifier le principe de Fermat et le principe de Maupertuis et à retrouver ainsi les formules $W = h\nu$ et $p = \frac{h}{\lambda}$. Mais cette nouvelle manière d'obtenir ces formules, seule encore mentionnée aujourd'hui, est moins profonde et moins susceptible de généralisations que la première.

Au printemps de 1926, Erwin Schrödinger publiait ses remarquables travaux qui lui permettaient d'obtenir des résultats sensationnels en partant de l'équation d'ondes non relativiste qui porte son nom. Mais l'onde ψ qu'il introduisait était une onde du type classique sans concentration locale d'énergie correspondant à l'existence des particules. Malgré le succès mérité de la théorie de Schrödinger et des très belles applications qu'on en avait faites, la disparition de toute particule localisée me troublait d'autant plus que Schrödinger, pour étudier les ensembles de particules, utilisait un espace de configuration formé, comme en Mécanique classique, par les coordonnées des particules. Or, que peuvent signifier les coordonnées de particules qui ne sont pas localisées ?

Peu satisfait de l'orientation que prenait ainsi la nouvelle Mécanique quantique, j'ai tenté, dans un article paru en juin 1927 dans le Journal de Physique, de rappeler l'attention sur mes idées primitives et de les préciser sous la forme d'une "théorie de la double solution" en distinguant l'onde ψ continue et à caractère statistique de Schrödinger et une véritable onde physique v de très faible amplitude dont la particule constituerait une sorte de région singulière très localisée. J'étais ainsi amené à introduire la notion toute nouvelle de potentiel quantique dans le cas d'une onde v à amplitude variable.

J'ai plus d'une fois exposé ce qui s'était passé au Conseil Solvay d'octobre 1927 où les jeunes théoriciens de l'Ecole de Copenhague groupés autour de Niels Bohr et de Max Born finirent par l'emporter malgré l'opposition d'Einstein et de Lorentz.

C'est peu après, en octobre 1928, que je fus chargé d'enseignement à la Faculté des Sciences de Paris et, en octobre 1929, je recevais le prix Nobel de Physique. Dès lors, ayant à assurer les nombreuses obligations d'une haute situation universitaire et l'assez lourd fardeau d'une réputation internationale, je me suis peu à peu résigné à enseigner la Mécanique quantique telle qu'elle résultait des travaux de ses fondateurs et des conceptions de l'Ecole de Copenhague. Je crois cependant pouvoir dire que

mes enseignements et mes travaux ont toujours conservé des aspects assez concrets et assez proches des réalités expérimentales.

A partir de 1947, et notamment dans un article que j'ai publié à cette époque dans les Cahiers de Physique sur la Thermodynamique relativiste, on peut apercevoir chez moi une tendance à revenir à mes idées primitives et à soumettre dans mes cours à une nouvelle critique les idées de Bohr et de son école. A partir de 1952-53, après la publication d'articles où M. David Bohm se rapprochait de mes idées anciennes, je reprends l'étude de la théorie de la double solution.

Mais, très vite, je m'aperçois alors que, pour rétablir l'accord entre ma théorie et les prévisions statistiques certainement exactes de la Mécanique quantique, il était nécessaire d'introduire dans la théorie de la double solution un élément aléatoire qui n'existait pas dans sa forme primitive. C'est pourquoi, m'inspirant alors d'un travail récent de MM. Bohm et Vigier, j'ai admis l'existence d'un milieu caché, le milieu subquantique, jouant le rôle d'un "thermostat caché". J'ai été ainsi amené à développer une théorie plus complète où pour la particule, au mouvement de guidage que lui impose la propagation de son onde, se superpose un mouvement aléatoire dû à des changements brusques de son énergie interne de masse par suite d'échanges de chaleur avec le thermostat caché. En d'autres termes, l'énergie interne $m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}$ que ma théorie attribue à la particule en mouvement serait en réalité de la chaleur contenue dans cette particule et variant constamment d'une façon aléatoire par suite des échanges de chaleur entre la particule et le thermostat caché. Cette hypothèse entraîne nécessairement la conséquence que la transformation relativiste de la chaleur doit être $Q = Q_0 \sqrt{1-\beta^2}$. Or, cette formule de transformation est bien celle que l'on admet depuis longtemps à la suite des travaux de Planck et de Laue (1907). Ceci paraissait donc très satisfaisant.

Aussi ai-je été très ému quand j'ai appris que des Physiciens théoriciens qualifiés avaient mis en doute la formule de Planck-Laue et affirmaient que

la véritable formule relativiste de transformation de la chaleur était $Q = \frac{Q_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$. J'ai perdu un peu de

temps à examiner cette question difficile un peu extérieure à mon plan de travail. Je suis arrivé à la conclusion que la formule de Planck-Laue est bien exacte et j'ai consacré en 1968 un article dans les Annales de l'Institut Henri Poincaré à cette question. Elle a d'ailleurs été examinée d'une façon approfondie par MM. Guessous et Brotas dans leurs thèses de Doctorat et M. Georges Lochak en a fait un exposé d'ensemble dans le livre consacré à mon 80^e anniversaire. Cette question me paraît aujourd'hui réglée.

En résumé, mes recherches de ces dix dernières années m'ont conduit à attribuer aux particules de la Microphysique une *Dynamique à masse propre variable* qui est différente de l'ancienne Dynamique relativiste et dont l'étude approfondie est d'un très grand intérêt. Indépendamment des perturbations subquantiques, elle résulte de l'incorporation dans la masse propre, non seulement du potentiel quantique comme cela résulte de la théorie du guidage, mais aussi sans doute de la répartition entre toutes les particules d'un système de toutes les interactions comme Léon Brillouin l'avait suggéré dans son dernier livre "Relativity reexamined". J'ai repris et précisé cette idée dans une Note aux Comptes Rendus du 18 Décembre 1972.

Le développement de cette Dynamique relativiste à masse propre variable et de ses diverses extensions me paraît être un sujet d'études très important sur lequel il y aurait beaucoup de travaux à effectuer.

Un sujet dont l'étude est extrêmement importante pour le développement de la Mécanique ondulatoire telle que je la conçois, c'est l'approfondissement des idées qui sont à la base de ma Thermodynamique cachée des particules. Sans doute, il serait intéressant de chercher à préciser la nature de ce thermostat caché que constitue le milieu subquantique. Mais c'est là une question très difficile et je crois qu'il vaut mieux pour l'instant ne pas l'aborder.

Plus aisée et sans doute pour l'instant plus fructueuse est l'étude approfondie de la Thermodynamique cachée des particules dont j'ai esquissé les grandes lignes. Ne voulant pas aujourd'hui développer les formules de cette théorie que vous trouverez dans plusieurs de mes travaux récents, je me contenterai d'en donner une vue d'ensemble.

En Thermodynamique classique, on introduit pour énoncer le second principe de cette science la grandeur "Entropie" dont la signification physique restait si obscure que Henri Poincaré la qualifiait de "prodigieusement abstraite". C'est Boltzmann qui, en développant les idées de la Thermodynamique statistique, nous a donné le véritable sens de cette grandeur en montrant que l'entropie S de l'état d'un corps est reliée à la probabilité P de cet état par la célèbre formule :

$$S = k \log P$$

Dans son ancien livre sur la théorie cinétique des gaz, le physicien anglais Jeans a écrit que l'interprétation de l'entropie par la formule de Boltzmann jette un flot de lumière (a flow of light) sur la véritable nature de cette grandeur jusque-là si mystérieuse.

Or, en Mécanique analytique, il existe un principe qui est en quelque sorte le clef de voûte de cette science. C'est le principe de moindre Action de Hamilton qui généralise celui de Maupertuis. Mais ce principe a, comme la notion d'entropie en Thermodynamique classique, une signification assez mystérieuse. Or, mes travaux sur la Thermodynamique cachée des particules m'ont conduit à affirmer que la véritable signification du principe de Hamilton est la suivante : "Le mouvement classique d'un corps est celui qui possède la plus grande probabilité thermodynamique dans les conditions auxquelles il est soumis". Je pense que cette conception de la nature profonde du principe de Hamilton jette un flot de lumière sur son véritable sens, analogue à celui que jette la formule de Boltzmann sur la signification de l'entropie.

On pourrait peut-être aller jusqu'à dire : "Quand Boltzmann et ses continuateurs ont développé leur interprétation statistique de la Thermodynamique, on a pu considérer la Thermodynamique comme une branche compliquée de la Mécanique. Mais, avec mes idées actuelles, c'est plutôt la Dynamique qui apparaît comme une branche particulière de la Thermodynamique".

Ajoutons encore une intéressante remarque. A un certain moment du développement des théories quantiques, entre 1910 et 1925 environ, divers auteurs ont remarqué que, quand un système quantifié évolue très lentement, une certaine intégrale d'action reste constante. Reprenant une expression employée longtemps auparavant par Boltzmann dans un problème de thermodynamique, ils ont dit qu'il y avait alors "invariance adiabatique". Mais l'on a pu appliquer cette idée à des systèmes mécaniques très simples. Vers 1922, Léon Brillouin en avait donné un exemple particulièrement frappant en considérant un pendule simple dont le fil de suspension a une longueur très lentement variable. Mais l'introduction du terme "adiabatique", qui désigne l'absence d'échange de chaleur, paraît fort surprenant quand on l'applique à des systèmes mécaniques aussi simples qui ne paraissent comporter aucun aspect thermodynamique. Il en est autrement si l'on admet que dans tout phénomène mécanique il y a un aspect thermodynamique caché. Dans un travail récent non encore publié, j'ai montré que ma Thermodynamique cachée permet de justifier l'emploi du terme "adiabatique" dans le cas de tous les mouvements très lents auxquels on l'a appliqué.

Passons maintenant à des problèmes concernant la lumière. Je rappellerai d'abord que dans ma Thèse de Doctorat, afin d'incorporer le cas des photons dans la théorie générale des particules, j'avais admis, contrairement à l'opinion courante, que la masse propre du photon n'est pas rigoureusement nulle, mais qu'elle est seulement extrêmement petite, certainement inférieure à 10^{-45} gramme. J'ai toujours ensuite maintenu cette hypothèse dans tous les nombreux travaux que j'ai faits sur les ondes électromagnétiques. Tous ceux qui ont étudié ces problèmes

avec moi, comme récemment M. Vassalo-Pereira, savent que l'on peut compléter ainsi d'une façon très intéressante les équations classiques de Maxwell. Cela permet notamment d'attribuer un sens physique aux potentiels électromagnétiques, contrairement à l'hypothèse que l'on admet arbitrairement sous le nom d'invariance de jauge. Des expériences récentes semblent bien prouver la valeur non nulle de la masse du photon et la réalité physique des potentiels électromagnétiques. Mais je ne puis pas insister sur ces questions et je veux maintenant parler des problèmes relatifs au passage de la lumière dans les milieux réfringents et absorbants.

Le passage de la lumière à travers un milieu réfringent est un problème qui avait attiré mon attention il y a bien longtemps puisque je l'avais abordé en 1925 dans une Note aux Comptes Rendus intitulée "Sur la Dynamique du point matériel et l'Optique géométrique". Je m'étais alors aperçu que le mouvement d'un photon dans un milieu réfringent d'indice $n > 1$ soulevait des difficultés parce qu'alors la formule $p = \frac{h}{\lambda}$ ne peut plus être exacte et que l'on n'a plus la relation $vV = c^2$ entre la vitesse v du photon et la vitesse de phase V de l'onde. A la fin de ma Note, j'avais signalé que, pour éviter ces difficultés, il fallait admettre que le milieu réfringent exerce sur le photon une action représentée par un potentiel dont je donnais l'expression et que l'on pourrait appeler le "potentiel d'environnement".

J'ai entrepris une étude plus approfondie de cette question dans un article du Journal de Physique en 1967 et dans un exposé paru dans les Annales de l'Institut Henri Poincaré en automne 1973. Cette théorie entraîne que le potentiel exercé par le milieu réfringent sur le photon s'ajoute à sa masse propre dans l'expression de l'énergie, mais pas de celle de la quantité de mouvement. Cette différence s'explique par le fait que le milieu réfringent supposé immobile dans son ensemble ne participe pas au transport de l'énergie par le photon et par suite ne peut pas intervenir dans l'expression de la quantité de mouvement qui représente le flux de l'énergie. Dans les deux articles que j'ai consacrés à cette question, j'ai indiqué que des idées analogues pourraient

peut-être être introduites dans la théorie des semi-conducteurs. Il est également possible que l'on puisse comprendre la véritable nature de ce que l'on nomme les "phonons" en les considérant comme des photons transportés par des ondes électromagnétiques de fréquence acoustique se propageant dans des conditions particulières. Les objections que l'on fait souvent à une telle interprétation ne me paraissent pas très probantes. Il y a là une série de problèmes d'un grand intérêt.

Il y aurait lieu d'étendre l'étude des milieux réfringents à des cas plus généraux que ceux dont je viens de parler, par exemple en examinant le cas des milieux à indice variable dans l'espace ou même au cours du temps. D'une façon tout à fait générale, il faudrait reprendre l'étude de *tous* les phénomènes si nombreux et si bien étudiés de l'optique classique en introduisant systématiquement en théorie ondulatoire la notion de photon. Il y aurait là la matière d'un grand nombre de travaux.

Je tiens aussi à souligner qu'il faudrait alors renoncer à certaines simplifications un peu trompeuses couramment introduites en Optique classique. Je pense notamment à celle qui consiste à considérer l'entrée de la lumière dans un corps matériel comme s'effectuant à travers une surface géométrique d'épaisseur nulle sur laquelle on raccorde les champs intérieurs et extérieurs. En réalité, le passage des champs extérieurs aux champs intérieurs s'opère progressivement dans une couche superficielle très mince et l'analyse exacte de ce qui se passe dans cette couche pourrait avoir dans certains cas une très grande importance.

Passons maintenant au cas du passage de la lumière à travers un milieu absorbant et adoptons d'abord le point de vue de l'optique classique en considérant un train d'ondes presque monochromatique traversant un écran absorbant d'épaisseur ℓ . L'intensité de l'onde, initialement égale au carré a_0^2 de son amplitude, est à la sortie de l'écran réduite à $a_0^2 e^{-\gamma \ell}$ où γ est le coefficient d'absorption de l'écran.

Passons au point de vue de la théorie de la double solution. L'onde ν est alors entièrement assimilable à une onde lumineuse classique de très faible amplitude a_0 et son intensité après son passage à travers l'écran sera $a_0^2 e^{-\gamma \ell}$. Je nommerai cette absorption de l'onde ν la "microabsorption". Elle est la même quel que soit le nombre des photons qu'elle transporte, du moins nous l'admettons. Si initialement l'onde ν transportait un grand nombre N_0 de photons, le nombre de ceux-ci qui sortent de l'écran est en moyenne égal à $N_0 e^{-\gamma \ell}$ car ces photons peuvent être considérés comme des *échantillons* d'une onde d'amplitude $A_0 \gg a_0$. J'appellerai cette absorption des photons, c'est-à-dire de l'énergie, la "macroabsorption".

Mais, et ceci est essentiel, cette correspondance ne se maintient pas si l'onde ν ne porte que quelques photons et, à plus forte raison, si elle n'en porte qu'un seul. On voit alors que chaque photon, étant ou n'étant pas absorbé, la macroabsorption devient un phénomène de tout ou rien qui n'est aucunement représentable par la loi statistique en $e^{-\gamma \ell}$ tandis que la microabsorption est toujours représentée par cette exponentielle.

Cette remarque est extrêmement importante car elle montre que, si dans le cas d'un très grand nombre de photons, la représentation de l'absorption de l'énergie par la théorie électromagnétique classique est globalement exacte, elle ne l'est plus du tout pour des trains d'ondes portant un seul photon. Il doit donc être possible de trouver des phénomènes comportant l'absorption de photons, apportés isolément par des trains d'ondes électromagnétiques, qui ne soient aucunement représentables par l'image fournie par l'onde maxwellienne.

C'est ce qui m'a amené à penser qu'il y aurait lieu de répéter les expériences d'apodisation bien connues de tous les spécialistes de l'Optique en employant une lumière de très faible intensité de façon que les photons arrivent dans une lame apodisante apportés successivement un par un sur des trains d'ondes iso-

lés. Si chaque photon qui traverse l'écran vient former l'image apodisée, c'est que la microabsorption de l'onde aura modifié son mouvement de guidage. Ainsi serait prouvée, par une expérience qui n'a pas, je crois, été jusqu'ici tentée, que le mouvement du photon est déterminé par la propagation d'une onde électromagnétique très faible.

Un sujet particulièrement intéressant à examiner est celui de l'application de mes idées à l'étude des processus dont les systèmes atomiques sont le siège.

Un premier problème que l'on pourrait étudier est celui des trajectoires de guidage correspondant aux états stationnaires d'un état quantifié. Dans mon livre de 1956 où je reprenais l'étude de la théorie de la double solution, j'avais étudié le cas simple des trajectoires d'un électron dans un atome d'hydrogène. Ces trajectoires ne coïncident pas avec celles prévues par Bohr dans sa théorie primitive qui étaient des cercles ou des ellipses du type képlérien décrits autour du noyau. En effet, les trajectoires de guidage sont alors l'ensemble des cercles de rayons différents ayant leurs centres sur un même axe passant par le noyau. L'équilibre de l'électron sur sa trajectoire circulaire résulte alors de l'action simultanée du potentiel coulombien émanant du noyau et du potentiel quantique introduit par la théorie du guidage. On pourrait étudier des problèmes de guidage plus compliqués relatifs aux mouvements des électrons dans diverses sortes d'atomes ou molécules, mais ce travail serait difficile et probablement sans grand intérêt.

Beaucoup plus importante est l'étude des transitions quantiques en général et spécialement de l'émission et de l'absorption des rayonnements par les atomes ou molécules. Certains de ces problèmes font l'objet de belles recherches de M. Lochak et de ses collaborateurs. Je me bornerai ici à résumer quelques unes des idées générales que j'ai développées dans un article récent, non encore publié, intitulé "Processus forts et états stationnaires".

Mon point de départ a été une idée très profonde énoncée par Einstein dans l'article qu'il avait écrit comme introduction pour le livre de mon 60^e anniversaire. Il avait remarqué qu'en Mécanique quantique usuelle l'on envisage des processus continus obéissant aux équations d'onde de Schrödinger ou à ses généralisations, mais qu'on y introduit aussi de brusques discontinuités correspondant à des échanges d'énergie entre particules. Einstein en déduisait qu'il se produit alors quelque chose de très important, impossible à décrire par le formalisme usuel et cela parce que ce formalisme, ignorant la localisation des particules, ne peut pas tenir compte de leur structure et de la possibilité de "chocs" qui auraient lieu entre elles.

En théorie de la double solution, cette difficulté me semble levée car, si une particule localisée se trouve à un certain moment entrer en contact avec une autre particule localisée, un processus très rapide, que les équations de propagation ne permettent pas de décrire, va se produire qui détachera chaque particule de son onde ν primitive pour l'attacher à l'une des composantes de cette onde avec rupture des relations de phase et conservation globale de l'énergie et de la quantité de mouvement. C'est là ce que j'ai appelé un "processus fort" par opposition au "processus faible" décrit par la propagation des ondes.

Naturellement l'émission ou l'absorption d'un photon par un atome doit rentrer dans ce schéma. Mais il faut alors admettre que, dans le processus de l'émission, un électron atomique, qui se trouve initialement en contact avec un photon annihilé d'énergie nulle (sans doute caché dans le milieu subquantique), lui cède par un processus brusque une certaine quantité d'énergie tandis que le processus de l'absorption est exactement l'inverse.

J'ai développé de diverses façons les idées précédentes et je les ai appliquées à la théorie de la largeur naturelle des raies spectrales. Dans la façon dont on présente généralement cette théorie, la largeur d'une raie spectrale dépendrait non seulement de la transition qui l'a engendrée, mais aussi de toutes les transitions qui étaient possibles.

mais qui ne se sont pas produites. Une telle interprétation me paraît impossible à admettre car un phénomène ne peut pas dépendre d'autres phénomènes qui étaient possibles, mais qui ne se sont pas produits. Je crois avoir pu montrer qu'en réalité la largeur spectrale d'une raie émise lors d'une transition quantique n'est pas due à la possibilité de transitions qui ne se sont pas produites, mais qu'elle résulte de processus faibles du type ν qui ont précédé la transition quantique.

Dans l'article que j'ai cité, j'ai étudié aussi d'autres questions dont je ne parlerai pas ici. Je pense que les divers problèmes que j'ai effleurés dans cet article pourraient faire l'objet de recherches assez difficiles, mais très intéressantes.

Une autre question importante est celle des ensembles de particules en interaction. Dans ses travaux de 1926, Schrödinger avait introduit, pour traiter ce problème, l'espace de configuration correspondant à l'ensemble des particules envisagées et il avait ainsi obtenu des prévisions précises qui ont été ensuite étendues et bien vérifiées. Mais, dès l'apparition des travaux de Schrödinger, j'avais remarqué qu'avec les conceptions de cet auteur, l'emploi de l'espace de configuration, tout à fait normal en Mécanique classique où les points matériels sont localisés, devient paradoxal. Comment, en effet, construire un espace de configuration avec les coordonnées de particules qui ne sont pas localisées ?

Au contraire, en théorie de la double solution où l'on admet la localisation des particules dans l'espace, l'introduction d'un espace de configuration pour un ensemble de particules ne soulève pas de difficulté, mais il faut alors retrouver à l'aide de cet espace fictif, l'ensemble des conclusions exactes de la Mécanique quantique et, en particulier, justifier dans cet espace la symétrisation de la fonction d'onde pour un ensemble de bosons et l'antisymétrisation de la fonction d'onde pour un ensemble de fermions. M. Andrade e Silva, qui commençait alors à travailler avec moi, a étudié cette question avec beaucoup de soin et en a

tiré le sujet de sa belle Thèse de Doctorat soutenue en 1960.

Dans le dernier chapitre de mon récent livre "La réinterprétation de la Mécanique ondulatoire" paru en 1971, j'ai résumé d'une façon qui me paraît en donner une vue générale très claire, l'ensemble de cette question. Mais il y a certainement bien des points de détail à étudier en ce qui concerne ce difficile problème.

Disons maintenant quelques mots des relations d'incertitude. Soit un train d'ondes formé par la superposition d'ondes monochromatiques dont la i^{e} se propage dans la direction d'un vecteur \vec{n}_i avec la longueur d'onde λ_i . Dans un système d'axes rectangulaires, ce train d'ondes a des dimensions $\delta_x, \delta_y, \delta_z$. Comme je l'ai bien souvent fait remarquer, c'est le train d'ondes, et non pas chacune de ses composantes monochromatiques qui a une réalité physique. Les composantes n'existent que dans l'esprit du théoricien.

Dans ma théorie qui localise la particule, $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ sont les incertitudes sur la position de la particule, position qui existe, mais que nous ignorons. De plus, quand la particule occupe la position x, y, z , sa quantité de mouvement est $\vec{p} = -\text{grad } \varphi$, où φ est au facteur $\frac{1}{h}$ près la phase de l'onde en ce point. Position et quantité de mouvement sont donc supposées avoir des valeurs bien définies, mais que nous ignorons.

Pour nos adversaires au contraire, $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ sont les incertitudes sur la position de la particule, position qui n'a pas à chaque instant une valeur bien déterminée tandis que la quantité de mouvement \vec{p} a l'une quelconque des valeurs $\vec{n}_i \frac{h}{\lambda_i}$ qui correspondent aux différentes composantes monochromatiques. On démontre alors les relations d'incertitude :

$$\delta x \cdot \delta p_x \geq \hbar \quad \delta y \cdot \delta p_y \geq \hbar \quad \delta z \cdot \delta p_z \geq \hbar$$

Mais pour moi, comme je l'ai dit, les composantes monochromatiques de l'onde n'ont pas d'existence réelle et il n'est pas permis d'appliquer aux diverses composantes de l'onde la formule $p = \frac{h}{\lambda}$ qui n'a été démontrée que pour une onde plane monochromatique. Les incertitudes qui figurent dans les relations d'incertitude ne se rapportent donc pas à un même état de mouvement de la particule et on ne peut nullement en conclure qu'il est impossible de lui attribuer à chaque instant une position et une quantité de mouvement inconnues, mais bien définies.

Dans des recherches que je n'ai pas publiées, j'ai vérifié les idées précédentes dans un certain nombre de cas particuliers. Je ne parlerai ici que du fameux argument connu sous le nom de "microscope d'Heisenberg" dont je veux montrer le caractère fallacieux.

Heisenberg considérerait un électron qui, en traversant le porte-objet d'un microscope dans le sens de son axe, subit un choc Compton avec un photon. Ce photon, ainsi mis en mouvement, entrera dans le microscope si son angle de déviation est inférieur à la demi-ouverture du microscope. Heisenberg suppose alors que ce photon, parvenu à l'endroit où le microscope donne une image du porte-objet, fournit ainsi une image de l'électron qu'il a rencontré. Puis il applique à cette image la formule bien connue qui donne le pouvoir séparateur du microscope et, par des calculs que je ne reproduis pas, il en déduit la formule $\delta x \cdot \delta p_x \geq \hbar$, x étant une variable comptée dans le plan du porte-objet.

J'ai reproduit ce raisonnement dans mes cours d'autrefois, mais je pense maintenant qu'il repose sur des idées contradictoires. En effet, le choc Compton ne fait intervenir qu'un seul photon, tandis que la théorie du pouvoir séparateur d'un microscope se déduit de l'Optique classique et n'est par suite applicable qu'à une onde transportant de nombreux photons. Elle n'est donc pas valable dans le cas d'un seul photon et le raisonnement d'Heisenberg apparaît comme résultant d'un mélange d'images inconciliables.

En résumé, l'interprétation de la Mécanique ondulatoire que je propose repose essentiellement sur une comparaison entre la dynamique des particules et la propagation des ondes. Pour la développer, il est donc essentiel de bien connaître d'une part les principes généraux de la Dynamique du point matériel sous sa forme classique et sous sa forme relativiste comportant une connaissance approfondie du principe de moindre Action et d'autre part les principes généraux de la propagation des ondes à l'approximation de l'optique géométrique et dans les cas plus généraux. Toute étude sérieuse de la coexistence des ondes et des particules doit reposer sur ces idées de base que j'ai résumées dans plusieurs de mes livres, même quand je n'avais pas repris mes idées primitives.

Mais il est temps de conclure. A partir de 1950, de nouvelles réflexions m'ont conduit à revenir à mes idées primitives et à chercher à les perfectionner. Je n'ai pu d'abord que progresser assez lentement et c'est seulement en 1962 que ma retraite universitaire m'a permis de me consacrer plus complètement aux idées auxquelles j'étais revenu. Mais, déjà âgé et ayant conservé quelques obligations, je n'ai pu que projeter quelques jets de lumière à travers l'obscurité qui plane sur la Physique quantique. C'est à ceux qui, aux côtés de M. Lochak, vont travailler dans la Fondation dont nous inaugurons aujourd'hui l'activité qu'il appartiendra d'étudier, de perfectionner et probablement sur certains points de rectifier les idées nouvelles que j'ai tenté de semer. Mais, bien entendu, tant que cela me sera possible, je suis prêt à aider dans leur travail ceux qui voudront me consulter.

1

Remarques préliminaires sur l'interprétation de la Mécanique ondulatoire

Dans l'introduction, j'ai exposé mon idée fondamentale qui consiste à distinguer l'onde statistique ψ usuellement utilisée en Mécanique quantique de l'onde réelle v qui, selon moi, transporte les particules. D'autre part, dans mon livre "Etude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire" Paris, Gauthier-Villars 1963, j'avais analysé et critiqué les idées qui, depuis 1927, servaient de bases à l'interprétation de ce que l'on nomme généralement la Mécanique quantique. Je voudrais résumer, avec quelques modifications, l'essentiel de mes remarques.

1. COMPARAISON DE L'ONDE ψ ET DE L'ONDE v .

L'onde ψ usuellement utilisée en Mécanique quantique peut paraître avoir les propriétés d'une onde physique réelle puisque l'équation qui sert à la définir est l'équation de propagation d'une onde qui se propage, peut se réfléchir et interférer, etc ... Ceci est essentiel pour que l'onde ψ puisse jouer le rôle qu'on lui attribue. Cependant, elle diffère sur des points importants d'une onde physique réelle. D'abord quand elle porte une particule, on doit la

normer par la relation $\int_V |\psi|^2 d\tau = 1$ ou V est le volume

occupé par l'onde. On lui attribue ainsi une amplitude qui permet à $|\psi|^2 d\tau$ de représenter *en valeur absolue* la probabilité pour que la particule manifeste sa présence dans l'élément de volume $d\tau$. Or, il y a une amplitude indépendante du théoricien qui

l'emploie et pour cette raison la normalisation de l'onde ψ enlève à cette prétendue onde le caractère d'une véritable grandeur physique. Mais il y a plus. Dirac a montré depuis longtemps que la fonction ψ , bien que solution d'une équation de propagation linéaire, ne possède pas la propriété d'additivité qui caractérise les solutions d'une équation aux dérivées partielles linéaires. Il est facile de le voir par des raisonnements tels que celui-ci: soit ψ une fonction solution *normée* de l'équation de propagation. Pour que deux fonctions $\psi_1 = a_1\psi$ et $\psi_2 = a_2\psi$ soient aussi solutions de l'équation de propagation, il faudrait avoir $|a_1|^2 = |a_2|^2 = 1$. Or la superposition de ψ_1 et de ψ_2 doit pouvoir s'écrire $\psi = a\psi$ avec $|a| = 1$ et, en général, on ne peut avoir $a = a_1 + a_2$ comme on le voit, par exemple, quand $a_1 = a_2 = 1$ et $\psi_1 + \psi_2 = 2\psi$.

L'onde ψ a donc un caractère hybride et paradoxal puisque, d'une part, elle est formée en partant d'une équation de propagation linéaire et que, d'autre part étant normée par une formule qui a un caractère quadratique, elle ne possède pas la propriété d'additivité qui caractérise les solutions d'une équation aux dérivées partielles linéaire. C'est peut-être pour cette raison que ceux qui utilisent uniquement la fonction ψ ne l'appellent souvent plus "fonction d'onde", mais lui donnent le nom assez vague de "fonction d'état". Mais alors pourquoi faut-il que la fonction ψ soit solution d'une équation qui physiquement représente la propagation d'une onde ?

C'est ce caractère de la fonction ψ qui fait que son usage exclusif conduit à des conclusions paradoxales. En effet, si un dispositif expérimental provoque la division d'un train d'ondes ψ en deux trains d'ondes ψ_1 et ψ_2 occupant deux régions séparées de l'espace, comme c'est le cas dans les dispositifs d'interférences, on sait que, si ψ_1 et ψ_2 viennent se superposer dans une certaine région de l'espace, on observe des interférences dans cette région. Mais, supposons que l'onde initiale porte une seule particule et qu'après la séparation des trains d'ondes ψ_1 et ψ_2 la particule se trouve par exemple dans ψ_1 . Alors ψ_1 devrait être normée à 1, mais ψ_2 devrait

être normée à zéro, puisqu'il n'y a pas de particules dans ψ_2 . Or, écrire $\int |\psi_2|^2 d\tau = 0$ oblige à poser $\psi_2 = 0$ et alors il n'y a plus de possibilités d'interférences dans la région R. D'où l'obligation pour ceux qui utilisent uniquement la fonction ψ de dire qu'après la séparation des trains d'ondes ψ_1 et ψ_2 , la particule est à la fois présente dans les deux trains d'ondes et, pour eux, c'est là ce qui permet l'observation des interférences quand les deux trains d'ondes finalement se superposent. C'est cette étrange conception qui conduit aux conclusions paradoxales suivantes : 1°) Dans l'expérience des trous d'Young, la particule passe à la fois par les deux trous d'Young; 2°) Dans l'expérience du miroir semi-transparent d'Heisenberg, la particule serait présente à la fois dans l'onde transmise et dans l'onde réfléchie; 3°) Si une onde se propage dans un tuyau qui ensuite se divise en deux branches finalement réunies, la particule passerait à la fois par les deux branches. C'est, au fond, dans tous ces cas, la même conception paradoxale.

Dirac a dit autrefois qu'une particule ne pouvait jamais interférer qu'avec elle-même. A son point de vue, cela paraît logique. En effet, pour qu'il y ait interférences, il faut qu'une même onde ψ se divise en deux ondes distinctes qui viennent ensuite se rejoindre et interférer. Si alors on admet la théorie orthodoxe, quand les deux ondes sont séparées, la particule est présente dans chacune d'elles et c'est ce qui permettrait les interférences quand les deux ondes se réunissent. Mais, comme M. Andrade e Silva et moi, nous l'avons signalé dans une Note dans la Physical Review (*), l'expérience réalisée avec des lasers par MM. Pfleeger et Mandel semble bien prouver, contrairement à l'affirmation de Dirac, que deux ondes qui ont pris naissance dans des cavités séparées et dont une seule porte un photon, sont capables d'interférer.

Tout devient beaucoup plus clair si, avec la théorie de la double solution, on distingue l'onde ν et l'onde ψ . L'onde ν est alors une véritable onde physique dont l'amplitude très faible est indépendante

(*) Voir page 62.

de notre volonté et qui possède la propriété d'additivité des solutions d'une équation de propagation linéaire. Quant à l'onde ψ , elle n'est qu'une *construction de notre esprit* formée à partir de l'onde v par la relation $\psi = Cv$ où C est un facteur de normalisation tel que $\int |\psi|^2 d\tau$ soit égal à 1 si l'onde v ne porte qu'une particule. Il en résulte que l'onde ψ n'est plus qu'une représentation de probabilité et ne possède plus la propriété d'additivité des solutions d'une équation linéaire.

Il convient cependant de faire l'intéressante remarque suivante. Si la relation $\psi = Cv$ conduit à modifier arbitrairement l'amplitude de l'onde, elle ne modifie pas sa phase (du moins à une constante près) de sorte que le guidage de la particule par l'onde, qui dépend des dérivées de la phase, peut sembler dû à l'onde ψ bien qu'il soit dû à l'onde v . C'est là ce qui explique pourquoi le carré de l'amplitude de l'onde ψ représente exactement la probabilité de localisation de la particule dans l'espace comme cela résulte de l'équation de continuité dans la théorie de la double solution.

2. EXPOSE DE LA THEORIE DES TRANSFORMATIONS.

Dans mon livre "Etude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire" déjà cité au début du paragraphe précédent, livre qui avait été écrit avant l'introduction dans mes conceptions actuelles d'idées thermodynamiques, j'ai analysé et critiqué la théorie connue en Mécanique quantique usuelle sous le nom de "théorie des transformations". Je crois utile de résumer, avec quelques modifications, certains passages du chapitre IV de cet ouvrage.

Je me propose d'analyser et de critiquer certains aspects du formalisme qui constitue cette théorie des transformations.

On part de la remarque qu'en Mécanique quantique, l'on considère toute grandeur physique comme représentée par un opérateur linéaire et hermitien A auquel correspond une série de fonctions propres φ_i formant un système complet de fonctions de base normées et orthogonales.

Alors la fonction ψ peut toujours être développée sous la forme :

$$(1) \quad \psi = \sum_i C_i \varphi_i$$

les C_i étant des coefficients complexes dits "coefficients de Fourier généralisés" que l'on peut calculer par la formule :

$$(2) \quad C_i = \int \varphi_i^* \psi \, d\tau \quad (*)$$

Les C_i définis par (2) sont les coordonnées de la fonction ψ dans l'espace de Hilbert par rapport au système des fonctions de base φ_i . La connaissance de l'ensemble des φ_i et des coefficients C_i est équivalente à la connaissance du ψ . Si l'on passe de l'ensemble des fonctions de base φ_i à un autre système de fonctions de base φ'_i , les C_i subissent une transformation linéaire. En effet, comme on a

$$\varphi_i = \sum_k d_{ki} \varphi'_k, \text{ on a :}$$

$$(3) \quad \psi = \sum_i C_i \varphi_i = \sum_k C'_k \varphi'_k$$

avec :

$$(4) \quad C'_k = \sum_i d_{ki} C_i$$

Mais on admet, de plus, que les fonctions propres φ_i correspondant à la position \vec{R}_0 de la particule sont les fonctions de Dirac $\delta(\vec{R} - \vec{R}_0)$. Si l'on admet, comme on le fait habituellement, ce postulat qui nous semble inexact, on est amené à écrire :

$$(5) \quad \psi(\vec{R}) = \int \psi(\vec{R}_0) \delta(\vec{R} - \vec{R}_0) \, d\vec{R}$$

(*) Si le spectre des φ_i est continu, on peut encore écrire la formule (1), les φ_i étant alors les "différentielles propres" du spectre, mais je ne veux pas insister ici sur ce point.

et l'on considère alors les $\psi(\vec{R}_0)$ pour les différentes valeurs de \vec{R}_0 comme étant les coefficients C_i du développement du ψ suivant les valeurs propres de la position.

Puis, entraîné par cet élégant formalisme, on en a conclu que toutes les "représentations" de la fonction ψ à l'aide de tous les systèmes complets et orthonormés de fonctions propres correspondant à toutes les grandeurs physiques seraient équivalentes. En particulier, la "représentation q" correspondant aux coordonnées et à la formule (5) serait exactement de la même nature que la "représentation p" correspondant à la quantité de mouvement et donnée par les coefficients $c(\vec{p})$ du développement de la fonction ψ suivant les ondes planes monochromatiques.

La théorie des transformations admet donc comme générale la loi de probabilité suivante : "La probabilité pour qu'une grandeur A attachée au corpuscule ait pour valeur la valeur propre α_i de l'opérateur correspondant est donnée par $|C_i|^2$ ".

Appliquant cette loi générale au cas de la position avec intervention de la formule (5), elle considère qu'elle a retrouvé pour la probabilité de la présence du corpuscule au point \vec{R}_0 la valeur $|\psi(\vec{R}_0)|^2$, valeur qui est certainement exacte.

3. CRITIQUE DE LA THEORIE DES TRANSFORMATIONS.

On peut adresser diverses critiques à la théorie des transformations. La plus importante nous paraît être qu'il est certainement inexact de faire correspondre à la localisation d'un corpuscule au point \vec{R}_1 la fonction $\delta(\vec{R} - \vec{R}_1)$. En effet, la localisation observable d'un corpuscule résulte d'une action exercée par lui sur d'autres éléments microphysiques action qui déclenche par un processus en chaîne un phénomène observable. C'est là un processus complexe qui n'est nullement représenté par la simple réduction de la fonction d'onde à une fonction δ de Dirac

Si l'on se place au point de vue physique, le caractère fallacieux de la théorie des transformations me semble apparaître d'une manière beaucoup plus évidente. Pour nous en rendre compte, souvenons-nous que toute la théorie ici utilisée provient de la Physique classique et plus précisément de la théorie des cordes vibrantes de d'Alembert.

Considérons une corde vibrante dont les deux extrémités sont fixées. Si l'on observe son mouvement par une méthode photographique, on observera à chaque instant une forme en général très compliquée de la corde. Assurément la connaissance de la fonction $f(x,t)$ qui représente le mouvement de la corde permettra à un théoricien de calculer les harmoniques dont la superposition forme $f(x,t)$, mais cette décomposition en une série d'harmoniques n'existe que dans l'esprit du théoricien, elle n'existe pas dans le mouvement observable. On pourra, il est vrai, isoler physiquement ces harmoniques, mais il faudra pour cela employer des dispositifs qui, en les isolant, rompent les relations de phase qui existaient entre eux dans le mouvement de la corde.

Un exemple plus proche de la Mécanique ondulatoire s'obtient en considérant un train d'ondes formé par une superposition d'ondes planes monochromatiques arrivant sur un dispositif du genre prisme ou réseau. L'onde incidente correspond à un mouvement complexe et, si la connaissance de ce mouvement permet à un théoricien de calculer les composantes monochromatiques dont elle est la superposition, ces composantes n'existent pas isolément dans la réalité physique, mais seulement dans la pensée du théoricien. L'action d'un dispositif du genre prisme ou réseau a pour effet de séparer les composantes monochromatiques en les concentrant dans des directions différentes de l'espace. L'onde sera donc finalement subdivisée en portions d'ondes sensiblement monochromatiques, mais les relations de phase qui existaient entre elles et déterminaient la forme de l'onde initiale ne se manifesteront plus par suite de la séparation spatiale.

Si l'on réfléchit aux exemples précédents et à d'autres qu'on pourrait imaginer, on arrive nécessairement à l'idée que c'est la représentation dans l'espace au cours du temps qui est objective et non

la décomposition de Fourier qui n'existe que dans l'esprit du théoricien. Les diverses composantes de Fourier ne peuvent être observées qu'à l'aide de dispositifs qui changent entièrement l'état de choses initial et rompent les relations de phase.

Dans le langage de la théorie des transformations, on doit exprimer ceci en disant que la représentation q est la seule représentation objective tandis que la représentation p , représentation abstraite dans l'espace des quantités de mouvement, n'existe que dans l'esprit du théoricien. Cela montre bien, contrairement à ce qu'affirme la théorie usuelle des transformations que les deux représentations q et p ne sont nullement équivalentes. C'est la fonction d'ondes qui décrit la réalité physique et non l'ensemble des coefficients de Fourier considérés isolément. Cette conclusion est d'ailleurs la conséquence du fait évident que l'espace à trois dimensions est une réalité physique, cadre normal de notre expérience, tandis que l'espace des moments (quantités de mouvement) n'est qu'une représentation mathématique abstraite.

4. PRIMAUTE DE LA PROBABILITE DE PRESENCE. PROBABILITES ACTUELLES ET PROBABILITES PREVUES.

L'ensemble des considérations que nous avons développées ci-dessus nous conduit à affirmer que la probabilité de présence ρ , égale à $|\psi|^2$ dans le cas de l'équation de Schrödinger, possède une sorte de *primauté* sur les autres probabilités envisagées par la théorie usuelle parce qu'elle correspond à la présence du corpuscule en un point de l'onde avant toute action d'un dispositif séparant les composantes de Fourier avec rupture des relations de phase. Pour les grandeurs autres que la localisation et celles qui se déduisent de la localisation (c'est-à-dire en langage abstrait pour les grandeurs qui ne commutent pas avec la position), les probabilités $|C_i|^2$ correspondent à la situation qui existerait après l'action d'un dispositif qui isole, avec rupture des relations de phase, les composantes C_i relatives aux diverses valeurs possibles α_i de la grandeur A envisagée quand on ne connaît pas encore la valeur qui en résulte pour A ,

c'est-à-dire quand on ne connaît pas le résultat de la mesure. L'action du dispositif de mesure doit, en effet, détacher le corpuscule de son onde initiale pour l'attacher sur l'une des composantes spectrales : dans le langage de la théorie de la double solution, on doit dire qu'au cours de la perturbation de l'onde provoquée par l'action du processus de mesure, le corpuscule est *guidé* de telle façon que ce résultat soit finalement obtenu. L'accrochage du corpuscule sur l'une des composantes spectrales de l'onde initiale peut s'opérer soit par séparation spatiale des composantes spectrales (cas des dispositifs genre prisme ou réseau), soit par un processus d'aiguillage qui attache le corpuscule sur l'une des ces composantes.

Bref, la densité de probabilité de présence ρ me paraît exister dans l'état initial avant toute action d'un dispositif de mesure tandis que les probabilités $|C_i|^2$ n'entrent en jeu qu'après l'action d'un dispositif de mesure de la grandeur A à laquelle se rapportent les $|C_i|^2$. Les $|C_i|^2$ ne peuvent donc avoir le sens de probabilités existant objectivement dans l'état initial. Ce qui achève de prouver qu'il en est bien ainsi, c'est que dans l'état initial, la mesure de n'importe quelle grandeur est a priori possible et que, suivant la nature de la mesure que l'on effectuera, l'ensemble des $|C_i|^2$ qu'on aura ensuite à envisager ne sera pas, en général le même. Cette circonstance me paraît rendre impossible de considérer tous les ensembles de $|C_i|^2$ comme représentant des probabilités existant simultanément dans l'état initial. Il est même étonnant que, dans le cadre d'une théorie reposant sur l'idée que tout processus de mesure perturbe nécessairement l'état qui existait antérieurement, la théorie des transformations en mettant sur le même pied la probabilité de présence et les probabilités $|C_i|^2$ ait en somme méconnu ce principe fondamental.

Ce que nous venons de dire montre bien la différence fondamentale qui existe entre une probabilité *actuelle* valable à l'instant où l'on l'évalue et une probabilité *prévue* pouvant correspondre à des situations futures.

5. LE SCHEMA STATISTIQUE DE LA MECANIQUE ONDULATOIRE

Les conceptions que nous venons de développer, bien différentes de celles usuellement admises, conduisent à réviser tout le schéma statistique qui résulte des idées actuelles. En effet, ce schéma statistique s'écarte complètement de celui qui est classique en Calcul des Probabilités.

En Calcul des Probabilités, on définit pour toute variable aléatoire continue X une densité de probabilité $\rho_X(x)$ telle que $\rho_X(x)dx$ soit la probabilité pour que X ait une valeur comprise entre x et $x + dx$. Pour une autre variable aléatoire continue Y , on définit de même une densité de probabilité $\rho_Y(y)$. Puis on peut définir une probabilité $\rho(x, y)$ telle que $\rho(x, y) dx dy$ soit la probabilité d'obtenir par une même opération de mesure (une même "épreuve" comme disent les statisticiens) des valeurs de X et de Y comprises respectivement dans les intervalles $x \rightarrow x + dx$ et $y \rightarrow y + dy$. Enfin, on introduit la densité de probabilité de Y liée par X , $\rho_Y^{(X)}(x, y)$, qui correspond à la probabilité d'obtenir la valeur y de Y quand on sait que X a la valeur x et l'on définit de la même façon la probabilité $\rho_X^{(Y)}(x, y)$ de X liée par Y .

Ces définitions étant posées, il est facile de voir que l'on doit avoir entre les cinq densités de probabilité que nous venons de définir les relations suivantes que l'on peut considérer comme évidentes :

$$(6) \quad \begin{cases} \rho_X(x) = \int \rho(x, y) dy & \rho_Y(y) = \int \rho(x, y) dx \\ \rho_X^{(Y)}(x, y) = \frac{\rho(x, y)}{\rho_Y(y)} & \rho_Y^{(X)}(x, y) = \frac{\rho(x, y)}{\rho_X(x)} \end{cases}$$

d'où l'on tire :

$$(7) \quad \begin{cases} \rho_X(x) = \int \rho_X^{(Y)}(x, y) \rho_Y(y) dy \\ \rho_Y(y) = \int \rho_Y^{(X)}(x, y) \rho_X(x) dx \end{cases}$$

Tout ce schéma classique des statisticiens résulte clairement de l'image de la probabilité quand on

se figure des "individus" pour lesquels les grandeurs X et Y ont des valeurs déterminées, la statistique s'introduisant par la considération simultanée d'individus pour lesquels X et Y ont des valeurs différentes.

Or, ce schéma classique des statisticiens n'est pas applicable aux probabilités définies par l'interprétation usuelle de la Mécanique quantique. D'une part, la probabilité $\rho(x, y)$ n'existe généralement pas et, d'autre part, les probabilités $\rho_X^{(Y)}(x, y)$, $\rho_Y(y)$ et $\rho_Y^{(X)}(x, y)$, $\rho_X(x)$, qui devraient être égales ne le sont pas. Cet échec du schéma statistique classique dans l'interprétation usuelle s'explique, à mon avis, par le fait que les probabilités qu'elle envisage ne se rapportent pas à un même état du corpuscule, c'est-à-dire qu'elles ne sont pas simultanément "actuelles" et ceci fait tomber la base même du schéma statistique classique qui n'est plus applicable à ces probabilités.

Mais si, conformément aux conceptions de la théorie de la double solution, on attribue au corpuscule, quand il occupe une certaine position, la quantité de mouvement définie par la formule du guidage, on peut rétablir le schéma statistique classique aussi bien dans l'état initial avant l'action sur l'onde du dispositif de mesure de la quantité de mouvement que dans l'état qui suit l'action de ce dispositif. C'est ce que j'ai montré en détail notamment dans les pages 88 et suivantes de mon livre sur la Théorie de la Mesure (Paris, Gauthier-Villars, 1957).

Et ceci m'amène à parler du célèbre théorème de Von Neumann suivant lequel il serait impossible de donner une interprétation de lois de probabilités de la Mécanique quantique à l'aide d'une image qui, en introduisant des variables cachées, permettrait d'attribuer au corpuscule une position et une quantité de mouvement bien déterminées.

Von Neumann a cru démontrer ce théorème, il y a une quarantaine d'années, en partant d'un formalisme très élégant, celui des matrices statistiques. Il en avait conclu, en apparence très rigoureusement, que l'introduction de variables cachées ne pouvait aucunement permettre de ramener les distributions

de probabilités admises en Mécanique quantique usuelle à un schéma statistique du type classique.

Mais le seul fait qu'on puisse, comme nous l'avons dit, rétablir des schémas statistiques en utilisant les variables cachées introduites par la théorie de la double solution montre que le théorème de Von Neumann ne peut pas être exact, et cela même si l'image proposée par la théorie de la double solution n'était pas conforme à la réalité physique. Il suffit, en effet, d'un seul contre-exemple, même sans réalité physique, permettant de rétablir une image classique, pour montrer la fausseté de l'interdiction qui semblait résulter du théorème de Von Neumann.

Voici quelle me paraît être l'erreur du raisonnement de Von Neumann. Ce raisonnement me paraît reposer essentiellement sur le postulat que les distributions de probabilités pour deux variables canoniquement conjuguées sont, dans l'état représenté par une certaine forme de l'onde ψ , toutes deux simultanément *actuelles*. Or, ce postulat suggéré par la théorie des transformations et couramment admis nous apparaît, pour les raisons exposées plus haut, certainement inexact. Par exemple, en négligeant la perturbation inévitable qu'exerce sur l'état initial tout processus de mesure de la quantité de mouvement, on méconnaît le fait que la probabilité de présence $|\psi|^2$ et la probabilité $|C_p|^2$ des valeurs de la quantité de mouvement ne peuvent être simultanément actuelles dans l'état initial. Cette remarque, qui ne peut guère être contestée par les partisans de l'interprétation usuelle puisqu'elle revient à tenir compte de l'action inévitable du processus de mesure constamment invoquée par eux, fait tomber le théorème de Von Neumann qui semble bien n'être qu'un pseudo-théorème.

6. LOI DE PROBABILITE ET FLUCTUATIONS.

Partons de l'idée générale que toute loi de probabilité résulte d'une causalité compliquée et souvent cachée. En particulier, il en est ainsi quand la probabilité résulte du comportement d'individus plus ou moins indépendants. Or, c'est là ce que suppose la théorie de la double solution dans son interprétation de la Mécanique quantique.

Mais une loi de probabilité permet toujours de définir des "écarts" par rapport aux valeurs moyennes. Ces écarts sont contenus dans la loi de probabilité et calculables par elle. Néanmoins il faut bien distinguer ces écarts des "fluctuations" qui résultent des mouvements compliqués et souvent cachés dont la loi de probabilité ne donne que le résultat statistique. Contrairement à ce qui arrive pour les écarts, les fluctuations ne sont pas contenues dans la loi statistique et ne sont pas calculables par elle.

Toutefois il existe une relation générale entre les fluctuations et la loi de probabilité comme je l'ai rappelé à la fin de l'article que j'ai écrit pour le livre de mon 80^e anniversaire (Paris, Gauthier-Villars, 1973, p. 355). Voici l'essentiel du texte en question.

Nous partirons d'un fait bien connu. Au cours de ses mémorables travaux, Laplace en utilisant les lois physiques connues de son temps avait pu démontrer que la répartition en altitude dans le champ de la pesanteur d'un gaz formé de molécules de masse m est donnée par une loi qui s'écrit avec les notations actuelles sous la forme :

$$(8) \quad \rho = \rho_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$$

où ρ est la densité du gaz à l'altitude z , T sa température et k la constante de Boltzmann. On peut aujourd'hui retrouver la loi de Laplace à l'aide des formules de la Thermodynamique statistique. Par un raisonnement tout à fait analogue, on peut aussi démontrer que la probabilité pour qu'un granule de masse m immergé dans un fluide à la température T soit à la hauteur z dans le champ de la pesanteur est :

$$(9) \quad P = P_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$$

formule qui, en tenant compte d'une petite correction expérimentale, a été vérifiée par Jean Perrin dans ses célèbres expériences.

Dans son livre de Thermodynamique (Paris, Hermann, 1924, p. 309), Jean Becquerel commentant ces résultats constate que la répartition en hauteur d'un

seul granule est exprimée par la même loi que la répartition en hauteur d'un grand nombre de granules. Résumant alors très clairement une remarque certainement très connue des statisticiens et apparentée à la notion d'ergodicité, il ajoute : "Ce résultat est d'ailleurs général : un même problème peut être envisagé soit comme un problème d'un système unique, soit comme un problème de distribution la plus probable d'un grand nombre de systèmes identiques".

La remarque ainsi très clairement énoncée par Jean Becquerel me paraît très importante. Il en résulte, en effet, que, si l'on considère la loi statistique relative à la position d'une particule d'une certaine nature, il est, a priori, impossible de savoir s'il s'agit des fluctuations de position d'une particule localisée ou de la répartition statistique d'un ensemble de particules de cette nature. Et il me semble que cela permet de mieux comprendre pourquoi la Mécanique quantique usuelle a pu interpréter, d'une façon qui est à mon avis erronée, les énoncés statistiques qu'elle utilise.

En relation avec les idées précédentes, je citerai un texte écrit par Einstein pour le livre consacré à mon 60^e anniversaire sous le titre "Louis de Broglie, physicien et penseur" (Paris, Albin Michel, 1962). Voici ce texte : "La théorie statistique (c'est-à-dire la Mécanique quantique usuelle) est aussi peu capable de pouvoir fournir une base pour la construction d'une théorie complète que l'aurait été la connaissance du mouvement brownien pour la construction de la Mécanique statistique".

7. SUR UNE ERREUR COMMISE PAR LA THEORIE DES CHAMPS.

On enseigne couramment aujourd'hui la Mécanique quantique sous la forme très abstraite de la "théorie quantique des champs". Or il me semble que cette théorie repose sur une très importante erreur. En effet, elle s'appuie sur le travail concernant les émissions spontanées et provoquées publié par Einstein en 1917. Einstein avait démontré que, si un phénomène d'émission de la lumière s'accompagne de l'apparition de n photons de fréquence ν , il est nécessaire, pour retrouver la loi du rayonnement noir de Planck, d'admettre qu'un phénomène d'absorption de photons de fréquence ν fait intervenir $n + 1$ photons.

La théorie quantique des champs s'appuie sur ce résultat pour admettre que les $n + 1$ photons susceptibles d'être absorbés sont cohérents, c'est-à-dire sont portés par des ondes de même constante de phase δ . Or, si l'on examine en détails le raisonnement d'Einstein, comme je l'ai fait notamment dans les pages 91 et suivantes de mon livre publié par Albin Michel "Certitudes et incertitudes de la Science", on voit que sur les $n + 1$ photons susceptibles d'être absorbés dans un processus d'absorption inverse du processus d'émission, il y en a n qui ont la même constante de phase δ que les n photons susceptibles d'être émis, *mais* que le $(n + 1)^e$ photon absorbé dans ce processus appartient au spectre continu et, par suite, qu'il a une phase δ' indépendante de δ .

La théorie quantique des champs, en bloquant ensemble les $n + 1$ photons susceptibles d'être absorbés et en leur attribuant la même constante de phase δ que les n photons susceptibles d'être émis, me paraît donc commettre une erreur fondamentale.

2

Idées générales sur l'interprétation de la Mécanique ondulatoire

Je veux résumer les idées générales qui sont à la base de l'interprétation de la Mécanique ondulatoire que je propose.

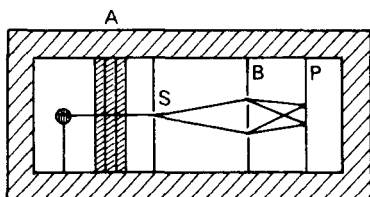
J'admets que toutes les particules sont toujours localisées dans l'espace au cours du temps et qu'elles sont incorporées dans une onde de très faible intensité. Cette onde, que je nomme l'onde v , échappe à notre perception, mais elle a la propriété essentielle de guider le mouvement de la particule.

Comme je l'explique dans l'introduction qui précède, l'onde v et la particule doivent avoir une même fréquence ν et cela dans tous les systèmes de référence galiléens et bien que la fréquence d'une onde et la fréquence de l'horloge à laquelle la particule peut être assimilée ne se transforment pas de même lors d'un changement de système de référence. Il en résulte que la particule doit glisser dans l'onde de telle façon que l'accord des phases se maintienne. Remettant au paragraphe suivant un exposé plus précis de ces conceptions, je veux seulement ici en indiquer quelques aspects généraux.

Je veux d'abord rappeler une très ancienne expérience effectuée dès 1909 par G.T. Taylor ⁽¹⁾ et en citer le clair exposé qu'en ont donné Ruark et Uhrey dans leur très beau livre "Atoms, molecules and quanta", Mac Graw Hill, 1930, page 82.

⁽¹⁾ *Proc. Cambridge Phil. Society* 15, 114, 1909.

"Le rayonnement d'une très faible source de lumière passe à travers des écrans absorbants A et tombe sur une fente S. Derrière cette fente se trouvent en B deux autres fentes disposées comme les fentes de l'expérience d'interférences d'Young.



Une plaque photographique P est placée de façon à déceler les franges d'interférence. Connaissant les constantes des écrans absorbants et l'intensité incidente, le nombre des écrans fut choisi de façon que quelques photons passent par seconde à travers la première fente S. Si chacun d'eux passait (isolément) par l'une des fentes B, on voit difficilement comment des interférences pourraient se produire. En fait, les franges d'interférences furent identiques à celles que produit une lumière forte. Cette expérience nous permet de conclure que ou bien la théorie des ondes sphériques est exacte ou bien que la théorie du rayonnement en "aiguille" des photons doit être complétée par un postulat statistique fixant la répartition des photons sur les trajectoires dans l'espace. D'après cette image, le facteur déterminant dans la production des franges d'interférences doit être la structure d'un champ électromagnétique fantôme (ghost) qui résulte de la disposition et des propriétés des atomes émetteurs".

Le résultat de Taylor a été confirmé par plusieurs autres chercheurs. Par exemple, Dempster et Batho (Phy. Rev. 30, 644, 1927) ont trouvé que les franges d'interférences obtenues avec un réseau à échelons ne présentent aucune anomalie quand on les obtient en lumière très faible.

En lisant ce bel exposé, il est impossible de ne pas remarquer combien l'onde "fantôme" envisagée par les auteurs est voisine de notre onde ν de très faible amplitude qui transporterait les photons. Nous verrons plus loin comment l'étude du phénomène de l'apodisation pourrait apporter une preuve directe de l'existence de l'onde ν .

Voici maintenant une autre idée importante. Quand une onde v transporte de très nombreuses particules, ce qui ne peut arriver que pour les bosons et en particulier dans le cas si important de la lumière et des photons, les particules constituent ce qu'on peut appeler des "échantillons" d'une onde de beaucoup plus grande intensité que celle de l'onde v porteuse. Cette onde est une onde *fictive* dont le carré de l'amplitude mesure la probabilité de présence des particules aux différents points de l'espace, sa signification est purement statistique. C'est le cas des photons pour les ondes électromagnétiques et plus généralement pour tous les bosons des ondes ψ de la Mécanique quantique. L'onde réelle v et l'onde fictive ψ ont la même phase, mais des amplitudes très différentes, très faibles pour l'onde v , beaucoup plus élevées pour l'onde ψ . C'est l'intervention de ces deux solutions des équations d'ondes, qui sont de nature si différente, qui m'avait amené, il y a bien longtemps, à qualifier ma théorie de "théorie de la double solution". Il est évident que l'on peut écrire $\psi = Cv$, C étant une constante très grande.

Après ces remarques générales préliminaires, nous allons préciser dans ses grandes lignes le développement mathématique des conceptions que nous venons d'esquisser.

LA THEORIE DE LA DOUBLE SOLUTION ET LA LOI DU GUIDAGE.

Je ne puis exposer ici dans tous ses détails l'état actuel de la théorie de la double solution et de la "Réinterprétation de la Mécanique ondulatoire" à laquelle elle aboutit. Je l'ai exposée récemment dans un ouvrage portant ce titre publié chez Gauthier-Villars en 1971.

Je me contenterai donc de partir de l'idée suivante : la solution de l'équation des ondes sous sa forme complexe peut être écrite :

$$(1) \quad v = a(x, y, z, t) e^{\frac{i}{\hbar} \varphi(x,y,z,t)} \quad (\hbar = \frac{h}{2\pi})$$

Alors l'énergie W et la quantité de mouvement \vec{p} de la particule quand elle occupe la position x, y, z à l'instant t sont données par les formules :

$$(2) \quad W = \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad \vec{p} = - \text{grad } \varphi$$

Dans le cas idéal de l'onde plane monochromatique où α est constant et où $\varphi = h\nu \left(t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{\lambda} \right)$, on trouve les formules classiques :

$$(3) \quad W = h\nu \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

Si dans les formules (2) on introduit les valeurs $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ et $\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$, on obtient :

$$(4) \quad \vec{v} = \frac{c^2 \vec{p}}{W} = - c^2 \frac{\text{grad } \varphi}{\frac{\partial \varphi}{\partial t}}$$

J'ai nommé cette formule, qui détermine le mouvement de la particule, la "formule du guidage". Elle se généralise facilement quand la particule est soumise à un champ extérieur.

Introduisons maintenant l'idée, qui remonte aux origines de la Mécanique ondulatoire, suivant laquelle la particule peut être considérée comme une petite

horloge de fréquence propre $\nu_0 = \frac{m_0 c^2}{h}$ et attribuons-lui la vitesse définie par la formule (4). Pour un observateur qui voit passer la particule avec la vitesse $v = \beta c$, la fréquence interne de la particule en mouvement est $\nu = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2}$ d'après la formule de ralentissement des horloges en mouvement. Cela permet de démontrer facilement, comme nous le ferons plus loin dans le cas général d'une onde qui n'est pas plane monochromatique, que la vibration interne de la particule reste constamment en phase avec l'onde qui la porte. Ce résultat, que j'avais obtenu dans mes premiers travaux dans le cas simple d'une onde plane monochromatique, peut être considéré comme le contenu essentiel de la loi du guidage.

ETUDE PLUS DETAILLÉE DE LA THEORIE DE LA DOUBLE SOLUTION.

Nous allons maintenant développer les équations sur lesquelles repose la théorie de la double solu-

tion en partant de l'équation d'ondes non relativiste de Schrödinger et de sa généralisation relativiste, l'équation de Klein-Gordon.

Nous écrivons d'abord l'équation de Schrödinger pour l'onde ψ dans la forme suivante où V est le potentiel dont dérive la force qui s'exerce sur l'électron :

$$(6) \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\hbar}{2im} \Delta \psi + \frac{i}{\hbar} V \psi$$

Pour tirer de cette équation complexe deux équations réelles portant sur deux fonctions réelles, nous sommes naturellement amenés à écrire.

$$(7) \quad \psi = a e^{\frac{i}{\hbar} \varphi}$$

avec a et φ réels, a étant l'amplitude de l'onde et φ sa phase. En substituant (7) dans (6), nous obtenons :

$$(J) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} - V - \frac{1}{2m} (\overrightarrow{\text{grad}} \varphi)^2 = - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta a}{a}$$

$$(C) \quad \frac{\partial a^2}{\partial t} - \frac{1}{m} \text{div} (a^2 \overrightarrow{\text{grad}} \varphi) = 0$$

Nous appelons l'équation (J) "équation de Jacobi généralisée" et l'équation (C) "équation de continuité".

Si, pour obtenir une forme relativiste de la théorie, nous appliquons à l'onde ψ non pas l'équation de Schrödinger, mais sa généralisation relativiste l'équation de Klein-Gordon, nous obtenons à la place de (6) :

$$(8) \quad \square \psi - \frac{2i}{\hbar} \frac{\epsilon V}{c^2} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{2i}{\hbar} \sum_{xyz} \frac{\epsilon}{c} A_x \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{\hbar^2} (m_0^2 c^2 - \frac{\epsilon^2}{c^2} (V^2 - A^2)) \psi = 0$$

ϵ étant la charge électrique de la particule soumise au potentiel scalaire $V(x, y, z, t)$ et au potentiel vecteur $\vec{A}(x, y, z, t)$. Nous obtenons alors une équation de Jacobi généralisée (J') et une équation de continuité (C') dont voici les expressions :

$$(J') \quad \frac{1}{c^2} (\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \epsilon V)^2 - \sum_{xyz} (\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \epsilon A_x)^2 = m_0^2 c^2 + \hbar^2 \frac{\square a}{a} = M_0^2 c^2$$

$$(C') \quad \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \varepsilon V \right) \frac{\partial a}{\partial t} - \sum_{xyz} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{c} A_x \right) \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{a}{2} \square \varphi = 0$$

où nous avons introduit dans le second membre de (J') ce que nous nommerons la masse propre variable définie par :

$$(9) \quad M_0 = \sqrt{m_0^2 + \frac{\hbar^2}{c^2} \frac{\square a}{a}}$$

grandeur dont nous verrons la très grande importance.

Si, dans l'équation (8) nous supposons ε , V et \vec{A} nuls et m_0 extrêmement petit, nous obtenons l'équation :

$$(9') \quad \square v + \frac{m_0 c^2}{\hbar^2} v = 0$$

qui est l'équation de propagation des ondes électromagnétiques quand on suppose, comme j'ai été amené à le faire depuis bien longtemps, que la masse propre du photon est extraordinairement petite, mais non tout à fait nulle.

FORMULE DU GUIDAGE ET POTENTIEL QUANTIQUE.

Nous allons maintenant étudier les formules (J) et (J').

Occupons-nous d'abord de (J). Si dans (J) on néglige les termes du second membre où figure la constante \hbar de Planck, ce qui revient à faire abstraction des quanta, et si l'on pose $\varphi = S$, l'équation (3) devient :

$$(10) \quad \frac{\partial S}{\partial t} - V - \frac{1}{2m} (\text{grad } S)^2 = 0$$

Nous retrouvons ainsi pour la fonction S qui est la fonction de Jacobi l'équation de Jacobi de la Mécanique classique. C'est donc uniquement la présence de \hbar^2 dans (J) qui fait que le mouvement de la particule diffère du mouvement classique. Quelle est la signification de ce terme ? On peut l'interpréter en admettant qu'en dehors du potentiel classique U intervient un autre potentiel Q donné par la formule :

$$(11) \quad Q = - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta a}{a}$$

Par analogie avec les formules classiques $\frac{\partial S}{\partial t} = E$ et $\vec{p} = - \text{grad } S$ où E et \vec{p} sont l'énergie et la quantité de mouvement classiques, nous pouvons écrire :

$$(12) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = E; \quad - \text{grad } \varphi = \vec{p}$$

et, comme en Mécanique non relativiste la quantité de mouvement \vec{p} s'exprime en fonction de la vitesse par la formule $\vec{p} = m\vec{v}$, nous obtenons :

$$(13) \quad \vec{v} = \frac{\vec{p}}{m} = - \frac{1}{m} \text{grad } \varphi$$

C'est là ce qu'on peut appeler "la formule du guidage" qui donne la vitesse de la particule quand elle occupe la position x, y, z à l'instant t en fonction de la variation locale de la phase à cet instant.

Il importe de préciser que α et φ sont l'amplitude et la phase de l'onde v telles qu'elles existeraient si la région très petite d'amplitude très élevée qui constitue la particule n'existait pas. Si l'on préfère, on peut dire que α et φ sont l'amplitude et la phase de l'onde v au voisinage immédiat de la région presque ponctuelle qui constitue la particule. J'ai pu donner une justification de la formule du guidage qui est basée sur cette idée.

La force quantique $\vec{E} = - \text{grad } Q$ qui s'exerce sur la particule courbe la trajectoire de cette particule. Mais dans le cas important, un peu schématique, de l'onde monochromatique plane, Q est constamment nul et il n'y a pas de force quantique : la particule décrit alors avec une vitesse constante la trajectoire rectiligne qui constitue l'un des rayons de l'onde plane monochromatique et l'on retrouve ainsi l'image que j'avais dans l'esprit au moment de ma Thèse.

Mais, quand la propagation de l'onde est soumise à des conditions aux limites, il peut y avoir apparition de phénomènes d'interférences ou de diffraction et alors, sous l'influence de la force quantique, le mouvement défini par la formule du guidage cesse d'être rectiligne et uniforme. Tout se passe alors comme si les obstacles qui entravent la propagation de l'onde exerçaient sur la particule, par l'intermédiaire du potentiel quantique, une action

déviante. Les partisans de l'ancienne "théorie de l'émission" savaient que la lumière peut contourner le bord d'un écran et ils disaient que le bord de l'écran exerce une force sur les particules de lumière qui passent à son voisinage. Sous une forme beaucoup plus élaborée, nous retrouvons ici la même idée.

Passons maintenant à la formule (J'). Remarquons d'abord que, si dans cette formule, nous négligeons les termes en \hbar^2 , nous obtenons en posant $\varphi = S$;

$$(14) \quad \left(\frac{\partial S}{\partial t} - \epsilon V\right)^2 - \sum_{xyz} \left(\frac{\partial S}{\partial x} + \epsilon A_x\right)^2 = m_0^2 c^2$$

Or, cette équation est en Mécanique relativiste sans quanta l'équation de Jacobi pour une particule de masse propre m_0 et de charge électrique ϵ soumise à un champ électromagnétique dérivant du potentiel scalaire V et du potentiel vecteur \vec{A} comme nous devions nous y attendre.

Si nous conservons les termes en \hbar^2 et si nous utilisons la masse propre variable M_0 définie par (9), nous sommes amenés à poser :

$$(15) \quad \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \epsilon V \quad \frac{M_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} = -(\text{grad } \varphi + \epsilon \vec{A})$$

avec $\beta = \frac{v}{c}$, ce qui conduit à la formule du guidage relativiste :

$$(16) \quad \vec{v} = -c^2 \frac{\text{grad } \varphi + \epsilon \vec{A}}{\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \epsilon V}$$

A l'approximation newtonnienne avec $\vec{A} = 0$ et $\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \epsilon V \approx m_0 c^2$, nous retombons sur la formule (13).

La force quantique va ici résulter des variations de la quantité $M_0 c^2$ quand la particule se déplace dans son onde. Pour avoir toujours un potentiel quantique nul dans le cas de l'onde monochromatique plane, nous poserons :

$$(17) \quad Q = M_0 c^2 - m_0 c^2$$

A l'approximation non relativiste où $c \rightarrow \infty$ et où $\square a \approx -\Delta a$, nous retrouvons la valeur :

$$Q = \sqrt{m_0 c^4 + c^2 \hbar^2 \frac{\square a}{a}} - m_0 c^2 \approx - \frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\Delta a}{a}$$

INTERPRETATION DU MOUVEMENT DE GUIDAGE.

Nous allons maintenant préciser deux caractéristiques essentielles du mouvement de guidage.

La première, c'est que la particule se déplace dans son onde en restant constamment en phase avec elle. Supposons d'abord que la particule n'est soumise à aucune force autre que la force quantique définie précédemment. Si alors nous nous déplaçons le long de la trajectoire d'une longueur $d\ell$ dans le temps dt , la variation de la phase sera :

$$\begin{aligned} (18) \quad d\varphi &= \frac{\partial \varphi}{\partial t} dt + \frac{\partial \varphi}{\partial \ell} d\ell = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad} \varphi \right) dt \\ &= \left(\frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{M_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) dt = M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} dt \end{aligned}$$

Or, la particule ayant une fréquence interne $\frac{M_0 c^2}{h}$, sa phase interne φ , quand elle se déplace de $d\ell$ pendant le temps dt varie de :

$$(19) \quad d\varphi_i = M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} dt = d\varphi$$

Nous voyons donc que la particule se déplace dans son onde de façon que sa vibration interne définie par $a_i e^{\frac{i\varphi_i}{h}}$ avec a_i et φ_i réels reste constamment en phase avec celle de l'onde.

On peut interpréter ce résultat en remarquant que la particule est définie dans cette théorie comme étant une très petite région de l'onde où l'amplitude est très grande et qu'il est par suite naturel que le rythme interne de la particule soit le même que celui de l'onde à l'endroit où elle se trouve.

Nous ferons à ce sujet la seconde remarque très importante suivante. Pour que cette façon d'interpréter le guidage soit acceptable, il faut que les dimensions de la petite région constituant la particule

soient très petites par rapport à la longueur d'onde de l'onde ν . On peut dire que notre théorie doit avoir une limite de validité pour les très courtes longueurs d'onde, c'est-à-dire pour les énergies très élevées. C'est là une remarque qui pourrait devenir très importante dans le cas des énergies très élevées.

Il existe une autre caractéristique essentielle du mouvement de guidage. *C'est que le mouvement de la particule s'effectue suivant une Dynamique relativiste à masse propre variable.* Pour le voir, nous prendrons comme fonction de Lagrange en l'absence de champ

$$(20) \quad \mathcal{L} = - M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2}$$

où M_0 est la masse propre définie par (9). Le principe de moindre action nous conduit alors aux équations de Lagrange.

$$(21) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}$$

c'est-à-dire ici :

$$(22) \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = - c^2 \sqrt{1 - \beta^2} \text{ grad } M_0$$

Ce qui montre bien que la dynamique de la particule est une dynamique relativiste à masse propre variable. Mais la symétrie relativiste entre l'espace et le temps nous conduit à compléter l'équation (22) par la suivante :

$$(23) \quad \frac{dW}{dt} = c^2 \sqrt{1 - \beta^2} \frac{\partial M_0}{\partial t}$$

Comme $\frac{dM_0}{dt} = \frac{\partial M_0}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad } M_0$, les équations précédentes donnent :

$$(24) \quad \frac{dW}{dt} - \vec{v} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = c^2 \sqrt{1 - \beta^2} \frac{dM_0}{dt}$$

Or, on a :

$$(25) \quad \vec{v} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{p})}{dt} - \vec{p} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{v} \cdot \vec{p}) - \frac{M_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$c^2 \sqrt{1 - \beta^2} \frac{dM_0}{dt} = \frac{d}{dt} (M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2}) + \frac{M_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

d'où :

$$(26) \quad \frac{d}{dt} (W - \vec{v} \cdot \vec{p} - M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2}) = 0$$

et, comme nous supposons que, si la particule est au repos, nous avons $\beta = 0$ et $W = M_0 c^2$, il en résulte que :

$$(27) \quad W = M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} + \vec{v} \cdot \vec{p} = M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} + \frac{M_0 v^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

relation qui est bien vérifiée puisque $W = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$.

La relation (27) que nous venons d'obtenir à partir de la dynamique du guidage à masse propre variable possède, nous le verrons, une signification thermodynamique très remarquable.

On obtiendrait la généralisation du raisonnement précédent au cas de l'existence d'un champ électromagnétique extérieur en partant de la fonction de Lagrange :

$$(28) \quad \mathcal{L} = - M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} + \epsilon (V - \frac{\vec{A} \cdot \vec{v}}{c}) = - M'_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2}$$

avec $M'_0 c^2 = M_0 c^2 - \epsilon V_0$

de la formule de transformation relativiste :

$$(29) \quad V_0 = \frac{V - \vec{v} \cdot \frac{\vec{A}}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

INTERPRETATION DE L'EQUATION DE CONTINUITE (C).

L'équation (C) précédemment démontrée est la suivante :

$$(C) \quad \frac{\partial a^2}{\partial t} - \frac{1}{m} \operatorname{div} (a^2 \operatorname{grad} \vec{\varphi}) = 0$$

En vertu de la formule du guidage (4) et en posant $\rho = K a^2$ ou K est une constante, l'équation (C) prend la forme :

$$(30) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \vec{v}) = 0$$

C'est ce qu'on nomme en Hydrodynamique l'équation de continuité où ρdt est le nombre de molécules

du fluide dans l'élément $d\tau$ et où \vec{v} est leur vitesse.

Elle peut s'écrire $\frac{D(\rho\vec{v})}{Dt} = 0$, la dérivée $\frac{D}{Dt}$ étant prise en suivant le mouvement des molécules, et exprime la conservation du fluide. Mais ici nous n'avons qu'une particule et il semble alors naturel de considérer $\rho d\tau$ comme correspondant à la probabilité de présence de la particule dans l'élément de volume $d\tau$. Cependant, comme nous le montrerons plus loin, cette interprétation soulève une difficulté si l'on admet que la particule suit régulièrement sa trajectoire de guidage. Dans le chapitre suivant, nous reviendrons sur cette difficulté et cela nous conduira à compléter la théorie du guidage telle que nous l'avons développée jusqu'ici en y introduisant un élément aléatoire, ce qui nous ouvrira des horizons nouveaux.

Sans insister pour l'instant sur ce point, nous admettons que la quantité $\rho = a^2(x, y, z, t)$ multipliée par $d\tau$ nous donne, à un facteur de normalisation près, la probabilité de la présence de la particule à l'instant t dans l'élément de volume $d\tau$ de coordonnées x, y, z . Comme nous serons amenés à définir la fonction statistique ψ en fonction de l'onde v par la relation $\psi = Cv$ où C est une constante de normalisation telle que $\int |\psi|^2 d\tau = 1$, nous sommes conduits à dire que $|\psi|^2 d\tau$ représente en valeur absolue la probabilité de présence en question.

Ajoutons qu'une interprétation analogue à celle que nous venons de donner pour la relation (C) pourrait être donnée pour la relation (C') qui correspond à l'équation de Klein-Gordon.

INTRODUCTION PAR SCHRODINGER DE L'ONDE STATISTIQUE ψ .

Depuis l'introduction par Schrödinger en 1926 de l'onde ψ , on s'est habitué à considérer uniquement cette onde ψ et ses généralisations dont on norme arbitrairement l'amplitude. Or, une telle onde ne peut pas être considérée comme une onde ayant le caractère d'une réalité physique d'abord parce que l'amplitude d'une onde physique a une valeur bien déterminée et ne peut pas être arbitrairement normée et

aussi parce que, si ψ_1 et ψ_2 sont deux solutions particulières normées de l'équation linéaire des ondes ψ , la somme $\psi_1 + \psi_2$ n'est pas une solution normée de sorte que l'onde ψ normée ne possède pas la propriété de superposition qui caractérise les ondes physiques solutions d'une équation de propagation linéaire. Aussi a-t-on été amené à considérer l'onde ψ comme une simple représentation de probabilité, un simple instrument de prévision, permettant de prévoir la probabilité des résultats possibles de la mesure des grandeurs attachées à une particule ou à un ensemble de particules. Or, il est impossible qu'une simple représentation de probabilités puisse provoquer des phénomènes physiques tels que manifestation localisée d'une particule, phénomènes d'interférence ou de diffraction, etc, ou imposer des valeurs aux énergies des états stationnaires des atomes. Seule une réalité objective peut provoquer de tels effets et une représentation de probabilités n'a pas ce caractère.

Néanmoins, il est certain que l'utilisation de l'onde ψ et de ses généralisations a conduit à un très grand nombre de prévisions exactes et de théories fructueuses. C'est là un fait qu'il ne saurait être question de contester. La situation s'éclaire si l'on fait intervenir à côté de l'onde ψ statistique l'onde ν , réalité physique objective, qui, elle, peut provoquer les phénomènes dont l'onde ψ fournit l'aspect statistique.

Mais cela rend nécessaire d'établir une relation entre l'onde ψ et l'onde ν . En introduisant une constante C qui peut être complexe, nous sommes conduits à écrire :

$$(31) \quad \psi = C\nu = Ca e^{\frac{i}{\hbar} \varphi}$$

C étant un facteur de normalisation tel que

$$\int_V |\psi|^2 d\tau = 1 \text{ où } V \text{ est le volume occupé par l'onde } \nu.$$

C'est ce que nous avons expliqué dans le paragraphe précédent.

Une première remarque à faire au sujet de la relation (31) est la suivante : comme $|\psi| = |C|a$ et que la phase de ψ ne peut différer de celle de ν que par

une constante additive, nous voyons que la formule du guidage et l'expression du potentiel quantique données précédemment sont insensibles à la substitution de ψ à v .

Une autre remarque est la suivante : $|C|$ doit être très supérieur à 1. En effet, considérons une grandeur attachée à la particule dont on connaît la valeur g . La théorie actuelle, qui utilise uniquement la fonction ψ , admet que cette grandeur est répandue dans toute l'onde avec une densité $|\psi|^2$ de sorte que $\int |\psi|^2 g d\tau = g$. Mais, en théorie de la double solution, la grandeur g est très fortement concentrée dans la très petite région occupée par la particule et l'intégrale de $a^2 g d\tau$ étendue à l'onde v dans tout le volume V doit être beaucoup plus petite que g , d'où l'on tire :

$$(32) \quad \int_V a^2 g d\tau \ll \int_V |\psi|^2 g d\tau$$

d'où d'après (31) :

$$(33) \quad |C| \gg 1$$

On peut interpréter ce résultat en disant que la théorie statistique actuelle considère comme répandue dans toute l'onde ce qui est en réalité presque entièrement concentré dans la particule.

REMARQUE SUR L'EMPLOI DE L'ESPACE DE CONFIGURATION EN THEORIE DE SCHRÖDINGER.

Dès la publication des mémoires de Schrödinger en 1926, j'avais remarqué que l'introduction de l'espace de configuration dans une théorie qui ne localise pas les particules dans l'onde était paradoxale puisque l'espace de configuration est formé avec les coordonnées des particules, coordonnées dont on n'admet pas l'existence.

Dans un ancien travail publié en 1929 par C.G. Darwin, travail que j'ai analysé dans un de mes li-

vres ⁽¹⁾, l'auteur avait montré, en étudiant un certain problème de choc entre deux particules, que ce problème ne pouvait être résolu qu'en se servant de l'espace de configuration. Ainsi, paradoxalement, cet espace visiblement fictif se montre une représentation de la réalité plus exacte que la représentation des particules dans l'espace physique par une onde sans localisation. De plus, si l'on étudie les théories qui ont fait le succès de la Mécanique quantique usuelle, telles que celles de la molécule d'hydrogène, de l'ortho et du parahydrogène, de la molécule d'Hélium, etc, on constate qu'elles impliquent toutes l'emploi de l'espace de configuration. Il ne saurait en être autrement puisque l'interaction entre deux ou plusieurs particules s'exprime en fonction des distances mutuelles de ces particules, notion qui a un sens précis dans l'espace de configuration, mais n'en a pas dans l'espace physique si les particules n'y sont pas localisées.

Je crois donc pouvoir en conclure que l'emploi par Schrödinger d'ondes étendues sans particules localisées n'a pu conduire à de grands succès que parce qu'il avait ensuite introduit *subrepticement* dans sa théorie la localisation des particules par l'emploi, dans le cas des ensembles de particules, de l'espace de configuration car cet espace implique nécessairement la localisation des particules dans l'espace physique.

(¹) *Etude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire*, Paris, 1963, p. 77-80.

3

La Thermodynamique cachée des particules

Reprenons les principales idées que j'ai développées comme prolongement de la théorie de la double solution depuis 1960.

L'idée de considérer une particule comme une petite horloge conduit assez naturellement à penser que l'énergie de masse propre $M_0 c^2$ d'une particule peut être considérée comme une chaleur cachée. En effet, une petite horloge contient dans son système propre une énergie d'agitation périodique interne qui ne s'accompagne d'aucune quantité de mouvement d'ensemble. Cette énergie est donc assimilable à celle d'un corps contenant de la chaleur en état d'équilibre interne.

Nous introduirons ici la formule de transformation relativiste de la chaleur connue depuis les travaux anciens de Planck et de Laue vers 1908. Si, dans le système propre d'un corps en équilibre intérieur homogène, la chaleur contenue dans ce corps est Q_0 , dans un système de référence où le corps a la vitesse d'ensemble βc , la chaleur Q qu'il contient est :

$$(1) \quad Q = Q_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

Bien que cette formule longtemps incontestée ait été récemment mise en doute, je suis arrivé dans ces dernières années à la conviction qu'elle est bien exacte et qu'elle est certainement applicable à un corps très petit comme une particule. Si donc une particule contient dans son système propre une quan-

tité de chaleur $Q_0 = M_0 c^2$, la quantité de chaleur qu'elle transporte dans un système de référence où elle a la vitesse βc est :

$$(2) \quad Q = Q_0 \sqrt{1 - \beta^2} = M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} = h\nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

La particule nous apparaît alors comme étant à la fois une petite horloge de fréquence $\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ et comme un petit réservoir de chaleur de contenu calorifique $Q = Q_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ en mouvement avec la vitesse βc . C'est l'identité de forme des formules de transformation relativiste pour la fréquence d'une horloge et pour la chaleur qui rend possible ce double aspect.

Quand la particule se déplace suivant la loi du guidage, si l'onde n'est pas plane monochromatique, la masse propre M_0 varie suivant la formule :

$$M_0 = \sqrt{m_0^2 + \frac{\hbar^2}{c^2} \frac{\square a}{a}}$$

donnée au chapitre précédent, formule (9). Nous avons vu que le mouvement de la particule est alors réglé par une Dynamique relativiste à masse propre variable et nous sommes ainsi conduits à penser qu'il existe un lien étroit entre la formule fondamentale de la Thermodynamique relativiste et la formule du guidage. C'est ce que va nous montrer le raisonnement suivant.

Rappelons d'abord que, si φ est la phase de l'onde écrite sous la forme $ae^{\frac{i}{\hbar} \varphi}$ avec a et φ réels, la théorie du guidage nous dit que l'on a :

$$(3) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad - \text{grad } \varphi = \frac{M_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

D'autre part, la formule (2) de Planck-Laue peut s'écrire :

$$(4) \quad Q = M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \vec{v} \cdot \vec{p}$$

En portant (3) dans (4), nous obtenons :

$$(5) \quad Q = M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad } \varphi = \frac{d\varphi}{dt}$$

Mais, si la particule est assimilable à une horloge de fréquence propre $\frac{M_0 c^2}{h}$, la phase de sa vibration interne écrite sous la forme $a_i e^{\frac{i}{h} \varphi_i}$ avec a et φ réels est :

$$(6) \quad \varphi_i = h\nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} t = M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} t$$

et l'on aura :

$$(7) \quad d(\varphi - \varphi_i) = 0$$

ce qui est en accord avec notre hypothèse fondamentale suivant laquelle la particule se déplace dans son onde en restant constamment en phase avec elle. Il existe donc un lien étroit entre la théorie du guidage et la thermodynamique relativiste. Ce fait est d'autant plus remarquable que la formule (1) résulte des travaux de Planck et de Laue qui sont très antérieurs à l'apparition de la Mécanique ondulatoire et de la théorie de la double solution.

LA RELATION ENTRE L'ACTION ET L'ENTROPIE.

Après tout ce qui vient d'être dit, il paraît naturel de raisonner comme il suit. La dynamique relativiste nous apprend que la fonction de Lagrange d'une particule libre de masse propre M en mouvement avec la vitesse βc est $\mathcal{L} = - M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2}$ et que :

$$(8) \quad \int \mathcal{L} dt = - \int M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} dt$$

est l'intégrale d'action, invariante puisque $M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} dt = M_0 c^2 dt_0$ où dt_0 est l'élément de temps propre de la particule. En accord avec une idée déjà aperçue par Eddington, il y a une quarantaine d'années, il est alors tentant de chercher à établir une relation entre les deux grands invariants de la Physique qui sont l'Action et l'Entropie. Mais, pour pouvoir le faire, il faut donner à l'intégrale d'Action (8) une valeur bien définie en choisissant convenablement l'intervalle d'intégration. Avec nos idées, il paraît naturel de choisir comme intervalle d'intégration la période T_i de la

vibration interne de la particule de masse propre m_0 dans le système de référence où elle est en mouvement avec la vitesse βc . Comme l'on a :

$$(9) \quad \frac{1}{T_i} = \frac{m_0 c^2}{h} \sqrt{1 - \beta^2}$$

on définit ainsi une intégrale "cyclique" d'action en remarquant que, la période T_i étant toujours très petite, on peut considérer que M_0 et β sont sensiblement constants dans l'intervalle d'intégration et en posant comme définition de l'Action A où M_0 est la masse propre variable de la particule en mouvement :

$$(10) \quad \frac{A}{h} = - \int_0^{T_i} \frac{M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2}}{h} dt = - \frac{M_0 c^2}{m_0 c^2}$$

L'on est alors amené à définir l'entropie de l'état de la particule par la forme suivante si le signe - traduit le fait que le minimum de l'Action correspond au maximum de l'entropie :

$$(11) \quad - \frac{S}{k} = \frac{A}{h}$$

où k et h sont respectivement la constante de Boltzmann et celle de Planck. On a alors, puisque

$\delta Q_0 = \delta M_0 c^2$, la relation :

$$(12) \quad \delta S = - k \frac{\delta Q_0}{m_0 c^2}$$

Nous sommes ainsi parvenus à attribuer au mouvement de la particule une certaine entropie et par suite une certaine probabilité P donnée par la formule de Boltzmann écrite sous la forme $P = e^{\frac{S}{k}}$.

Des conceptions précédentes, j'ai pu tirer un certain nombre de résultats que l'on trouvera exposés dans mes publications sur ce sujet, en particulier dans mon livre déjà cité "La Réinterprétation de la Mécanique Ondulatoire". Les deux résultats les plus importants, que je me contenterai de citer, sont les suivants :

1°) Le principe de moindre Action n'est qu'un cas particulier du second principe de la Thermodynamique.

2°) Le privilège, dont Schrödinger avait souligné le caractère paradoxal, que la Mécanique quantique actuelle attribue aux ondes planes monochromatiques et aux états stationnaires des systèmes quantifiés, s'explique par le fait qu'ils correspondent à des maximums de l'entropie, les autres états étant non pas inexistantes, mais d'une bien moindre probabilité.

NECESSITE D'INTRODUIRE DANS LA THEORIE DE LA DOUBLE SOLUTION UN ELEMENT ALEATOIRE.

Nous avons jusqu'ici raisonné en admettant que le mouvement de la particule dans son onde est entièrement déterminé par la loi du guidage. Nous allons pouvoir maintenant montrer pourquoi ce point de vue ne peut pas être entièrement conservé.

Nous raisonnerons en partant de l'équation de Schrödinger qui fournit toujours une première approximation pour les vitesses petites par rapport à c . Nous avons vu dans le chapitre précédent que l'équation de continuité (C) conduit à admettre que la probabilité de présence de la particule dans l'élément de volume $d\tau$ est proportionnelle à $a^2 d\tau$, a étant l'amplitude de l'onde v , ce qui conduit, en introduisant l'onde statistique ψ normée par la relation $\psi = Cv$, à dire que la probabilité en question est égale en valeur absolue à $|\psi|^2$, résultat bien connu. Cependant cette idée paraît avec nos conceptions conduire à des difficultés. On le voit, par exemple, en considérant un atome d'hydrogène dans un de ses états stationnaires du type s . La formule du guidage $\vec{v} = - \frac{\text{grad } \varphi}{m}$ nous donne alors $\vec{v} = 0$. L'électron serait donc immobile dans l'atome et l'on ne voit pas comment la relation de continuité (C) pourrait nous conduire à justifier la probabilité en $|\psi|^2 d\tau$. On peut donc conclure qu'il faut compléter cette relation par un élément aléatoire.

Cette difficulté est tout à fait analogue à celle qui est bien connue en Mécanique statistique classique où le théorème de Liouville, qui fournit une formule de continuité dans l'espace des phases ne suffit pas à établir que la probabilité pour que le point qui représente l'état d'un ensemble de molécules soit présent dans un élément de volume de son

extension en phase soit proportionnelle à cet élément de volume. Pour justifier cette affirmation, il est nécessaire d'introduire dans le mouvement des molécules un élément aléatoire qui perturbe constamment ce mouvement. Boltzmann, considérant cet élément aléatoire comme résultant des chocs continuels entre molécules, l'avait appelé "le chaos moléculaire".

Par analogie, il semble bien que le fait universellement admis qu'une particule a une probabilité $|\psi|^2 d\tau$ de manifester sa présence dans un élément de volume $d\tau$ entraîne nécessairement, quand on adopte les idées de la théorie de la double solution, l'intervention d'un élément aléatoire d'origine cachée. Or, cela implique que le mouvement régulier de la particule, tel qu'il est prévu par la loi du guidage, doit subir continuellement des perturbations aléatoires dont l'effet est de la faire constamment passer d'une trajectoire de guidage sur une autre. Alors, grâce à l'introduction de ces perturbations aléatoires, l'équation de continuité $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \vec{v} = 0$ où $\rho = a^2$ et où \vec{v} est la vitesse de guidage permettra de justifier la loi de probabilité de fréquence en $|\psi|^2$.

On aboutit ainsi à l'idée que le mouvement d'une particule est la combinaison d'un mouvement régulier défini par la formule du guidage et d'un mouvement aléatoire ayant le caractère d'une agitation brownienne. Une comparaison simple fera mieux comprendre la possibilité d'une telle superposition de mouvements. Considérons l'écoulement d'un fluide. Un granule placé à la surface du fluide sera entraîné par le mouvement de celui-ci. Si le granule est assez lourd pour ne pas subir sensiblement l'action des chocs individuels qu'il reçoit des molécules invisibles du fluide, il décrira l'une des lignes de courant de l'écoulement hydrodynamique qui pourront être comparées aux trajectoires de guidage. Mais, si le granule est suffisamment léger, son mouvement sera constamment perturbé par ses chocs individuels avec les molécules du fluide. Il sera donc animé, en plus du mouvement régulier qui tend à lui faire suivre le long d'une ligne de courant l'écoulement général du fluide, d'un mouvement brownien qui le fera constamment passer d'une ligne de courant sur une autre. Nous obtenons ainsi une image de la super-

position d'un mouvement aléatoire à un mouvement régulier analogue à celle que nous proposons pour la particule.

Dans l'image hydrodynamique que nous venons d'exposer, c'est l'ensemble des molécules invisibles du fluide qui joue le rôle d'un thermostat caché, thermostat qui par son interaction constante avec le granule, lui impose un mouvement brownien suivant une conception bien connue de la Thermodynamique statistique. Mais, dans le cas d'une particule qui nous semble soustraite à toute action perturbatrice comme un électron dans un atome d'hydrogène, quelle peut être l'origine de ces perturbations aléatoires dont il nous paraît nécessaire d'admettre l'existence ? La question étant ainsi posée, on est évidemment amené à penser que toute particule, même quand elle nous paraît isolée, est constamment en contact énergétique avec un milieu caché qui constituerait une sorte d'invisible thermostat. Cette hypothèse avait été envisagée, il y a une vingtaine d'années, par Bohm et Vigier qui ont donné à cet invisible thermostat le nom de "milieu subquantique". Nous pensons qu'il y a lieu d'admettre que la particule échange continuellement de l'énergie et de la quantité de mouvement avec un tel thermostat caché. Ces échanges auraient lieu régulièrement d'une façon bien définie si le mouvement de guidage existait seul, mais il s'y superpose des échanges énergétiques aléatoires ayant le caractère de fluctuations d'un type bien connu en thermodynamique statistique.

Dès qu'on a admis l'existence d'un milieu subquantique caché, on est amené à se demander quelle est la nature de ce milieu. Il est certainement assez complexe. En effet, il doit d'abord ne pas pouvoir servir de milieu de référence universel, ce qui serait en opposition avec la théorie de la Relativité. De plus, il se comporte non comme un thermostat unique, mais plutôt comme un ensemble de thermostats dont les températures seraient reliées aux énergies propres $m_0 c^2$ des diverses sortes de particules. Bien que des tentatives intéressantes aient déjà été faites pour préciser la nature du milieu subquantique, il me paraît prématuré de discuter ici ce problème.

Dans le précédent chapitre et dans celui-ci, j'ai exposé dans ses grandes lignes l'état actuel de l'interprétation de la Mécanique par la théorie de la double solution avec ses prolongements thermodynamiques récents. Je crois que cette interprétation, quand elle aura été approfondie, étendue et peut-être sur certains points modifiée, permettra de mieux comprendre la véritable nature de la coexistence des ondes et des particules sur laquelle les formalismes de la Mécanique quantique actuelle ne nous fournissent que des renseignements statistiques, souvent exacts, mais à mon avis incomplets.

REMARQUE FINALE.

La transformation de Lorentz permet d'écrire :

$$(13) \quad \frac{W - \vec{p} \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = W_0$$

d'où l'on tire aisément si l'on pose $W = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ et $p = \frac{M_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

$$(14) \quad \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = M_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} + \frac{M_0 v^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

ce qui est la formule fondamentale de ma théorie du mouvement d'une particule, formule qui implique que l'énergie $M_0 c^2$ est une chaleur se transformant suivant l'équation $Q = Q_0 \sqrt{1 - \beta^2}$.

Il y a lieu alors de comparer la formule (14) avec la formule usuelle :

$$(15) \quad \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = M_0 c^2 + M_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

qui implique l'invariance de $M_0 c^2$. C'est en admettant que l'énergie $M_0 c^2$ est une énergie de chaleur et, par suite, n'est pas invariante que l'on obtient la formule (14) au lieu de la formule (15).

Et, si l'on doit incorporer les potentiels dans la masse propre, on peut se demander si ces potentiels n'ont pas aussi une nature calorifique.

Remarquons encore que si le mouvement de la particule se ralentit, puis s'annule, on peut écrire :

$$(16) \quad \int_{\beta}^0 \delta \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \int_{\beta}^0 \delta M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} + \int_{\beta}^0 \delta \frac{M_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

on peut alors interpréter cette formule de la façon suivante :

"Au moment de l'arrêt de la particule, l'énergie *recupérable*, faussement nommée énergie cinétique par la Mécanique relativiste usuelle est égale à la véritable énergie qui disparaît diminuée de l'augmentation de l'énergie calorifique interne de la particule quand elle passe du mouvement à l'arrêt".

Pour un photon se propageant librement, la masse μ_0 est extrêmement petite et la vitesse extraordinairement voisine de c (β à 1). Alors la formule (14) donne :

$$(17) \quad \frac{\mu_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx \frac{\mu_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

et l'énergie récupérable au moment de l'arrêt du photon est, à très peu près, égale à l'énergie cinétique.

LA THERMODYNAMIQUE CACHEE DES PARTICULES ET L'OEUVRE DE BOLTZMANN.

René Dugas, grand historien des sciences d'une très vaste érudition, venait d'achever sous le titre "La théorie physique au sens de Boltzmann" un ouvrage d'un grand intérêt sur l'oeuvre scientifique du fondateur de la Thermodynamique statistique quand il mourut prématurément en 1957. Sa famille réalisa en 1959 la publication posthume de ce livre précédée d'une préface dont j'étais l'auteur (Editions du Griffon, Neuchâtel, Suisse).

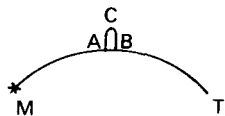
En relisant cette magnifique analyse de la pensée de Boltzmann, j'ai trouvé à la page 116 une remarque dont je n'avais pas jusque là aperçu la portée. Dans un travail publié dès 1866, Boltzmann était parvenu à la remarquable conclusion suivante : "Pour un ensemble de particules en équilibre thermodynamique, le maximum de l'entropie S qui est relié à la probabilité P de l'état par la formule $S = k \log P$ correspond au mini-

mum de l'Action définie à partir du mouvement des molécules". En relisant ce texte, j'ai été frappé par la ressemblance entre cette remarque de Boltzmann et l'une des idées de base les plus importantes de ma Thermodynamique cachée des particules. Je n'ai, en somme, fait que transposer au niveau de cette thermodynamique cachée une idée qui était déjà exacte en Thermodynamique statistique ancienne.

Nous parvenons ainsi à une intéressante conclusion. Quand Boltzmann et ses continuateurs ont développé leur interprétation statistique de la Thermodynamique, on a pu considérer la Thermodynamique comme une branche compliquée de la Dynamique. Mais, avec mes idées actuelles, c'est la Dynamique qui apparaît comme une branche simplifiée de la Thermodynamique. Je pense que, de toutes les idées que j'ai introduites en théorie quantique dans ces dernières années, c'est cette idée-là qui est, de beaucoup, la plus importante et la plus profonde.

DEMONSTRATION SIMPLE DE LA RELATION ENTRE L'ACTION ET L'ENTROPIE.

Considérons le mouvement normal d'une particule M le long de sa trajectoire T.



Ce mouvement s'effectue en obéissant au principe de moindre Action. Mais si, au point A, la particule s'écarte un instant de sa trajectoire normale en décrivant la boucle A B C, son mouvement le long de cette boucle

correspond à une Action plus grande que celle qui correspond à la portion A B de la trajectoire normale. Il est évident que la portion A B C de la trajectoire est moins probable que la portion normale A C. Elle doit donc correspondre, en vertu de la relation de Boltzmann :

$$(18) \quad S = k \log P$$

à une entropie plus faible. Nous voyons ainsi que l'augmentation de l'Action sur A B C par rapport à l'Action qui correspond au trajet normal A C doit être liée à une diminution de la probabilité P et, par

suite à une diminution de l'Entropie S . Sur le trajet A B C, δA et δS sont donc de signes contraires. Or, la constante de Planck h peut être considérée comme une unité d'Action et la constante de Boltzmann k comme une unité d'entropie, bien que l'Action et l'Entropie ne soient pas en général des multiples entiers de h et de k . Il paraît donc naturel d'établir entre les variations δA et δS de l'Action et de l'Entropie la relation générale :

$$(19) \quad \frac{A}{h} = - \frac{S}{k}$$

Comment se justifie le signe - figurant dans la formule (19) ? On peut le voir en admettant que la particule est un système trop simple pour qu'on puisse lui attribuer une entropie. Il est alors naturel de considérer l'entropie S définie ci-dessus comme se rapportant au thermostat caché. L'entropie S ainsi définie diminue quand le thermostat caché cède de la chaleur à la particule, ce qui explique la présence du signe - dans la formule (19).

Je me contente de signaler que l'on peut développer la théorie en attribuant à la particule une température T qui dépend de sa masse propre m_0 .

4

Sur l'interprétation de l'expérience de Pfleegor et Mandel

Une belle expérience due à MM. Pfleegor et Mandel ⁽¹⁾ a démontré que l'on peut déceler l'existence de franges d'interférences dues à la superposition des ondes émises par deux lasers indépendants dans des conditions telles qu'il n'y ait pratiquement jamais deux photons arrivant à la fois dans l'appareil d'interférences. L'interprétation de ce résultat avec les idées actuellement admises en Physique quantique est difficile comme on le voit en lisant la conclusion de l'article de Pfleegor et Mandel. Au contraire, elle nous semble très simple et très claire avec les idées que l'un de nous (L.B.) a reprises depuis quelques années sur la nature de la coexistence des ondes et des particules. Nous allons le montrer, mais, comme nos idées sur ce sujet sont peu connues, nous commencerons par en donner un très rapide résumé. Pour plus de détails, on pourra se reporter aux publications indiquées dans la bibliographie ⁽²⁾.

Pour nous, conformément aux images classiques, la particule est un très petit objet constamment localisé dans l'espace et l'onde est un processus physique qui se propage dans l'espace au cours du temps suivant une certaine équation de propagation. L'onde, que nous nommons l'onde v , doit être bien distinguée de l'onde statistique ψ arbitrairement normée de la Mécanique quantique usuelle à laquelle elle est reliée d'une façon qui est précisée dans nos publications anté-

(*) En collaboration avec Andrade e Silva, publié en anglais dans *Physical Review*, 172 (voir page 24).

rieures. Cette onde ν est d'une très faible amplitude et ne transporte pas d'énergie, du moins d'une façon sensible. La particule est une très petite région de haute concentration d'énergie incorporée à l'onde dans laquelle elle constitue une sorte de singularité en général mobile. En raison de cette incorporation de la particule à l'onde, la particule possède une vibration interne telle qu'au cours de son déplacement, elle reste constamment en phase avec la vibration de son onde. Nous avons montré, dans nos exposés antérieurs, que la trajectoire "moyenne" de la particule est déterminée en fonction de la forme de l'onde par une certaine "loi du guidage", mais à ce mouvement moyen se superposent de continuelles fluctuations correspondant à une Thermodynamique cachée des particules ⁽³⁾. On peut en déduire l'expression de la probabilité pour que la particule se trouve à l'instant t dans l'élément de volume $d\tau$ de l'espace, expression qui dans le cas où l'on peut adopter pour l'onde ν l'équation de Schrödinger a la forme bien connue $|\psi|^2$.

Si l'on applique les idées générales précédentes au cas particulier des ondes électromagnétiques et des photons ⁽⁴⁾, on est amené à considérer l'onde ν des photons comme une très faible onde électromagnétique obéissant très sensiblement aux équations de Maxwell. C'est cette circonstance qui explique, pensons-nous, le fait en premier abord paradoxal que la théorie électromagnétique de Maxwell suffise à interpréter un très grand nombre de phénomènes bien qu'elle ignore l'existence cependant certaine des photons. En effet, suivant la loi du guidage, la répartition des photons dans l'espace et la phase de leur vibration interne se trouvent être entièrement en accord avec les prévisions de la théorie électromagnétique. Dans un champ d'interférences, la probabilité de la présence d'un photon en un point est donc proportionnelle au carré de l'amplitude (intensité) de l'onde ν en ce point de sorte que la répartition statistique dans la région d'interférences d'un grand nombre de photons est bien celle que prévoit la théorie ondulatoire électromagnétique.

En utilisant les conceptions qui viennent d'être résumées, nous allons maintenant développer notre interprétation du résultat de l'expérience de Pfleegor et Mandel. Pour nous, dans la cavité d'un laser, il

s'établit une onde électromagnétique ν stationnaire sur laquelle des photons sont émis par certains atomes dans un processus quantique d'émission stimulée. La cavité a une partie de sa paroi qui est en partie transparente. L'onde ν intérieure filtre donc légèrement à l'extérieur pendant toute la durée de l'émission laser. S'il y a deux lasers indépendants disposés de façon que les ondes ν qu'ils émettent aillent se superposer dans un appareil d'interférences, comme c'est le cas dans l'expérience étudiée, *les franges d'interférences existent dans l'appareil même quand aucun photon ne vient permettre de les détecter*. Il est d'ailleurs physiquement tout à fait évident que chaque photon arrivant dans la région d'interférences provient de l'un des lasers, celui où se trouve l'atome qui l'a émis par une transition stimulée.

Si les lasers émettent très peu de photons à l'extérieur, un photon sortira de temps en temps de l'un des lasers et arrivera isolément dans la région d'interférences. S'il y manifeste sa présence par une localisation observable, ce sera le plus souvent dans une région de grande amplitude *de la superposition des ondes ν émises par les deux lasers*. En effet, dans la région d'interférences, le mouvement du photon est guidé par cette superposition et non pas par l'onde simple qui le portait à la sortie du laser où il est né.

Si, au bout d'un temps suffisamment long (à l'échelle de la durée très courte d'une impulsion laser), il arrive dans la région d'interférences un nombre suffisant de photons, provenant de l'un ou de l'autre laser, pour que l'on puisse détecter les franges d'interférences, ces photons se répartiront statistiquement dans cette région proportionnellement aux intensités locales des ondes électromagnétiques ν . Bien que les photons arrivent isolément les uns après les autres, on pourra donc finalement observer les franges d'interférences exactement pour la même raison qu'on peut les observer dans les expériences d'interférences ordinaires à très faible intensité du type Taylor. L'interprétation du résultat expérimental de Pfleegor et Mandel nous paraît ainsi obtenue d'une façon qui nous semble très claire et très intéressante.

Mais nous voulons insister encore sur certains points importants de notre interprétation.

Un photon provenant de l'un ou de l'autre laser et arrivé dans la région d'interférences est guidé, cela nous paraît physiquement certain, par la superposition des ondes émises par les deux lasers et c'est pour cette raison qu'il est impossible de savoir dans lequel des deux lasers il a pris naissance. Notre interprétation de cette impossibilité ne fait intervenir ni les relations d'incertitude d'Heisenberg, ni l'indiscernabilité des bosons qui, pour nous, n'est qu'une apparence résultant des perturbations aléatoires subies par les photons et n'implique pas une perte de personnalité.

L'erreur commise dans les interprétations que l'on cherche actuellement à donner de ce genre de phénomènes est, croyons-nous, de parler d'interférences entre photons comme si les interférences étaient dues aux photons. On sait, en effet, depuis Fresnel que les interférences sont un phénomène d'origine ondulatoire. Les interférences d'une onde électromagnétique ν se produisent, selon nous, d'une façon classique, mais en raison de la très faible intensité de l'onde, elles ne sont pas par elles-mêmes observables. Néanmoins, en raison du guidage du photon par la superposition des ondes qui interfèrent, l'arrivée d'un photon en un point d'une région d'interférences sera d'autant plus probable que l'amplitude de l'onde ν résultante en ce point sera plus grande. C'est donc dans les régions de plus grande intensité de l'onde que les photons auront le plus de chance de produire des phénomènes locaux observables tels qu'effet photo-électrique, noircissement local d'une plaque photographique, etc. En résumé, ce ne sont pas les photons, mais les ondes électromagnétiques ν qui produisent les interférences : le rôle des photons, qui est essentiel, est seulement de permettre de détecter les interférences par la manière dont ils se répartissent statistiquement dans la région où existent ces interférences.

BIBLIOGRAPHIE.

- (¹) Phys. Rev. 159, n° 5, 25 july 1967, p. 1084.
- (²) Une interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire : la théorie de la double solution - Gauthier-Villars, Paris, 1956. Traduction anglaise Elsevier, Amsterdam, 1960. Etude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire. Gauthier-Villars, Paris 1963. Traduction anglaise, Elsevier, Amsterdam, 1964. Certitudes et incertitudes de la Science - Albin Michel, Paris, 1966.
- (³) La Thermodynamique de la particule isolée (ou Thermodynamique cachée des particules) Gauthier-Villars, Paris, 1964. La Thermodynamique cachée des particules. Annales de l'Institut Henri Poincaré, Vol. 1, F. 1, 1964, p. 1-19.
- (⁴) La coexistence des photons et des ondes dans les rayonnements électromagnétiques et la théorie de la double solution. Energie Nucléaire, Vol. 7 - n° 3, Mai 1965. Ondes électromagnétiques et Photons - Gauthier-Villars, Paris, 1968.

5

Sur les relations d'incertitude

En ce qui concerne les relations d'incertitude, il est essentiel de commencer par remarquer que, si l'on considère un train d'ondes mathématiquement représenté par une superposition de composantes de Fourier, c'est le train d'ondes qui est la réalité physique. Les composantes de Fourier n'existent que dans l'esprit du théoricien. Il en résulte que, pour nous comme en Mécanique quantique usuelle, les grandeurs δx , δy , δz mesurant les dimensions du train d'ondes représentent les incertitudes sur la position de la particule dans ce train d'ondes. Pour nous, cette position existe à chaque instant, mais, comme cette position est déterminée par la loi du guidage et par les perturbations aléatoires d'origine subquantique, on voit aisément qu'elle nous reste inconnue.

La situation est, au contraire, tout à fait différente en ce qui concerne les incertitudes δp_x , δp_y , δp_z . Pour nous, ces incertitudes n'ont aucune existence réelle dans l'état initial puisque les p_x , p_y , p_z du développement de Fourier n'ont pas de sens physique. Ces incertitudes ne prennent un sens physique que, quand l'état initial ayant été détruit par une intervention expérimentale, la particule se trouve animée d'un mouvement qui appartient à une suite de mouvements où la quantité de mouvement de guidage peut être considérée comme ayant une valeur bien définie.

Les incertitudes δx , δy , δz et les incertitudes δp_x , δp_y , δp_z étant définies comme nous venons de le faire sont bien reliées par les relations :

$$(1) \quad \delta x \cdot \delta p_x \geq h \quad \delta y \cdot \delta p_y \geq h \quad \delta z \cdot \delta p_z \geq h$$

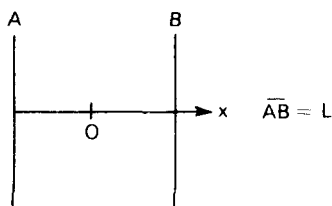
Mais les incertitudes δp_x , δp_y , δp_z ne se rapportent pas au même état que les incertitudes δx , δy , δz et cela fait tomber l'interprétation que l'on donne habituellement aux relations d'incertitude et les conclusions qu'on prétend en tirer.

J'ai déjà parlé dans l'introduction du fameux argument connu sous le nom de "microscope d'Heisenberg". Il consiste essentiellement à appliquer à un seul photon qui, après avoir subi un choc Compton avec un électron, pénètre dans un microscope la théorie du pouvoir séparateur bien connue en optique classique. Mais la formule du pouvoir séparateur n'est valable que pour une onde lumineuse transportant un grand nombre de photons et n'est aucunement applicable à un seul photon.

Je veux maintenant illustrer par un exemple concret les considérations développées dans le présent paragraphe.

2. LIBERATION D'UNE ONDE STATIONNAIRE.

Considérons une onde stationnaire emprisonnée entre deux miroirs parallèles de distance L .



Cette onde stationnaire est représentée en notation complexe par l'expression :

$$(2) \quad 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} e^{2\pi i \nu t}$$

avec :

$$(3) \quad L = n \frac{\lambda}{2}$$

où n est un nombre entier au moins égal à 1.

Si l'on calcule la quantité de mouvement de la particule dans son onde par la formule de guidage, on trouve $p_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$ et $\delta x = L$. On a donc :

$$(4) \quad \delta x \cdot \delta p_x = 0$$

La relation d'incertitude n'est donc pas satisfaite dans cet état initial, mais nous avons calculé p_x , nous ne l'avons pas mesuré. Pour le mesurer, nous pouvons enlever brusquement les miroirs A et B. Les ondes monochromatiques qui interféraient et qui n'étaient qu'une représentation mathématique de l'état d'interférence vont alors se séparer et former deux trains distincts se dirigeant l'un vers la droite, l'autre vers la gauche. Il y aura alors une probabilité égale à $\frac{1}{2}$ que la particule se trouve dans l'un de ces trains d'ondes, mais nous ignorons dans lequel des deux elle est localisée. Si la particule manifeste sa présence, nous connaissons sa quantité de mouvement qui sera $p_x = +\frac{h}{\lambda}$ si elle est dans le train d'ondes de droite et $p_x = -\frac{h}{\lambda}$ si elle est dans le train d'ondes de gauche. L'incertitude sur p_x a donc la valeur $\delta p_x = 2 \frac{h}{\lambda}$. Quant à l'incertitude sur x , elle est égale à L , $\delta x = n \frac{\lambda}{2}$ d'après (3). On trouve donc finalement :

$$(5) \quad \delta x \cdot \delta p_x = 2 \frac{h}{\lambda} \cdot n \frac{\lambda}{2} = nh \geq h$$

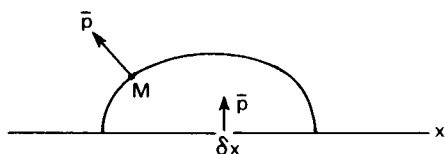
puisque n est un nombre entier supérieur ou égal à 1. La relation d'incertitude se trouve donc vérifiée en ce qui concerne le p_x mesuré, mais c'est à l'aide

d'une opération qui a modifié l'état ondulatoire initial pour lequel l'équation (4) était valable.

3. AUTRE EXEMPLE DE RELATION D'INCERTITUDE.

Dans le cas que nous venons d'étudier, il y avait une séparation dans l'espace de deux trains d'ondes dont la superposition constituait l'état initial. Nous voulons maintenant étudier un cas où il n'y a pas à proprement parler de séparation de trains d'ondes.

Considérons le passage d'un train d'ondes approximativement monochromatique à travers un trou de largeur δx percé dans un écran et suffisamment petit pour qu'un phénomène de diffraction se produise à sa sortie.



Quand un photon traverse ce trou, sa quantité de mouvement se réduit à sa composante normale au trou et l'on a $\delta p_x = 0$.

Par suite $\delta x \cdot \delta p_x = 0$

et la relation d'incertitude n'est pas satisfaite. Mais, un instant plus tard, l'onde, qui a franchi le trou et subi un effet de diffraction,

a des surfaces d'onde dont la forme est analogue à C. Si alors le photon est parvenu au point M, sa quantité de mouvement \vec{p} a une composante p_x non nulle que d'ailleurs nous ignorons puisque la position du photon nous est inconnue et nous avons la relation :

$$(6) \quad \delta x \cdot \delta p_x \geq h$$

Mais ici encore les incertitudes δx et δp_x ne se rapportent plus à un même état puisque, quand le photon se trouve en M, il n'est plus dans le trou de largeur δx . Et ceci fait encore tomber la manière dont on interprète habituellement les relations d'incertitude et les conséquences qu'on en tire.

Ici la situation n'est plus la même que celle que nous avons envisagée dans le précédent paragraphe. Ici, en effet, le δp_x ne résulte plus de la séparation complète dans l'espace de deux trains d'ondes. Elle résulte d'une relative séparation des composantes de Fourier de l'onde incidente due à un effet de diffraction.

4. SUR LA RELATION D'INCERTITUDE $\delta n. \delta \varphi \geq 2\pi$.

La théorie de la seconde quantification et la théorie quantique des champs qui en dérive ont conduit à admettre la validité d'une relation d'incertitude entre le nombre des photons portés par une onde électromagnétique et sa phase qui est :

$$(7) \quad \delta n. \delta \varphi \geq 2\pi$$

On a cherché à donner à cette relation une interprétation la rattachant à la 4^e relation d'incertitude de Heisenberg dont la véritable interprétation a été, elle aussi, assez discutée. Le raisonnement qu'on a proposé pour rattacher cette 4^e relation d'incertitude :

$$(8) \quad \delta W. \delta t \geq h$$

à la relation (7) est le suivant. Soit un train d'ondes de fréquence ν transportant n photons. Si l'incertitude sur n est δn , l'incertitude sur l'énergie est $\delta W = \delta n. h\nu$. D'autre part, l'on peut écrire $\delta \varphi = 2\pi\nu\delta t$ où δt est une incertitude sur le temps. On a alors $\delta n. \delta \varphi = \frac{2\pi}{h} \delta W. \delta t$ et de (8), on déduit (7).

Cette démonstration ne me paraît pas satisfaisante. D'abord la 4^e relation d'incertitude (8) se déduit de la relation *non quantique* $\delta \nu. \delta t > 1$ qui est classique en théorie des ondes et c'est simplement en multipliant par h que l'on obtient (8). Or, on n'a pas le droit de poser $\delta W = \delta n. h\nu$ et d'introduire ce δW dans (8) puisque l'incertitude δW de (8) provient en réalité de la largeur spectrale $\delta \nu$ et non d'une incertitude sur le nombre des photons sans intervention de la largeur spectrale. D'autre part, dans la relation $\delta \nu. \delta t \geq 1$ dont dérive (8), δt n'est pas une incertitude sur la coordonnée temps, c'est la durée de passage du train d'ondes en un point de l'espace ou, si l'on préfère,

c'est la durée d'émission τ du train d'ondes par la source. Il semble donc bien que la démonstration rappelée ci-dessus repose sur les confusions.

Pour trouver la vérification de la relation (7), il nous semble que l'on doit partir de l'idée suivante : dans toutes les relations d'incertitude de la théorie quantique portant sur des produits de la forme $\delta a \cdot \delta b$, les incertitudes sont des incertitudes sur le résultat d'une mesure correspondante, les deux grandeurs a et b n'étant pas simultanément mesurables dans un même processus de mesure.

Nous pouvons appliquer cette idée à la relation (7) car n et φ ne sont pas simultanément mesurables. En effet, pour mesurer n il faudrait pouvoir faire produire par les n photons portés par l'onde des effets photoélectriques séparés et dénombrables. Au contraire, pour enregistrer la phase, nous devons faire *coopérer* les photons du train d'ondes à la production d'une oscillation dans un système du genre circuit oscillant, cavité résonnante, etc, comme je l'ai expliqué dans une Note aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (258, 1964, p. 6345). Or, cette opération n'est pas compatible avec un dénombrement des photons. Les conditions sont donc remplies pour qu'il y ait une relation d'incertitude entre n et φ .

Pour préciser notre point de vue, nous allons chercher à imaginer un procédé de mesure tel que les incertitudes δn et $\delta \varphi$ puissent avoir toutes les deux une valeur finie. Soit un train d'ondes portant un nombre *inconnu* n de photons et ayant une largeur spectrale $\delta \nu$ reliée à la durée d'émission τ par la relation classique :

$$(9) \quad \delta \nu \cdot \tau \approx 1$$

Si nous voulons chercher à déterminer à la fois, avec la plus grande précision possible, le nombre des photons et la phase de l'onde, nous devons faire traverser par le train d'ondes un dispositif où se produisent des effets photoniques de nature quantique et en principe dénombrables, puis la faire arriver sur un dispositif susceptibles d'osciller en enregistrant la phase.

Si alors, dans le dispositif de comptage des photons par effet photoélectrique, nous observons m effets, il arrivera seulement $\delta n = n - m$ photons sur le circuit oscillant, δn étant inconnu puisque n est inconnu. Si les δn photons en question agissent sur le circuit oscillant par impulsions successives rythmées sur la phase de l'onde, ainsi que je l'ai expliqué dans la Note citée plus haut, il est raisonnable de supposer que le système oscillant ne pourra se mettre à osciller régulièrement que s'il reçoit au moins une impulsion par période. Cela nous conduit à écrire $\delta n \cdot \frac{T}{\tau} \geq 1$ ou d'après (9) :

$$(10) \quad \delta n \geq \frac{\nu}{\delta \nu}$$

Mais il nous faut maintenant définir ce que nous appelons l'incertitude $\delta \varphi$. Nous proposons de le faire de la façon suivante. Si l'onde était strictement monochromatique, la variation de la phase pendant une période $T = \frac{1}{\nu}$ serait égale à 2π , ce qui revient à dire qu'elle ne varierait pas puisqu'elle n'est définie qu'à 2π près. Mais, en réalité, le train d'ondes a toujours une largeur spectrale $\delta \nu$ et la variation de la phase pour la fréquence $\nu + \delta \nu$ pendant le temps T sera, à 2π près :

$$(11) \quad \delta \varphi = 2\pi \delta \nu T = 2\pi \frac{\delta \nu}{\nu}$$

Si nous admettons que le $\delta \varphi$ défini par (11) peut être considéré comme l'incertitude sur la valeur de la phase, la comparaison des formules (10) et (11) nous fournit immédiatement la relation (7) qui correspond donc bien ainsi à une expérience où l'on a cherché à déterminer à la fois, mais nécessairement avec une certaine imprécision, le nombre des photons porté par le train d'ondes et la valeur de sa phase.

Le raisonnement qui vient d'être exposé nous a permis de retrouver la relation (7) sans avoir recours à la 4^e relation d'incertitude d'Heisenberg. La relation (7) nous apparaît ici comme résultant uniquement de l'hypothèse qu'un circuit oscillant subit des impulsions discontinues dues aux arrivées successives des photons qui sont incorporés dans le train d'ondes incident et ont une vibration interne rythmée par la vibration de l'onde. Notre démonstration de la for-

mule (7) se trouve ainsi découler de nos idées générales sur la coexistence, avec accord des phases, des photons et des ondes dans les radiations.

Nous devons ajouter l'importante remarque suivante relative à la définition (11) que nous avons adoptée pour $\delta\varphi$: la grandeur $\delta\varphi$ ne doit pas être définie à l'aide de la phase d'une onde plane monochromatique, cas idéal qui n'est jamais réalisé physiquement, mais toujours en considérant un train d'ondes de longueur finie ayant une largeur spectrale $\delta\nu$. La grandeur $\delta\varphi$ définie par (11) mesure en quelque sorte "le défaut de monochromaticité" du train d'ondes considéré et c'est là son véritable sens. En d'autres termes, la véritable signification du $\delta\varphi$ de la relation (7) ne doit pas être cherchée dans l'existence d'une incertitude sur la phase d'une onde plane monochromatique, mais dans le fait que l'on a toujours affaire à un train d'ondes ayant une largeur spectrale non nulle.

6

Mouvement d'un photon dans un milieu réfringent ou absorbant

MOUVEMENT DANS UN MILIEU REFRINGENT.

Je voudrais d'abord mettre en évidence la difficulté qui se présente quand on étudie le mouvement des photons dans un milieu réfringent peu dispersif et d'indice $n > 1$ comme c'est le cas du verre.

Le photon se déplaçant alors avec une vitesse v sensiblement égale à la vitesse de phase $V = \frac{c}{n}$, on a $vV \approx \frac{c^2}{n^2} < c^2$. Or, si l'on se représente le photon comme une particule de masse M_0 se déplaçant à la vitesse v , on est amené à écrire :

$$(1) \quad W = h\nu = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{V} = \frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

M_0 étant la masse propre du photon en mouvement ralenti (*). Il en résulterait la relation $Vv = c^2$, or cette relation n'est pas satisfaite.

On peut retrouver cette difficulté en partant de deux équations fondamentales. La première est la formule relativiste de l'effet Doppler :

(*) M_0 est une masse beaucoup plus grande que la masse propre μ_0 du photon dans le vide puisque

$$h\nu = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\mu_0 c^2}{\epsilon} \text{ avec } \epsilon \text{ extraordinairement petit.}$$

$$(2) \quad \nu_0 = \nu \frac{1 - \frac{v}{V}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

où ν_0 est la fréquence de l'onde dans un système de référence attaché à la particule et où ν et V sont la fréquence et la vitesse de phase dans le système de référence où la particule a la vitesse v .

La seconde équation fondamentale est celle qui, dans les conceptions de la théorie de la double solution, exprime que la particule se déplace dans son onde de telle façon que sa vibration interne reste constamment en phase avec celle de l'onde.

Cette équation est la suivante :

$$(3) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial n} \frac{dn}{dt} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial t}$$

où φ et φ_i sont respectivement, au facteur $\frac{1}{h}$ près, la phase de l'onde et la phase interne de la particule. La variable n est comptée suivant la normale à la surface d'égale phase et $\frac{dn}{dt}$ est la vitesse de la particule le long de cette normale. Nous admettrons la relation $W = h\nu$ entre l'énergie de la particule et la fréquence ν de l'onde. On a alors d'après (2) :

$$(4) \quad W = \frac{W_0 \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{v}{V}}$$

Cette formule ne coïncide avec la formule usuellement admise $W = \frac{W_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ que si l'on a $1 - \frac{v}{V} = 1 - \beta^2$, c'est-à-dire si $vV = c^2$ et nous venons de voir que cette formule n'est pas exacte dans un milieu réfringent.

Dans un très ancien article sur la réfraction atmosphérique (*), j'avais aperçu cette difficulté, et, dans une remarque finale, j'avais montré qu'il fallait alors introduire une action du milieu réfringent sur

(*) *J. Phys. Rad. série VI et VII, Janvier 1926, p.1-6.*

le photon se traduisant par l'introduction d'un potentiel P que l'on pourrait appeler "potentiel d'environnement". On est alors amené à écrire :

$$(5) \quad W = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + P \quad \vec{p} = \frac{M_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{W-P}{c^2} \vec{v}$$

de sorte que l'équation (3) nous donne, puisque, compte tenu de (2), nous avons maintenant $\frac{1}{h} \frac{d\varphi}{dt} = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2} = \nu(1-\frac{v}{V})$

$$(6) \quad \frac{W-P}{c^2} v^2 = W \left(1 - \frac{v}{V}\right)$$

Nous en tirons l'expression suivante de P :

$$(7) \quad P = W \left(1 - \frac{c^2}{vV}\right) = h\nu \left(1 - \frac{c^2}{vV}\right)$$

Cette relation nous montre que P est nul, comme cela doit être, quand le milieu traversé par l'onde n'influe pas sur sa propagation puisqu'alors la relation $vV = c^2$ est valable.

En posant $m_0 = \frac{M_0 vV}{c^2}$, on trouve d'après (5) et (7) :

$$(8) \quad W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \vec{p} = \frac{M_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

On voit alors que, dans le milieu réfringent, il y a lieu de distinguer deux masses propres m_0 et M_0 pour représenter le mouvement de la particule. On peut appeler m_0 la "masse énergétique" correspondant à l'énergie totale, compte tenu du potentiel P , et M_0 la masse de translation, c'est-à-dire celle qui correspond au mouvement de la particule.

Résumons ce qui précède. Les formules (2) et (5) usuellement admises en Mécanique ondulatoire sont obtenues en supposant que la particule se déplace dans le vide ou dans un milieu qui n'influe pas sur sa propagation. Alors au point de vue de la Relativité restreinte, tous les systèmes de référence galiléens sont équivalents et les formules (2) et (5) en découlent. Mais si l'onde portant la particule traverse un milieu immobile qui influe sur sa propagation, le système de référence attaché à ce milieu a un rôle privilégié et c'est là ce qui oblige, pour conserver

les formules $W = h\nu$ et $p = \frac{h}{\lambda}$, à introduire le potentiel P .

La théorie de la double solution, en incorporant dans la masse propre le potentiel quantique Q qui peut varier suivant la position de la particule, conduit à considérer le mouvement de la particule comme correspondant à une Dynamique à masse propre variable. Dans le cas du mouvement de la particule dans un milieu réfringent, nous pouvons aussi développer une Dynamique à masse propre variable en partant du principe de moindre Action :

$$(9) \quad \delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt = 0$$

où \mathcal{L} est la fonction de Lagrange que nous définirons à l'aide de la masse propre m_0 en écrivant :

$$(10) \quad \mathcal{L} = - m_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2}$$

Le principe de moindre Action conduit alors à écrire :

$$(11) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} \quad (\dot{q}_k = \frac{dq_k}{dt})$$

ce qui nous donne ici :

$$(12) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v} \right) = - c^2 \sqrt{1 - \beta^2} \frac{dm_0}{dx}$$

la variable x étant comptée sur la trajectoire dans le sens du mouvement. Comme l'on a :

$$(13) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \frac{du}{dt} = v$$

on trouve :

$$(14) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = - c^2 \sqrt{1 - \beta^2} \frac{dm_0}{dx}$$

d'où, en multipliant par $m_0 \sqrt{1 - \beta^2}$,

$$(15) \quad d \left(\frac{m_0^2 c^2}{1 - \beta^2} \right) = 0$$

ce qui est bien vérifié si $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = h\nu$.

Deux remarques sont ici très intéressantes à faire. La première est la suivante, quand une particule se déplace dans le vide ou dans un milieu qui n'influe pas sur son mouvement, on peut définir sa quantité de mouvement par $\frac{Wv}{c^2}$, c'est-à-dire comme le flux de l'énergie divisée par c^2 . Or, on pourrait croire que l'on devrait poser $\vec{p} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \frac{\vec{v}}{c^2}$, valeur qui diffère de (8). Mais c'est bien l'expression (8) de \vec{p} qui est exacte. En effet, l'énergie W est la somme des deux termes $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ et $P = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(\frac{vV}{c^2} - 1 \right)$ dont le premier est égal à l'énergie transportée par la particule en mouvement et dont le second terme traduit l'action du milieu sur la particule. Seul le premier terme correspond à un flux d'énergie qui, divisé par c^2 est bien égal à $\frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Voici la seconde remarque très importante que je veux faire. La formule $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = h\nu$ montre que m_0 ne dépend pas de v , que c est une constante. Au contraire la relation $M_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ montre que M_0 est variable avec v et V . Si \vec{N} désigne un vecteur unité ayant la direction de la vitesse et tel que l'on ait $\vec{v} = \vec{N}v$, on pourra écrire la quantité de mouvement sous la forme suivante :

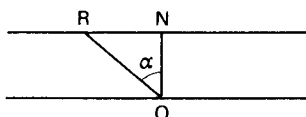
$$(16) \quad \vec{p} = \frac{m_0 c^2}{vV} \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\vec{N}}{V} = \frac{h\nu}{V} \frac{\vec{N}}{V} = \vec{N} \frac{h}{\lambda}$$

ce qui est satisfaisant.

Bien entendu, tous les calculs précédents se rapportent uniquement au mouvement de guidage de la particule, abstraction faite des perturbations d'origine subquantique qui font passer continuelle-

ment la particule d'une trajectoire de guidage sur une autre.

Etudions encore rapidement le cas de la propagation d'une onde sensiblement plane monochromatique dans un milieu réfringent. Représentons deux surfaces d'égale phase :



\overline{ON} est la direction de la normale à l'onde, \overline{OR} celle du rayon passant par O, λ_N et $v_N = v\lambda_N$ la longueur d'onde et la vitesse de phase le long de la normale à l'onde, tandis que λ_R

et $v_R = v\lambda_R$ sont la longueur d'onde et la vitesse de phase le long du rayon. v_R est la vitesse de la particule le long du rayon qui est sa trajectoire de guidage. Enfin je pose $v_R = \beta c$ et je définis toutes les vibrations par $ae^{\frac{i}{h}\varphi}$ où φ est la phase.

D'après la formule de ralentissement des horloges en mouvement, la phase interne φ_i de la particule varie pendant le temps dt de :

$$(17) \quad \frac{d\varphi_i}{h} = v_0 \sqrt{1 - \beta^2} dt$$

Quant à la phase φ de l'onde au point où se trouve la particule de vitesse v_R , elle varie de :

$$(18) \quad \frac{d\varphi}{h} = v dt - \frac{dR}{\lambda_R} = \left(v - \frac{v_R}{\lambda_R}\right) dt = v\left(1 - \frac{v_R}{v\lambda_R}\right) dt$$

Si nous admettons le principe fondamental que $d\varphi = d\varphi_i$, nous obtenons :

$$(19) \quad v_0 = v \frac{1 - \frac{v_R}{v\lambda_R}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

ce qui est précisément la formule de Doopler pour un observateur animé du mouvement de la particule. Comme précédemment, nous définirons la masse propre totale m_0 par :

$$(20) \quad \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = h\nu$$

et la masse propre M_0 correspondant au mouvement de la particule par :

$$(21) \quad p_R = \frac{h}{\lambda_R} = \frac{M_0 v_R}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{1}{V_R}$$

ce qui nous donne entre les deux masses propres la relation :

$$(22) \quad m_0 = \frac{M_0 v_R V_R}{c^2}$$

De nombreuses extensions des idées générales contenues dans le présent paragraphe seraient certainement possibles. Je ne citerai que le cas du mouvement d'un photon dans un milieu réfringent qui varie d'un point à un autre ou même au cours du temps, mais je pense que beaucoup d'autres problèmes pourraient être étudiés.

ETUDE DU CAS DU MOUVEMENT "RETROGRADE" OU v EST DE SIGNE CONTRAIRE A V .

Dans ce qui précède, nous avons supposées connues la vitesse de la phase V donnée en fonction de l'indice de réfraction n par la formule $V = \frac{c}{n}$ et la vitesse v de la particule qui doit être assimilée à la vitesse de l'énergie et qui est donnée par la formule de Rayleigh :

$$(23) \quad \frac{1}{v} = \frac{\partial \frac{1}{\lambda}}{\partial v} = \frac{1}{c} \frac{\partial (nv)}{\partial v}$$

Si nous prenons la direction de propagation de la phase comme direction positive et si v se trouve ainsi avoir une valeur positive, les vitesses v et V se trouvent avoir une valeur positive, les vitesses de la phase et de l'énergie ont la même direction et toutes les formules précédentes sont valables

Mais il est bien connu que pour certaines formes de la fonction $n(v)$ la formule (23) peut donner une valeur négative de v . Dans ce cas remarquable, bien connu en théorie ondulatoire classique, la particule telle que nous la concevons est animée d'un mouvement "rétrograde", c'est-à-dire qu'elle remonte le cours de l'onde qui la transporte. Nous devons alors voir comment doivent être modifiées les formules des précédents paragraphes.

Désignons par \vec{N} le vecteur unité dirigé dans le sens supposé positif de la propagation de la phase de l'onde et définissons le vecteur \vec{k} par $\vec{k} = \vec{N} \frac{h}{\lambda}$. La formule (23) appliquée au mouvement rétrograde de la particule donne :

$$(24) \quad v < 0$$

Les variations $d\varphi$ et $d\varphi_i$ de la phase de l'onde et de la phase interne de la particule quand on suit le mouvement de celle-ci sont toujours, en tenant compte de (2) :

$$(25) \quad d\varphi = W dt (1 - \frac{v}{V}) \quad d\varphi_i = W_0 \sqrt{1-\beta^2} dt + W dt (1 - \frac{v}{V})$$

avec maintenant $v < 0$. On a donc toujours $d\varphi = d\varphi_i$ et le principe de l'accord des phases est toujours satisfait.

Ecrivons de nouveau les équations :

$$(26) \quad W = h\nu = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + P \quad \vec{k} = \vec{N} \frac{h}{\lambda} \quad \vec{p} = \vec{N} \frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

avec $P = W(1 - \frac{c^2}{vV})$. Nous savons qu'elles sont valables pour $v > 0$ avec $\vec{p} = \vec{k}$. Mais si on les conservait pour $v < 0$, $W - P = \frac{Wc^2}{vV}$ serait négatif. M_0 devrait être positif et \vec{p} serait positif. Comme ces conséquences ne sont pas satisfaisantes, je propose de définir M_0 dans le cas $v < 0$ par l'expression positive :

$$(27) \quad M_0 = - \frac{W}{vV} \sqrt{1-\beta^2}$$

au lieu de $M_0 = \frac{W}{vV} \sqrt{1 - \beta^2}$. Puisque $W - P = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$,

ceci entraîne que :

$$(28) \quad P = W \left(1 + \frac{c^2}{vV} \right)$$

au lieu de $P = W \left(1 - \frac{c^2}{vV} \right)$. On trouve alors, puisque $W = h\nu$,

$$(29) \quad W = h\nu = - \frac{M_0 vV}{\sqrt{1 - \beta^2}} > 0$$

$$\vec{p} = - \frac{\vec{N}W}{V} = - \vec{N} \frac{h}{\lambda} = - \vec{k} = + \text{grad } \varphi$$

avec ces nouvelles définitions, la masse propre M_0 est toujours positive, même quand la particule est animée d'un mouvement rétrograde. Si alors la particule se trouve soumise à un champ qui, dans le vide, l'accélérerait, l'action de ce champ s'exerce en réalité sur la propagation de l'onde puisque c'est dans l'équation d'ondes que figure le potentiel dont elle dérive. Dans le vide ou dans un milieu réfringent où $v > 0$, cette action augmenterait la vitesse v , mais dans le cas d'un milieu dispersif avec mouvement rétrograde de la particule, elle fera croître la quantité de mouvement $\vec{p} = - \vec{k}$ dans le sens opposé à la propagation de l'onde. Tout se passera donc alors comme si la particule de masse propre positive définie par (27) était soumise à un champ électrique inverse de celui qui lui est réellement appliqué. Si la particule possède une charge électrique ϵ et si elle est soumise à un champ électrique, elle se comportera comme une particule de masse propre positive, mais de charge électrique $-\epsilon$.

C'est de cette façon, me semble-t-il, que l'on doit interpréter ce qui se passe dans un semi-conducteur quand l'onde associée à un électron se propageant dans la structure interne du solide a une fréquence qui correspond à la partie supérieure d'une bande de conduction, cas où la formule (24) de Rayleigh montre que la vitesse de groupe est en sens inverse de la vitesse de phase. La plupart des auteurs qui exposent la théorie des semi-conducteurs attribuent alors à la masse de l'électron une valeur négative et j'ai l'impression que cela provient de ce qu'ils écrivent

$\vec{p} = \vec{k}$ alors qu'il faudrait écrire $\vec{p} = -\vec{k}$. Remarquons pour terminer que, quand on a $v < 0$ et $\vec{p} = -\vec{k}$, on doit remplacer la formule usuelle du guidage $\vec{p} = -\text{grad } \varphi$ par la formule $\vec{p} = +\text{grad } \varphi$ avec changement de signe au second membre. Mais, comme nous l'avions dit plus haut, la définition du guidage par la coïncidence constante de la phase interne de la particule avec la phase de l'onde est plus générale et toujours valable.

SUR LA THEORIE DES ANTIPARTICULES.

La théorie exposée ci-dessus qui repose essentiellement sur la formule de Rayleigh présente une grande analogie avec la théorie des antiparticules.

La théorie des antiparticules est apparue d'abord en Physique théorique pour l'interprétation de la production des paires électron-positon sous la forme de la théorie des "trous" de Dirac. Dans cette théorie, on admet qu'il existe dans le vide un océan d'électrons cachés de charge électrique $-e$ et d'énergie négative $-m_0 c^2$. L'apport par un agent extérieur d'une énergie $2m_0 c^2$ entraînerait l'arrachement d'un de ces électrons du milieu caché où il se trouvait (milieu qu'il est évidemment tentant d'assimiler à notre milieu subquantique) et son apparition au niveau microscopique observable sous la forme d'un électron normal d'énergie $m_0 c^2$. Il en résulterait un "trou" dans l'océan caché des électrons à énergie négative et c'est ce trou qui se manifesterait à nous à l'échelle microscopique observable sous la forme d'une antiparticule de masse propre positive m_0 et d'une charge positive $+e$ qui constitue le positon.

J'ai proposé, il y a quelques années, une théorie différente de la création des couples particule-antiparticule (*). Je vais l'exposer sous une forme un peu différente de sa forme primitive en partant toujours de l'idée que l'antiparticule est une particule qui se déplace dans son onde en sens inverse de la propagation de celle-ci. J'admets que, lors de l'apparition au niveau observable d'un couple particule-antiparticule, l'un des constituants du couple est

(*) *Journal de Physique*, tome 28. Mai-Juin 1967, p.481.

une particule normale dont l'onde se propage avec un indice de réfraction $n = \beta = \sqrt{1 - \frac{m_0^2 c^4}{h^2 v^2}}$ tandis que l'autre constituant, l'antiparticule, serait portée par une onde dont la propagation serait réglée par un indice de réfraction $n(v)$ tel que, d'après la formule de Rayleigh (23), cette antiparticule se déplace en sens inverse de la propagation de son onde.

Pour développer cette idée, supposons que l'océan d'électrons cachés de Dirac, contenu dans le milieu subquantique, soit formé par des couples d'électrons unis par un potentiel interne P tel que $P - 2 m_0 c^2 = 0$. Ces couples d'électrons cachés auraient donc une énergie nulle. Si l'on apporte à un tel couple d'électrons cachés l'énergie $2 m_0 c^2$, il en résulte au niveau observable l'apparition d'un électron libre normal d'énergie de masse $m_0 c^2$ qui, s'il est mouvement avec la vitesse βc aura l'énergie $W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ et la quantité de mouvement $\vec{p} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$, la vitesse de son onde étant V et $p = \frac{h}{\lambda}$.

Mais il y aura aussi apparition au niveau observable d'une "antiparticule" d'énergie $P - m_0 c^2 = m_0 c^2$, telle par conséquent que $P = 2 m_0 c^2$. Si l'on admet que le potentiel P obéit à l'équation (3), on trouve $2 W = W (1 - n \frac{\partial n v}{\partial v})$ d'où $n \frac{\partial n v}{\partial v} = -1$ et, si l'antiparticule est en mouvement, sa vitesse v' sera donnée par :

$$(30) \quad \frac{1}{v'} = \frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{\lambda} = - \frac{V}{c^2} = \frac{1}{v}$$

Pour cette antiparticule en mouvement, on aura alors :

$$(31) \quad W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}'}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} = - \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Alors, \vec{n} étant le vecteur unité dans la direction de propagation de l'onde et le vecteur \vec{k} étant défini

par $\vec{k} = \vec{n} \frac{h}{\lambda}$, on a $\vec{p} = -\vec{k}$.

L'antiparticule apparaît donc au niveau microphysique observable comme ayant une masse propre m_0 , une vitesse \vec{v} en sens inverse de la propagation de l'onde et, par suite, une charge égale et opposée à celle de la particule. C'est bien là ce qu'il fallait obtenir.

Si l'on introduit dans la théorie précédente les conceptions de la thermodynamique cachée des particules, on peut voir que la production d'une paire particule-antiparticule entraîne une diminution du contenu énergétique du thermostat caché, ce qui explique le caractère instable de la paire en question. Nous n'insisterons pas ici sur ce point.

MICROABSORPTION ET MACROABSORPTION D'UNE ONDE LUMINEUSE.

Prenons d'abord le point de vue de l'Optique classique et considérons un train d'ondes presque monochromatique qui traverse un écran absorbant d'épaisseur ℓ . L'intensité de l'onde, initialement égale au carré a_0^2 de son amplitude, est à la sortie de l'écran réduite à $a_0^2 e^{-\gamma \ell}$ où γ est le coefficient d'absorption de l'écran.

Passons maintenant au point de vue de la théorie de la double solution. L'onde ν y est absolument assimilable à une onde lumineuse classique de très faible intensité et son intensité après le passage à travers l'écran est $a^2 = a_0^2 e^{-\gamma \ell}$ où a_0 est très faible. Cette absorption de l'onde ν , je l'appellerai la "microabsorption". Nous admettrons qu'elle est la même quel que soit le nombre des photons que l'onde transporte. Si initialement l'onde ν porte un nombre très grand N_0 de photons, le nombre de ceux-ci qui sortent de l'écran est en moyenne $N_0 e^{-\gamma \ell}$ car ces photons peuvent être considérés comme des "échantillons" d'une onde qui aurait une amplitude $A = Ka$, K étant très grand. J'appellerai cette absorption des photons, c'est-à-dire de l'énergie, la "macroabsorption". Il y a donc alors une correspondance exacte entre la microabsorption et la macroabsorption.

Mais cette correspondance ne se maintient pas si l'onde ν porte seulement quelques photons et, en particulier, si elle n'en porte qu'un. On voit très nettement qu'alors chaque photon est ou n'est pas absorbé. La microabsorption est donc un phénomène de "tout ou rien" qui n'est aucunement représenté par la loi statistique $e^{-\gamma \ell}$ tandis que la macroabsorption est toujours exactement représentée par cette exponentielle.

Tout ceci joue un grand rôle dans l'interprétation d'une expérience d'apodisation en lumière très faible que j'ai proposée, où chaque train d'ondes arrivant sur l'écran apodiseur porterait un seul photon. Si ce photon est absorbé dans l'écran d'épaisseur variable convenablement calculée, il ne contribuera pas à former une image, mais s'il traverse l'écran et contribue à former une image apodisée, c'est que la microabsorption de l'onde ν dans l'écran a modifié le guidage du photon. Et ainsi serait prouvé que le mouvement du photon est déterminé par une onde électromagnétique très faible. C'est pourquoi la réalisation d'une telle expérience me paraît très importante.

Naturellement l'expérience ci-dessus envisagée exigerait qu'un très grand nombre N de photons parviennent un par un sur la plaque photographique après avoir traversé l'écran. On peut admettre que ce nombre N serait relié au nombre N_0 des photons qui arriveraient un par un sur l'écran par la relation statistique $N = N_0 e^{-\gamma \ell}$, mais cela ne changerait rien à ce qui a été dit plus haut.

REMARQUES FINALES.

Les idées contenues dans ce chapitre auraient certainement besoin d'être précisées et étendues. Ce serait un travail très intéressant et sans doute important.

J'ai parfois envisagé la possibilité d'interpréter la notion de "phonons" en les assimilant à des photons se déplaçant dans un milieu matériel animé de mouvements de fréquences acoustiques. On a souvent opposé à l'idée que les phonons soient des particules le fait qu'ils sont susceptibles de subir certai-

nes réflexions à l'intérieur du corps qui les contient.

Or, ces réflexions obéiraient à la loi de réflexion de Bragg qui est classique dans la Physique des Rayons X. Mais, comme les particules transportés par les Rayons X sont certainement des photons, l'objection faite à l'identification des phonons et des photons me paraît douteuse. Mais la question serait à examiner d'une façon plus approfondie.

APPENDICE - NOUVELLE INTERPRETATION DE LA GRANDEUR P.

Je viens d'exposer ma théorie de la propagation d'une onde lumineuse dans un milieu réfringent homogène telle que je l'avais conçue initialement en interprétant la grandeur P comme un potentiel résultant de l'action sur l'onde progressive du milieu qu'elle traverse. Cela m'avait amené à distinguer les deux masses propres m_0 et M_0 . Mais je me suis récemment aperçu que l'on pouvait envisager le problème d'une façon très différente en ne considérant pas la grandeur P comme un potentiel incorporé à la masse propre énergétique, mais en lui donnant une signification tout à fait différente.

Le point départ de cette nouvelle interprétation consiste à écrire la phase φ de l'onde progressive sous la forme $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ avec :

$$(32) \quad \varphi_1 = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} t - \frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} x$$

$$\varphi_2 = Pt = -h\nu(n^2 - 1)t = -h\nu' t$$

avec $\nu' = (n^2 - 1)\nu$. Il est alors évident que φ_1 est la phase d'une onde progressive monochromatique plane

dont la fréquence ν est donnée par $h\nu = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ et la

quantité de mouvement par $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{V} = \frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$. On peut

donc dire qu'il existe dans le milieu réfringent une onde *progressive* de phase φ_1 qui transporte le photon de masse propre M_0 et l'on voit alors, en appliquant

un raisonnement bien connu de mon interprétation de la Mécanique ondulatoire, que la particule se déplace dans son onde de façon à rester en phase avec elle.

Mais que signifie la formule $\varphi_2 = Pt$? Comme elle ne dépend que de t et non de x , elle représente évidemment la phase d'une onde *stationnaire* qui serait engendrée dans le milieu réfringent par le passage de l'onde progressive de phase φ_1 . Mais il faut examiner comment cela peut se produire.

Dans son livre "Theory of Electrons", Lorentz avait étudié le passage dans un milieu réfringent homogène d'indice n d'une onde progressive sensiblement plane monochromatique. Désignant par E le champ électrique de l'onde et par P la polarisation qu'elle produit dans les molécules du milieu traversé, il avait établi, à la page 142, la formule suivante :

$$(33) \quad \frac{P}{E} = n^2 - 1$$

Pour que cette formule soit d'accord avec notre formule (3), $\frac{P}{h} = -v(n^2 - 1)$, il faut que l'on ait :

$$(34) \quad \frac{P}{h} = -v \frac{P}{E}$$

si alors nous définissons une fréquence v' par :

$$(35) \quad v' = v \frac{P}{E} = v(n^2 - 1) > v$$

nous trouvons :

$$(36) \quad P = -hv'$$

La phase $\varphi_2 = Pt$ de la deuxième formule (32) est alors :

$$(37) \quad \varphi_2 = -hv't$$

Telle est la phase de l'onde stationnaire de fréquence v' excitée dans le milieu réfringent par le passage de l'onde progressive de fréquence v .

On peut se demander d'où provient le signe - dans la formule (37). Il semble indiquer que la phase φ_2 de l'onde stationnaire présente une différence de phase égale à π par rapport à la phase de l'onde progressive.

Pour rendre compte de cette différence de phase, j'ai envisagé le raisonnement suivant. Le mouvement, sous l'action du champ électrique de l'onde progressive, d'un élément matériel du milieu réfringent de masse m et de charge électrique ϵ , positive ou négative, obéit à l'équation :

$$(38) \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = \epsilon E_0 \cos 2\pi \nu t$$

y étant la direction du champ E qui est perpendiculaire à x . Si l'on pose $x = x_0 \cos 2\pi \nu t$, on trouve aisément après multiplication par ϵ :

$$(39) \quad - \epsilon x_0 \cos 2\pi \nu t = \frac{\epsilon^2}{m\omega^2} E_0 \cos 2\pi \nu t$$

ϵ^2 étant toujours positif, la formule (39), indique que la polarisation de l'élément du milieu réfringent est bien déphasée de π par rapport au champ électrique de l'onde progressive.

7

L'invariance adiabatique et la thermodynamique cachée des particules

1. INTRODUCTION DE L'INVARIANCE ADIABATIQUE PAR BOLTZMANN.

L'idée d'invariance adiabatique a été introduite par Boltzmann en 1897 dans son livre "Prinzipien der Mechanik" (¹). Il s'était inspiré des travaux antérieurs de Clausius et de Szily et d'idées d'Helmholtz résumés par Henri Poincaré dans le dernier chapitre de son livre de Thermodynamique. J'ai exposé l'essentiel de leurs idées dans mon livre "La Thermodynamique de la particule isolée" (²). Dans ce livre, on trouvera développé le calcul de Boltzmann aux pages 63 à 68.

Boltzmann considérait un nombre énorme de particules animées d'une agitation thermique comme un gaz dans la théorie cinétique des gaz et contenues dans un récipient à parois très lentement mobiles. Cela l'amenait à distinguer dans un tel système, comme l'avait fait Helmholtz, de très nombreuses variables q_i à variations très rapides qui sont les coordonnées des molécules et des variables beaucoup moins nombreuses et à variations beaucoup plus lentes définissant les conditions aux limites de l'ensemble des molécules, c'est-à-dire la forme du récipient qui les contient.

Il envisageait alors une variation très lente de la durée de variation T de ces dernières variables et, à l'aide des raisonnements reproduits à l'endroit indiqué plus haut de mon livre, il étudiait

la variation très lente qu'éprouve alors le système considéré. Il aboutissait ainsi à l'équation suivante :

$$(1) \quad \delta Q = \frac{1}{\tau} \delta \int_0^{\tau} \sum_i p_i dq_i$$

où δQ représente la variation, pendant la durée τ de cette variation extrêmement lente des conditions aux limites, de la chaleur contenue dans le système et où p_i est la composante de la quantité de mouvement correspondant à la coordonnée q_i très rapidement variable.

En Mécanique classique non relativiste, on a pour l'énergie cinétique totale de l'ensemble des molécules $2 E_{\text{cin}} = \sum_i p_i \frac{dq_i}{dt} = \sum_i p_i \dot{q}_i$ avec $\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}$ et la formule (1) devient :

$$(2) \quad \delta Q = \frac{2}{\tau} \delta(\bar{E}_{\text{cin}} \tau)$$

où \bar{E}_{cin} est la valeur moyenne de l'énergie cinétique de l'ensemble des molécules pendant le temps τ de la variation envisagée. Puisque δQ est nul quand $\int_0^{\tau} p_i dq_i = 0$, il est naturel de nommer cette intégrale un "invariant adiabatique".

Nous ferons ici la remarque essentielle que le raisonnement de Boltzmann ne soulève aucune difficulté d'interprétation. En effet, puisque Boltzmann considèrerait un ensemble de molécules en agitation thermique, l'introduction de l'idée de chaleur était tout à fait naturelle et l'emploi de l'adjectif "adiabatique" qui, par définition, signifie "sans échange de chaleur" était tout à fait compréhensible et justifié. Mais nous allons voir qu'il n'en est pas de même pour les extensions qui ont été faites ensuite de la formule de Boltzmann.

2. INTRODUCTION PAR EHRENFEST DE LA NOTION D'INVARIANCE ADIABATIQUE DANS L'ANCIENNE THEORIE DES QUANTA.

Dès 1911, Ehrenfest avait appliqué la théorie de Boltzmann au rayonnement noir quand on s'en tient à

l'approximation de Wien et cela ne soulevait encore aucune difficulté puisqu'à cette approximation, on peut considérer le rayonnement noir comme un gaz de photons. Mais en 1916, Ehrenfest (³) a montré le rôle important que joue la notion d'invariance adiabatique quand on l'introduit dans la théorie quantique de l'atome telle que Bohr l'avait développée en 1913. Or cette extension du rôle des invariants adiabatiques présentait un aspect paradoxal sur lequel je veux insister.

A l'époque où Ehrenfest introduisait les invariants adiabatiques dans la théorie de l'atome, celle-ci avait encore la forme primitive que lui avait donnée Bohr, c'est-à-dire qu'on se représentait les électrons tournant dans l'atome autour d'un noyau central chargé positivement. Ils décrivaient donc des trajectoires dont la forme pouvait être assez compliquée quand il y avait plusieurs électrons et quand on devait tenir compte des corrections de relativité. Mais dans le cas simple de l'atome d'hydrogène où il n'y a qu'un seul électron tournant autour d'un proton et où l'on négligeait les petites corrections de relativité, les trajectoires étaient des courbes fermées circulaires ou elliptiques et l'on constatait que les conditions de quantification déterminant les trajectoires stables au sens de Bohr se réduisaient à écrire que l'intégrale $\oint \vec{p} d\vec{q} = \oint \sum_i p_i dq_i$ prise le long de la trajectoire fermée était égale à un multiple entier de la constante h de Planck. L'importance des invariants adiabatiques dans la détermination des états quantifiés de l'atome de Bohr apparaissait ainsi nettement.

Il est vrai qu'en dehors du cas très particulier de l'atome d'hydrogène quand on néglige les petites corrections de relativité, les trajectoires électroniques dans la théorie primitive de l'atome de Bohr étaient plus compliquées et que l'introduction des invariants adiabatiques exigeait alors des développements supplémentaires que Léon Brillouin avait étudiées dans ses livres (⁴). Mais comme ces questions ne présentent plus aujourd'hui d'intérêt, je n'y insisterai pas.

L'introduction des invariants adiabatiques pour désigner les intégrales du Type $\oint p_i dq_i$ dans

l'atome de Bohr que l'on dérivait de la formule de Boltzmann présentent un caractère assez surprenant car il s'agit ici d'un système mécanique simple contenant un petit nombre de particules décrivant des trajectoires régulières. On ne voit donc pas du tout comment peut s'introduire l'idée de chaleur essentiellement liée à celle d'une agitation aléatoire d'origine thermique.

Ehrenfest et Brillouin avaient bien aperçu cette difficulté. Ils ont essayé de la lever en disant que, quand un atome émet un rayonnement, celui-ci peut être considéré comme de la chaleur et que, par suite, quand l'atome n'émet pas, il n'y a pas de variation de chaleur. C'est ainsi que s'introduirait la notion d'adiabatisme dans la spécification des états stationnaires où l'atome n'émet pas. Il me paraît certain que cette manière de voir n'est pas exacte car, lorsque l'atome émet, il projette au dehors un seul photon et cette émission d'énergie n'a aucunement le caractère d'une perte de chaleur. L'emploi du terme "adiabatique" dans la théorie de l'atome paraît donc injustifié. Cette constatation crée un certain malaise qui se confirme quand on définit des invariants adiabatiques pour des systèmes mécaniques extrêmement simples où il semble évident qu'aucun phénomène thermique n'intervient. C'est la question que nous allons maintenant étudier.

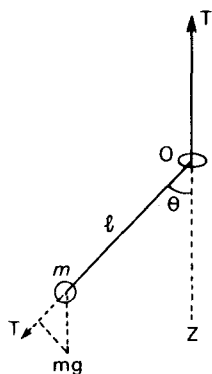
3. APPLICATION PARADOXALE DE LA NOTION D'INVARIANCE ADIABATIQUE A DES SYSTEMES MECANIQUES TRES SIMPLES.

On a été amené à appliquer la notion d'invariance adiabatique à des systèmes très simples ou très généraux. C'est ainsi, par exemple, que dans leur beau traité de Mécanique, Landau et Lifchitz ⁽⁵⁾ définissent les invariants adiabatiques, en considérant un système mécanique quelconque, de la façon suivante : "Considérons un système mécanique animé d'un mouvement linéaire fini et caractérisé par un paramètre λ définissant les propriétés du système lui-même ou du champ extérieur dans lequel il se trouve. Suppo-

sons que sous l'influence de certaines causes extérieures le paramètre λ varie lentement, c'est-à-dire adiabatiquement, avec le temps. Nous appelons "lente" une transformation dans laquelle λ varie très peu au cours d'une période T du mouvement du système de sorte que $\tau \frac{d\lambda}{dt} \ll \lambda$. On peut à juste titre s'étonner de voir apparaître le mot "adiabatique" dans la définition d'une évolution purement mécanique où n'intervient aucun élément thermodynamique.

Cet étonnement ne peut qu'augmenter si l'on étudie les exemples de systèmes extrêmement simples que Léon Brillouin a donnés dans ses livres cités plus haut, exemples dont je n'exposerai qu'un seul.

Considérons un pendule constitué par une corde traversant un anneau fixe O à laquelle est suspendue une masse m .



La position de l'anneau, dit Brillouin, constitue une liaison. Nous la ferons varier en déplaçant très lentement cet anneau, ce qui modifiera la longueur du pendule. La période du

pendule $\tau = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. La force agissant sur l'anneau peut se calculer aisément. En effet, la tension de la corde est $T = mg \cos \theta$. En composant les deux tensions égales, mais de directions opposées qui agissent sur l'anneau, on voit qu'il reste une composante verticale :

$$Z = T (1 - \cos \theta)$$

et une composante latérale :

$$X = T \sin \theta$$

Nous supposons l'anneau maintenu par une glissière verticale dont les composantes équilibrent la force X . Cette dernière est d'ailleurs nulle en moyenne pour de petits angles θ . Au contraire, la force ver-

ticale a pour valeur moyenne :

$$\bar{Z} = \overline{T(1 - \cos\theta)} = T \frac{\overline{\theta^2}}{2} = mg \cos\theta \cdot \frac{\overline{\theta^2}}{2}$$

Nos oscillations étant supposées de petite amplitude, nous prendrons donc pour $\cos \theta$ la valeur 1, et pour $\frac{\overline{\theta^2}}{2}$ la valeur $\frac{\alpha^2}{4}$, α représentant l'angle maximum du pendule avec la verticale.

Mais on a, d'autre part, pour l'énergie de vibration l'expression $E = mg\ell \frac{\alpha^2}{4}$, ce qui nous permet d'écrire :

$$\bar{Z} = \frac{1}{2} \frac{E}{\ell}$$

Quand nous déplaçons très lentement l'anneau de bas en haut, nous recueillons un travail

$dT = \bar{Z} d\ell = \frac{1}{2} \frac{E}{\ell} d\ell$. Ce travail sera emprunté à l'énergie du pendule et l'on aura $-\frac{dE}{E} = \frac{dT}{E} = \frac{1}{2} \frac{d\ell}{\ell}$.

La variation simultanée de la période d'oscillation est $\frac{dT}{T} = \frac{1}{2} \frac{d\ell}{\ell}$ et comme on vérifie aisément la relation $\frac{dE}{E} + \frac{dT}{T} = 0$, on obtient finalement :

$$(3) \quad E\tau = \text{Cte}$$

d'où l'on conclut en se reportant à la formule (2) de Boltzmann que l'évolution lente de ce système simple est adiabatique.

J'ai tenu à reproduire le raisonnement d'une admirable clarté donné par Léon Brillouin. Les autres exemples qu'il a développés sont tout aussi clairs et remarquables.

Mais, ici encore, il est impossible de ne pas remarquer la différence si importante qui existe entre le système envisagé par Boltzmann qui contenait un très grand nombre de particules en agitation thermique et le cas si simple d'un pendule dont le fil de suspension a une longueur très lentement variable.

En résumé, on est forcément amené à se demander comment on peut appliquer à des problèmes mécaniques très simples où, en apparence du moins, aucun processus de nature thermodynamique n'intervient, la notion d'adiabatisme essentiellement liée à l'absence d'échanges de chaleur. En y réfléchissant, on ne peut pas ne pas avoir l'impression que quelque chose se cache derrière cet étrange problème.

4. INTRODUCTION DE LA DYNAMIQUE DU GUIDAGE ET DE LA THERMODYNAMIQUE RELATIVISTE.

La difficulté que nous venons de signaler nous paraît imposer l'idée que derrière le mouvement de tout système mécanique se dissimule une Thermodynamique cachée. Or, c'est là précisément une des idées fondamentales que mes réflexions de ces dernières années sur la réinterprétation nécessaire de la Mécanique ondulatoire dans le sens de mes conceptions primitives de 1924-1928 m'ont amené à introduire ⁽⁶⁾.

Mon hypothèse fondamentale sur la liaison du mouvement de la particule et la propagation de l'onde est que la particule est le siège d'une vibration périodique interne et qu'elle se déplace dans son onde, à laquelle elle est en quelque sorte incorporée, de façon à rester constamment en phase avec elle. C'est la théorie du guidage de la particule par son onde. Si alors on écrit l'expression de l'onde qui transporte la particule sous la forme

complexe $ae^{\frac{i\varphi}{h}}$ où $h = \frac{h}{2\pi}$, la variation de la phase φ au point M où se trouve la particule est

$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial t} dt - \frac{\partial\varphi}{\partial \ell} d\ell$, $d\ell$ étant l'élément de longueur de la trajectoire de la particule qui, d'après la théorie du guidage, est dirigé suivant la normale à la surface d'égale phase au point M. Si la particule est animée de la vitesse $v = \frac{d\ell}{dt}$, on a donc :

$$(4) \quad d\varphi = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\partial\varphi}{\partial \ell} v \right) dt$$

Mais l'énergie de la particule est $W = hv = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$

et sa quantité de mouvement est $p = \frac{\partial \varphi}{\partial \ell} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$ avec $\beta = \frac{v}{c}$. Dans ces formules, m_0 est la masse propre de la particule en mouvement qui, dans ma théorie, est la somme de sa masse propre normale et des contributions qu'apporte à la masse propre l'intervention du potentiel quantique et éventuellement des potentiels extérieurs ⁽⁷⁾. L'équation (4) devient alors

$$d\varphi = \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) dt. \text{ Si, dans le système de réfé-}$$

rence où l'onde est stationnaire et la particule immobile, la fréquence interne de la particule est ν_0 , dans le système où elle est en mouvement avec la vitesse v sa fréquence sera $\nu_0 \sqrt{1-\beta^2}$ d'après la formule de transformation relativiste de la fréquence d'une horloge et l'on a pour la phase interne de la particule $d\varphi_i = m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}$. Le principe de l'accord des phases qui conduit à poser $d\varphi = d\varphi_i$ nous donne :

$$(5) \quad \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} + \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Cette formule n'est pas autre chose que la formule fondamentale de la Thermodynamique relativiste d'après laquelle l'énergie totale de la particule en mouvement

$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ est égale à la somme de la chaleur qu'elle contient $m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}$ et de l'énergie de mouvement $\frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Cette dernière grandeur me paraît être la véritable énergie cinétique de la particule : elle diffère de l'énergie $m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$ qui est "récupérable" quand on arrête la particule et qu'en théorie usuelle de la Relativité, on nomme, à tort pensons-nous, l'énergie cinétique ⁽⁸⁾.

Les considérations qui précèdent ont l'avantage de montrer clairement le lien étroit qui existe entre la formule (4) exprimant le guidage de la particule par son onde et la formule fondamentale (5) de la thermodynamique relativiste.

Avant d'introduire la Thermodynamique cachée des particules, il me paraît utile de rappeler encore quelques points de l'histoire des théories quantiques de l'atome. Nous avons déjà rappelé que Bohr, dans sa théorie primitive de l'atome d'hydrogène, admettait que l'électron décrivait des trajectoires circulaires ou elliptiques autour du noyau. Cela conduisait à admettre que seules étaient stables les trajectoires électroniques pour lesquelles l'intégrale $\oint \vec{p} \cdot d\vec{q}$ prise le long de la trajectoire était égale à nh avec $n = 1, 2, 3, \dots$. L'intervention dans cette formule des nombres entiers avait dès mes premiers travaux sur ce sujet en 1923-24 attiré mon attention. J'avais, en effet, remarqué que les nombres entiers interviennent fréquemment en théorie des ondes, notamment dans les phénomènes d'interférences, et ceci m'avait amené à penser qu'il fallait associer au mouvement de la particule la propagation d'une onde. Mais, en 1926, Schrödinger avait développé sa belle théorie de l'onde ψ en excluant toute localisation de la particule dans l'onde et il avait exprimé la quantification des états atomiques stationnaires sans aucune intervention des invariants adiabatiques qui, d'ailleurs, dans sa théorie n'avaient plus de sens.

Or, ma théorie du guidage de la particule par l'onde, esquissée dans mes premiers travaux de 1923 à 1927 et reprise par moi depuis une vingtaine d'années, me permet de faire à nouveau intervenir les invariants adiabatiques. En effet, elle montre que dans le cas de l'atome d'hydrogène, l'électron atomique peut soit rester immobile, soit se déplacer sur une trajectoire circulaire centrée sur un axe passant par le noyau. Nous retrouvons ainsi la condition $\oint \vec{p} \cdot d\vec{q} = nh$ parce qu'elle exprime l'uniformité de la phase le long de la trajectoire fermée, mais maintenant le nombre n peut prendre non seulement les valeurs entières 1, 2, ..., mais aussi la valeur $n = 0$ dans le cas où la trajectoire se réduit à un point. Ainsi les états se trouvent, dans cette interprétation, de nouveau caractérisés par des valeurs égales à nh d'invariants adiabatiques du Type $\oint \vec{p} \cdot d\vec{q}$ comme l'ancienne théorie des quanta.

5. RESUME DE LA THERMODYNAMIQUE CACHEE DES PARTICULES.

La théorie du guidage de la particule par son onde implique qu'en dehors du cas limite et jamais strictement réalisé de l'onde monochromatique plane, la trajectoire de la particule est une ligne courbe le long de laquelle le potentiel quantique et par suite la masse propre varient de sorte que l'on a affaire à une *Dynamique à masse propre variable*.

Mais une telle image est encore certainement trop simple et il est nécessaire de la compléter en admettant que ce mouvement régulier est constamment perturbé par de brusques variations de la masse propre m_0 , ce qui impose à la particule une sorte d'agitation brownienne superposée au mouvement régulier. En effet, s'il n'en était pas ainsi, on ne pourrait comprendre comment la probabilité de la présence de la particule dans un élément de volume $d\tau$ est donnée à chaque instant par la quantité $|\psi|^2 d\tau$, c'est-à-dire par le carré de l'amplitude de l'onde, conformément au principe de Born qui est certainement exact. De plus, nous avons vu plus haut que, dans le cas de l'atome d'hydrogène, la théorie du guidage prévoit des états stationnaires où l'électron est immobile et là encore on ne voit pas comment la probabilité en a^2 pourrait se réaliser.

Puisque l'énergie $m_0 c^2$ peut être assimilée à une chaleur interne contenue dans la particule, les variations continues ou aléatoires de la masse propre doivent correspondre à des variations de la chaleur interne. Ceci amène à l'idée que la particule, même quand elle nous apparaît comme isolée, doit être en contact permanent avec un grand réservoir de chaleur constituant un thermostat caché.

En appliquant aux échanges continuels d'énergie calorifique entre la particule et le thermostat caché les conceptions de la Thermodynamique statistique, on peut attribuer à l'état de la particule une certaine entropie correspondant par la formule de Boltzmann $S = k \log P$ à la probabilité de cet état. L'on est ainsi amené à établir entre l'entropie et la grandeur mécanique action qui figure dans le principe de moindre action une relation du plus

grand intérêt et à démontrer que le principe de moindre action de la Mécanique n'est qu'un aspect du principe thermodynamique général de l'augmentation de l'entropie.

Je me contente de donner ce résumé succinct de la Thermodynamique cachée des particules que j'ai développée depuis une dizaine d'années en renvoyant pour une étude plus complète à l'endroit indiqué de la bibliographie (⁶).

6. INTERPRETATION DE L'INVARIANCE ADIABATIQUE PAR LA THERMODYNAMIQUE CACHEE DES PARTICULES.

Je veux maintenant montrer comment l'introduction de la Thermodynamique cachée des particules permet de comprendre pourquoi la notion thermodynamique d'adiabatisme peut s'introduire dans l'étude de systèmes mécaniques très simples.

Considérons un système mécanique animé d'un mouvement périodique de période τ et d'énergie W , τ et W étant très lentement variables à l'échelle du temps de façon que le produit $\bar{W}\tau$ reste constant. Ce sont là les conditions imposées aux systèmes auxquels la notion d'invariance adiabatique est applicable.

Si δ désigne la variation très lente de l'évolution du système, la formule (5) nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned}\delta \int_0^\tau W dt &= \delta \int_0^\tau Q dt + \delta \int_0^\tau \vec{p} \cdot \vec{v} dt \\ &= \delta \int_0^{\tau_0} Q dt + \delta \int_0^\tau \sum_i p_i dq_i\end{aligned}$$

Comme par hypothèse $\bar{W}\tau$ est constant, on a

$$\delta \int_0^\tau W dt = \delta(\bar{W}\tau) = 0. \text{ Si, de plus, } Q \text{ est constant,}$$

$$\delta \int_0^\tau Q dt = \delta \bar{Q} \tau = 0 \text{ et nous aurons alors :}$$

$$\delta \oint \sum_i p_i dq_i = 0$$

Mais quand Q est constant, l'évolution du système est, par définition, adiabatique et, la grandeur $\oint \sum_i p_i dq_i$ ne variant pas, elle peut être qualifiée d'invariant adiabatique. L'explication cherchée est ainsi obtenue.

Nous pouvons en tirer la conclusion suivante. Puisque le mouvement adiabatique peut être considéré à la fois comme un mouvement pendant lequel l'Action ne varie pas et comme un mouvement pendant lequel l'Entropie reste constante, nous pouvons énoncer la conclusion suivante : "Puisque les deux définitions du mouvement, l'une dynamique et l'autre thermodynamique, peuvent coïncider, il est nécessaire que l'Entropie et l'Action soient intimement reliées l'une à l'autre". Et nous retrouvons ainsi l'une des idées les plus importantes de la Thermodynamique cachée des particules résumées dans le précédent paragraphe.

Nous préciserons cette dernière idée de la façon suivante. Conformément à ce qui est exposé dans mon livre récent ⁽⁶⁾, on doit écrire la relation entre l'entropie S et l'action A de la façon suivante :

$$\delta \frac{S}{k} = \delta \frac{A}{h}$$

$$\text{avec } A = \int_0^T -m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} dt = \int_0^T \vec{p} d\vec{q} - \int_0^T W dt$$

d'après la relation (5), d'où pour la variation pendant un cycle de durée :

$$\frac{\delta S}{k} = \frac{1}{k} \left(\delta \int_0^T \sum_i p_i dq_i - \delta(\overline{WT}) \right) = \frac{1}{h} \delta \int_0^T \sum_i p_i dq_i$$

puisque $\delta(\overline{WT}) = 0$. Donc si $\delta \int_0^T \sum_i p_i dq_i = 0$, on a

$\delta S = 0$. La variation très lente du mouvement s'opère donc à entropie constante, c'est-à-dire sans échange de chaleur. Elle est donc adiabatique.

Plusieurs points de l'exposé fait dans le présent travail demanderaient sans doute à être approfondis, mais les conclusions que j'en tire me semblent bien établies.

BIBLIOGRAPHIE.

- (¹) L. Boltzmann : Prinzipien der Mechanik. J.A. Barth, Leipzig, 1897.
- (²) Louis de Broglie : La Thermodynamique de la particule isolée, Gauthier-Villars, Paris, 1964.
- (³) G. Ehrenfest : Annalen der Physik, t. 51, 1916, p. 346.
- (⁴) Léon Brillouin : La théorie des quanta et l'atome de Bohr, 1922.

L'atome de Bohr, 1931.

Conférences - Rapports édités par les Presses universitaires de France.
- (⁵) L. Landau et E. Lifchitz : Mécanique, Editions en langues étrangères, Moscou, 1960.
- (⁶) Louis de Broglie : La réinterprétation de la Mécanique ondulatoire, Paris, Gauthier-Villars, 1971, chapitre VI.
- (⁷) Comptes Rendus Académie des Sciences, tome 275, Série B, p. 899.
- (⁸) Annales de l'Institut Henri Poincaré, vol. IX, N° 2, 1968, p. 89-108.

8

Exposé sur la masse propre du photon

Dans ma thèse de Doctorat, j'ai introduit pour la première fois l'idée que la masse propre du Photon, bien qu'extrêmement petite, n'était pas rigoureusement nulle. Pourquoi l'ai-je fait ? C'est parce que je cherchais à étendre à toutes les particules matérielles l'idée de la coexistence des ondes et des particules introduite en 1905 par Einstein dans sa théorie des "quanta de lumière" ou "photons". Attribuer aux photons une masse rigoureusement nulle, c'était créer une différence capitale entre la théorie des photons et celle des autres particules, ce qui était inconciliable avec la tentative que je développais. Dès cette époque, je m'étais rendu compte que, pour n'être pas en contradiction avec des faits physiques indéniables, la masse propre du photon devait être au plus égale à 10^{-45} gramme, mais pouvait être beaucoup plus petite. J'avais ensuite montré en détail qu'une série de phénomènes optiques bien connus, tels que les diverses sortes d'effets Doppler ou la pression de radiation, pouvait se retrouver sans modifications perceptibles en appliquant aux photons de masse non tout à fait nulle des calculs de mécanique très classiques.

On peut donner un argument très sérieux en faveur de l'existence d'une masse non nulle du photon. Si

l'on écrit l'équation $\frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = h\nu$, la valeur du pre-

mier membre quand $\mu = 0$ et $\beta = 1$ est indéterminée alors que le second membre a une valeur parfaitement

précise pour une onde de fréquence ν . On ne peut pas attribuer au quotient $\frac{\mu_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ une valeur déterminée

par la règle de L'Hôpital parce que μ_0 est une constante tandis que β tend vers 1. Il faut aussi remarquer que, si ε est une grandeur extrêmement petite, mais non nulle, la différence $\varepsilon - 0$ est extrêmement petite tandis que le quotient $\frac{\varepsilon}{0}$ est infini.

Ce qui achève de rendre acceptable que, pour le photon libre, la masse propre peut ne pas être rigoureusement nulle, c'est que, dans beaucoup de cas, la masse propre du photon peut prendre des valeurs relativement élevées. Je m'en étais bien aperçu en écrivant mon livre "Problèmes de propagation guidée des ondes électromagnétiques" (pages 34 et 35). Quand la fréquence de l'onde électromagnétique qui se propage dans le guide est très voisine d'une des fréquences de coupure, l'énergie se déplace dans le guide avec une vitesse extrêmement petite ou nulle. On doit alors

écrire pour la masse propre μ_0 du photon $\mu_0 = \frac{h\nu}{c^2}$, ce

qui donne pour une onde centimétrique de fréquence 10^{10} hertz :

$$\mu_0 = \frac{h\nu}{c^2} = 10^{-47} \cdot 10^{10} \text{ cgs} = 10^{-37} \text{ gramme}$$

ce qui, pour le photon, est une masse énorme.

De même, dans un milieu réfringent tel que le verre où l'indice de réfraction n est de l'ordre $\frac{3}{2}$ et où, la dispersion étant sensiblement nulle, la vitesse v de l'énergie peut être prise égale à la vitesse V de phase $\frac{c}{n} = \frac{2}{3} c$. On a alors $\frac{\mu_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = h\nu$, ce qui donne $\mu_0 \approx 10^{-47} \nu = 10^{-47} \cdot 10^{15} = 10^{-32}$ gramme, masse énorme pour le photon. L'idée que la masse propre μ_0 du photon n'est jamais tout à fait nulle n'a donc rien de paradoxal puisque cette masse propre peut prendre dans certains cas une valeur relativement élevée.

REPONSE A DES OBJECTIONS.

Nous allons maintenant examiner certaines objections qui ont été faites à l'hypothèse d'une masse propre non nulle du photon libre.

On a dit que c étant par définition la vitesse de la lumière, le photon doit nécessairement avoir la vitesse c . Cette objection ne tient pas. Il suffit, pour l'écarter, de définir c comme la *vitesse limite de l'énergie*. Les photons ont une vitesse très voisine de cette limite, d'autant plus voisine que leur fréquence est plus élevée.

Une autre objection, d'apparence plus sérieuse, est la suivante. La formule du rayonnement noir de Planck résulte d'un raisonnement où l'on admet que les ondes électromagnétiques sont rigoureusement transversales. Or, on peut facilement voir, à l'aide d'équations que nous étudierons plus loin, que, si l'on admet l'existence d'une masse non nulle du photon, les ondes électromagnétiques ont une composante longitudinale. Ceci ne va-t-il pas conduire à une loi du rayonnement noir qui, s'écartant de celle de Planck, ne serait plus en accord avec l'expérience ? La réponse, c'est que, la masse propre du photon libre étant extrêmement petite, l'onde longitudinale qui en résulte est si faible que la démonstration de Planck n'en est pas réellement affectée. On trouvera cette démonstration dans mon livre "Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs" pp. 54 et 55. Schrödinger a d'ailleurs donné ensuite une démonstration équivalente sans avoir connaissance de la mienne.

Les formules que nous étudierons tout à l'heure montrent que le potentiel créé à une distance r par une charge électrique de valeur e est non pas $\frac{e}{r}$, mais $\frac{e}{r} e^{-k_0 r}$ avec $k_0 = \frac{h}{\mu_0 c} \approx \frac{10^{-37}}{\mu_0} \text{ c.g.s.}$ L'influence de l'exponentielle $e^{-k_0 r}$ ne pourrait se manifester qu'à des distances si grandes de la charge électrique qu'une semblable vérification est sans doute impossible. L'adjonction au terme $\frac{e}{r}$ dans l'expression du potentiel de l'exponentielle $e^{-k_0 r}$ ne semble donc pas constituer une difficulté.

A la page 60 du livre "Mécanique ondulatoire ..." cité plus haut, on trouvera une étude de la transformation relativiste de la vitesse qui permet de lever d'autres objections.

ETUDE MATHEMATIQUE DE LA THEORIE DU PHOTON A MASSE PROPRE NON NULLE.

Je commencerai par rappeler comment s'est introduit en Physique théorique, il y a une cinquantaine d'années, le "dogme" de l'invariance de jauge qui conduit à refuser toute existence physique réelle aux potentiels électromagnétiques.

Les équations classiques de l'Electromagnétisme dans le vide s'écrivent :

$$(1) \quad -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \text{rot } \vec{E} \quad \text{div } \vec{H} = 0$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{rot } \vec{H} \quad \text{div } \vec{E} = 0$$

ce qui s'écrit dans le formalisme relativiste sous la forme :

$$(2) \quad \partial_\rho \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\rho} = 0 \quad \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0$$

avec $F_{14} = E_x$, $F_{24} = E_y$, $F_{34} = E_z$ et $F_{23} = H_x$, $F_{31} = H_y$, $F_{12} = H_z$.

Mais il était d'usage d'introduire aussi les potentiels électromagnétiques \vec{A} et V (potentiel-vecteur et potentiel scalaire) et de poser $A_1 = A_x$, $A_2 = A_y$, $A_3 = A_z$, $A_4 = V$. Pour des raisons de symétrie relativiste, Lorentz a imposé aux potentiels la relation :

$$(3) \quad \frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} + \text{div } \vec{A} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\mu} = 0$$

mais cette relation était postulée indépendamment des équations de Maxwell (1) ou (2). Or, si nous considérons une fonction d'espace-temps $F(x_\nu)$ telle que

$$\square F = \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) F = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial}{\partial x_\mu} \left(\frac{\partial F}{\partial x_\mu} \right) = 0, \quad \text{on a}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left(A_\mu + \frac{\partial F}{\partial x_\mu} \right) = 0. \quad \text{On peut en conclure que l'équation}$$

(3) de Lorentz ne définit les potentiels qu'au gradient près d'une fonction d'espace-temps de *D'Alembertien nul*. Donc l'Electromagnétisme classique ne permet pas de définir les potentiels d'une façon univoque. C'est de là que l'on tirait le "principe de l'invariance de Jauge" qui enlevait aux potentiels le caractère de grandeurs physiques bien définies.

La seule manière de leur rendre ce caractère paraît être d'introduire les potentiels dans les équations de base de l'Electromagnétisme (1) ou (2). Les potentiels A_μ étant des grandeurs à un seul indice, on ne peut pas les introduire d'une façon linéaire

dans les équations $\oint \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\rho} = 0$, mais on peut le faire en écrivant à la place de $\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0$, $\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = k A_\mu$ où k doit

être une grandeur très petite sans quoi on s'écarterait notablement des équations de Maxwell, ce qui ne peut pas être exact. Les équations de l'Electromagnétisme ainsi complétées s'écrivent :

$$(4) \quad \oint \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\rho} = 0 \quad \frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = -k_0^2 A_\mu$$

ou, en notations classiques :

$$(4') \quad -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \text{rot } \vec{E} \quad \text{div } \vec{H} = 0$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{rot } \vec{H} - k_0^2 \vec{A} \quad \text{div } \vec{E} = -k_0^2 V$$

et l'on peut voir facilement que k_0 s'exprime en fonction de μ par la relation :

$$(5) \quad k_0 = \frac{1}{h} \mu_0 c$$

Alors l'invariance de jauge disparaît et les potentiels deviennent des grandeurs physiques réelles au même titre que les champs, bien que dans la plupart des cas leur intervention dans les équations soit pratiquement négligeable en raison de la très faible valeur de la masse du photon libre μ_0 .

La réalité physique des potentiels paraît aujourd'hui bien établie par les expériences récentes de

MM. Imbert et Ricard. Je n'exposerai pas ici ces expériences, mais je ferai remarquer que, si les potentiels ont des valeurs bien définies, il est impossible de ne pas les introduire dans les équations de Maxwell. En effet, sans cela, les valeurs physiques des potentiels ne seraient pas reliées aux valeurs physiques des champs, ce qui est impossible.

Sur l'incorporation des potentiels dans la masse propre des particules et application

Autrefois, en étudiant la Mécanique classique, j'avais été intrigué par le fait suivant. Considérons deux particules qui interagissent et soit $V_{12} = V_{21}$ leur potentiel d'interaction. Si T_1 et T_2 sont les énergies cinétiques des deux particules, il est naturel de définir leurs énergies individuelles en posant $E_1 = T_1 + V_{12}$ et $E_2 = T_2 + V_{12}$. Il semblerait donc que l'énergie du système des deux particules devrait être $E = E_1 + E_2 = T_1 + T_2 + 2V_{12}$. Or, cette formule est inexacte et l'on doit poser $E = T_1 + T_2 + V_{12}$. Naturellement, pour un système de N particules, on retrouve la même difficulté car l'énergie de ce système est $E = \sum_1^N T_i + \sum_{(ij)} V_{ij}$ et non pas $E = \sum_1^N T_i + 2 \sum_{(ij)} V_{ij}$.

A la fin de sa vie, Léon Brillouin a publié un livre intitulé "Relativity reexamined" ⁽¹⁾ qui est plein d'idées intéressantes, mais souvent seulement esquissées. Dans cet ouvrage, il a proposé de répartir l'énergie d'interaction entre les constituants d'un système, ce qui lèverait la difficulté signalée plus haut. Mais il n'a précisé cette idée que dans le cas particulier de deux corps de même masse.

Dans une Note aux Comptes Rendus ⁽²⁾, j'ai envisagé la solution générale suivante de ce problème. Considérons d'abord deux particules de masses M_1 et M_2

soumises à un potentiel d'interaction $V_{12} = V_{21}$. Les forces qu'elles subissent étant égales et opposées, on a :

$$(1) \quad -\text{grad}_1 \vec{V}_{12} = \text{grad}_2 \vec{V}_{12}$$

Si nous voulons répartir l'énergie potentielle entre les deux particules, je propose d'attribuer à la première particule l'énergie $\frac{M_2}{M_1 + M_2} V_{12}$ et à la seconde l'énergie $\frac{M_1}{M_1 + M_2} V_{12}$. Alors, si $M_2 \gg M_1$, la presque totalité du potentiel est à attribuer à la première particule et, si $M_1 \gg M_2$, elle est à attribuer à la seconde particule. Dans le cas particulier où $M_1 = M_2$, l'énergie potentielle est partagée également entre les deux particules comme l'avait bien vu Léon Brillouin.

Si $\vec{p}_1 = M_1 \vec{v}_1$ et $\vec{p}_2 = M_2 \vec{v}_2$ sont les quantités de mouvement des deux particules, on a :

$$(2) \quad \frac{d\vec{p}_1}{dt} = - \left[\frac{M_2}{M_1 + M_2} \text{grad}_1 \vec{V}_{12} + \frac{M_1}{M_1 + M_2} \text{grad}_1 \vec{V}_{12} \right] = - \text{grad}_1 \vec{V}_{12}$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = - \left[\frac{M_1}{M_1 + M_2} \text{grad}_2 \vec{V}_{12} + \frac{M_2}{M_1 + M_2} \text{grad}_2 \vec{V}_{12} \right] = - \text{grad}_2 \vec{V}_{12}$$

En vertu de (1), on peut en déduire que $\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$, c'est-à-dire que :

$$(3) \quad M_1 \vec{v}_1 + M_2 \vec{v}_2 = \text{Cte}$$

On retrouve ainsi la propriété essentielle du centre de gravité d'un système, dont le mouvement n'est pas influencé par les forces internes, d'avoir une vitesse constante ou nulle.

Les mêmes considérations s'étendent aisément à un système de N particules dont les énergies d'interaction $V_{ij} = V_{ji}$ sont réparties entre les particules en attribuant à la i^{e} particule l'énergie $\frac{M_j}{M_i + M_j} V_{ij}$ et à la j^{e} l'énergie $\frac{M_i}{M_i + M_j} V_{ij}$. Les calculs sont indi-

qués dans la Note aux Comptes Rendus citée ci-dessus et je ne les reproduis pas.

Nous sommes ainsi parvenus à l'idée qu'en Mécanique classique l'on doit toujours incorporer dans la masse de toute particule une partie des potentiels créés par la présence d'autres particules et, comme je l'avais brièvement indiqué à la fin de ma Note, il en est de même pour la masse propre en Mécanique relativiste. Au cours du mouvement d'une particule, sa masse propre sera donc en général variable puisque le potentiel qui agit sur elle sera variable. Et, comme le mouvement d'une particule résulte des variations de ce potentiel, il s'ensuit que ce mouvement résulte d'une Dynamique à masse propre variable, idée qui dans mes récents travaux m'est apparue comme fondamentale.

Dans ce domaine de recherches, bien des questions restent à étudier. L'une des moins difficiles consiste à étudier le cas où la particule serait soumise non seulement à un potentiel scalaire, mais aussi à un potentiel vecteur. On s'attend à ce que, tandis que le potentiel scalaire s'introduit dans la masse propre figurant dans l'énergie de la particule, le potentiel vecteur s'introduise dans l'impulsion de la particule. Il y aurait lieu alors de distinguer deux masses propres différentes, la masse propre énergétique et la masse propre impulsionnelle. Un calcul rapide me semble indiquer que ces deux masses sont égales, mais il y aurait lieu de vérifier ce résultat.

Dans ce qui précède, nous avons implicitement supposé que les interactions entre les particules se propagent instantanément de l'une à l'autre, ce qui est admissible si les particules se déplacent assez lentement. Mais, si les particules se déplacent très rapidement, les interactions ne peuvent se transmettre de l'une à l'autre qu'en un temps fini. Léon Brillouin, qui avait bien vu cela, avait supposé qu'il fallait alors tenir compte de la durée non nulle de la transmission d'énergie entre particules. Il lui semblait que, dans le cas des interactions électromagnétiques, ce transport d'énergie devait se faire par échange de photons. Comme il ne semble y avoir aucune raison pour ne pas étendre toutes les considérations précédentes aux interactions gravifiques, il y aurait alors à considérer des transports d'énergie potentielle par gravitons.

Nous arrêterons là l'exposé de ces idées générales qui auraient certainement besoin d'être bien approfondies et nous allons maintenant montrer comment l'incorporation des potentiels de gravitation dans la masse propre permet de prévoir exactement des phénomènes dont l'existence physique est expérimentalement prouvée.

Les phénomènes dont il s'agit sont l'effet Mössbauer et le déplacement vers le rouge des raies émises par le Compagnon de Sirius. On les considère en général comme apportant des preuves en faveur de la théorie de la Relativité généralisée. Nous allons montrer qu'on peut les prévoir par la simple incorporation des potentiels de gravitation dans la masse propre du photon.

Considérons d'abord l'effet Mössbauer. Dans ce phénomène, on mesure la fréquence d'une raie émise par un atome qui est incorporé dans un corps solide, ce qui évite tout effet de recul. Si ν est la fréquence émise par l'atome à une hauteur H au dessus du sol et $\nu + \delta\nu$ sa fréquence quand il est à la hauteur $H + \delta H$ au-dessus du sol, la théorie de la Relativité généralisée nous dit que l'on doit avoir :

$$(4) \quad \frac{\delta\nu}{\nu} = - \frac{GM\delta H}{c^2 R^2}$$

Dans cette formule, G est la constante de la gravitation, M et R la masse et le rayon de la Terre, δH la variation de hauteur au-dessus du sol dans les deux positions, c la vitesse limite de l'énergie. En unités c.g.s., on a :

$$G = 6,66 \cdot 10^{-8}; \quad \frac{G}{c^2} = \frac{2,22}{3} \cdot 10^{-28}; \quad M \approx 6,6 \cdot 10^{+27};$$

$$R \approx 6 \cdot 10^8.$$

La formule (4) nous donne alors une valeur de $\frac{\delta\nu}{\nu}$ en bon accord avec le résultat expérimental.

Mais on peut aussi obtenir la formule (4) en incorporant le potentiel de gravitation dans la masse propre du photon. Si nous désignons ici par m la masse du photon en mouvement quand la fréquence est ν et par $m + \delta m$ cette masse quand la fréquence est $\nu + \delta\nu$, nous devons poser :

$$(5) \quad \frac{\delta v}{v} = \frac{\delta m}{m}$$

Si nous incorporons dans la masse du photon la fraction $\frac{M}{M+m}$ du potentiel de gravitation, c'est-à-dire sensiblement la totalité de ce potentiel puisque $M \gg m$, nous obtenons d'après (5) :

$$(6) \quad \frac{\delta v}{v} = \frac{GM}{c^2} \delta \frac{1}{R} = - \frac{GM}{c^2 R^2} \delta H$$

le signe - résultant du fait que le potentiel de gravitation diminue quand H augmente.

Passons maintenant à un autre effet prévu également, mais d'une manière moins précise, par la théorie de la Relativité généralisée : le déplacement vers le rouge des raies émises par le Compagnon de Sirius. Cette étoile est une "naine blanche" ayant un volume relativement petit, mais une très grande densité. Sa masse est sensiblement égale à celle du Soleil, soit 2.10^{33} grammes environ, mais son rayon est seulement le huit-millième de celui du Soleil, lequel est égal à 7.10^{10} centimètres.

Considérons un atome qui, s'il était à une distance infinie du Compagnon de Sirius, émettrait une raie de fréquence spectrale v . Si cet atome se trouve à la surface de cet astre, il émettra une raie de fréquence $v + \delta v$. En incorporant dans la masse du photon le potentiel gravifique qui s'exerce à la surface de l'astre, on voit que l'on est conduit à la formule :

$$(7) \quad \frac{\delta v}{v} = \left| \frac{GM}{c^2} \frac{1}{r} \right|_{r=R}^{r=\infty} = - \frac{GM}{c^2} \frac{1}{R}$$

où M et R sont la masse et le rayon du Compagnon de Sirius. Avec les valeurs numériques indiquées plus haut, nous trouvons en unités c.g.s.

$$(8) \quad \frac{\delta v}{v} = - \frac{2,22}{3} 10^{-28} \cdot \frac{2.10^{33}}{8.10^{-3} \cdot 7.10^{10}} = -2,8.10^{-4}$$

Or, l'observation a prouvé que le déplacement de fréquence $\frac{\delta v}{v}$ correspond sensiblement à un effet

Doppler de 80 kilomètres par seconde, c'est-à-dire que :

$$(9) \quad \frac{\delta v}{v} = - \frac{v}{c} \approx - 2,7.10^{-4}$$

en bon accord avec (8). Et, ici encore, nous avons pu retrouver cet accord sans avoir recours aux conceptions de la Théorie de la Relativité généralisée.

Dans l'exposé précédent, nous avons rappelé que l'expérience de Pound conduit à la conclusion suivante : la fréquence d'un photon qui s'élève d'une hauteur H à la surface de la Terre subit un déplacement vers le rouge donné par :

$$(10) \quad \frac{\delta v}{v} = - \frac{g \delta H}{c^2}$$

où g est l'accélération de la pesanteur. Il est alors facile de voir que cette formule est exactement la même que la formule :

$$(4) \quad \frac{\delta v}{v} = - \frac{GM \delta H}{c^2 R^2}$$

que nous avons obtenue plus haut pour interpréter l'effet Mössbauer. En effet, la formule fondamentale de la Dynamique nous donne $\frac{GMm}{R^2} = m\gamma$, d'où après suppression de m :

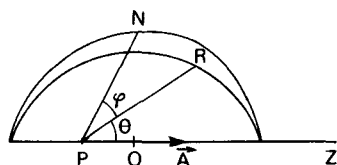
$$(11) \quad \frac{GM}{R^2} = g$$

ce qui montre l'identité des formules (4) et (10).

Finalement, la question qui se pose est la suivante : "Puisque deux des quatre vérifications de la théorie de la Relativité généralisée se trouvent expliquées par la simple incorporation du potentiel gravifique dans la masse, n'en serait-il pas de même des deux autres vérifications de cette théorie, c'est-à-dire la déviation de la lumière passant au bord du soleil et le résidu inexpliqué par la Mécanique céleste classique du déplacement du périhélie de Mercure. Si l'on parvenait à le démontrer, il ne resterait aucune preuve de la nécessité d'introduire une géométrie non-euclidienne dans la structure de l'espace-temps. La question vaudrait la peine d'être étudiée de près.

Dans mon livre "Optique ondulatoire et corpusculaire" ⁽¹⁾, j'ai étudié la propagation d'une onde de la Mécanique ondulatoire dans le cas où il existe, en plus d'un potentiel scalaire V , un potentiel-vecteur \vec{A} qui agit sur la particule en mouvement. J'ai montré que, dans ce cas, la propagation de l'onde est anisotrope et que, comme dans le cas de la propagation de la lumière dans un milieu optiquement anisotrope, cette circonstance oblige à considérer une vitesse de phase V_N dirigée suivant la normale à l'onde et une autre vitesse V_R , vitesse de phase comptée le long du rayon.

On démontre alors que le point P étant le point de départ du rayon, la surface d'onde est un ellipsoïde de révolution autour de la direction OZ du potentiel vecteur \vec{A} tandis que la surface des vitesses normales est la podaire de cet ellipsoïde.



Sur la figure PN est la normale à l'onde émise par P et \vec{PR} est le rayon correspondant.

L'angle NPR est nommé φ et l'angle RPZ sera nommé θ . Sur cette figure, on lit la relation $V_N = V_R \cos \varphi$.

L'incorporation des potentiels dans la masse propre donne :

$$(12) \quad W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + V = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{avec} \quad m_0 = m_0 + \frac{V_0}{c^2}$$

car $V = \frac{V_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ et $A = \frac{\beta V_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, d'où $A^2 - V_0^2 = V^2$ avec $\vec{A}_0 = 0$.

On en tire :

$$(13) \quad A_R^2 = V_R^2 - V_{OR}^2 = \frac{\beta_R^2 V_{OR}^2}{\sqrt{1-\beta_R^2}}$$

(1) page 56.

d'où :

$$(14) \quad A_R = \frac{v_{OR} \beta_R}{\sqrt{1-\beta_R^2}}$$

La formule (35) de la page 57 du livre cité plus haut donne :

$$(15) \quad p_R = \frac{h}{\lambda_R} = \frac{m_0 v_R}{\sqrt{1-\beta_R^2}} + \frac{1}{c} A_R = \frac{m_0 v_R}{\sqrt{1-\beta_R^2}} + \frac{1}{c} \frac{\beta_R v_{OR}}{\sqrt{1-\beta_R^2}}$$

$$= \frac{m_0 v_R}{\sqrt{1-\beta_R^2}} + \frac{v_{OR} v_R}{c^2 \sqrt{1-\beta_R^2}} = \frac{m'_0 v_R}{\sqrt{1-\beta_R^2}}$$

d'où :

$$(16) \quad m'_0 = m_0 + \frac{v_{OR}}{c^2}$$

ce qui montre $m'_0 = m_0$.

Il est d'ailleurs aisé de démontrer que la formule (15) est en accord avec le principe que la particule se déplace dans son onde de façon que sa vibration interne reste constamment en phase avec celle de l'onde.

10

Processus forts et états transitoires

1. SUR LA NATURE DES TRANSITIONS QUANTIQUES.

Dans l'importante contribution qu'il a apportée à un livre paru en 1953 (¹), Albert Einstein a introduit la très intéressante idée que, quand se produit une transition quantique avec échange d'énergie et de quantité de mouvement entre deux particules, il interviendrait "quelque chose ayant une structure atomique au même titre que l'électron lui-même". Son idée était qu'il se passait alors quelque chose de très important impossible à décrire par le formalisme quantique usuel parce que ce formalisme, purement ondulatoire et ignorant la localisation des particules, ne peut pas tenir compte de leur structure et de la possibilité des "chocs" qui pourraient se produire entre elles.

Cherchons à préciser le sens du texte, peut-être un peu imprécis, d'Einstein. Considérons un atome d'hydrogène qui se trouve dans un état stationnaire initial représenté par l'une de ses fonctions propres ψ_i . Une particule chargée qui passe à proximité de l'atome perturbera l'état de l'atome et cette perturbation sera représentée par le potentiel coulombien en $\frac{e}{r}$ de la particule incidente. Si la perturbation est faible, elle aura pour effet de transformer le ψ_i

(*) Publié en anglais dans *Foundations of Physics*, 4, n° 3, p. 321, 1974.

initial en $\psi = \sum_j C_j \psi_j$ avec $C_i \approx 1$ et les C_j très petits pour $j \neq i$. On peut dire que la perturbation diminue un peu la composante ψ_i et fait apparaître de très faibles composantes ψ_j . Or, la théorie actuelle nous apprend qu'à la fin de l'interaction faible, l'atome a une probabilité $|C_i|^2$ presque égale à l'unité d'être resté dans son état initial et des probabilités très faibles $|C_j|^2$ d'avoir passé dans l'un des états ψ_j . Mais les variations $W_j - W_i$ de l'énergie de l'atome qui correspondent à des transitions très peu probables peuvent être grandes. Le paradoxe signalé par Einstein consiste alors en ceci : comment peut-il se faire qu'une interaction très faible puisse dans certains cas provoquer finalement un important transfert d'énergie ?

D'ailleurs, ce que nous venons de dire au sujet de l'interaction d'une particule et d'un atome peut se généraliser à tous les cas d'interactions entre particules ou ensembles de particules qui se terminent par un important échange d'énergie et de quantité de mouvement. Dans tous les cas de ce genre, il faut qu'il y ait d'abord recouvrement des ondes des particules dans une même région de l'espace. Les particules se trouvant alors dans un même volume, il peut à un moment donné se produire un "contact" entre les très petites régions qui constituent les particules. L'idée d'Einstein était certainement que c'est ce "contact", ce "choc", qui peut permettre un brusque échange d'énergie et de quantité de mouvement entre les particules. Mais l'expression même de choc implique que les particules sont localisées dans l'espace. La Mécanique quantique usuelle, utilisant uniquement des formalismes ondulatoires qui ne contiennent aucun élément permettant de définir la position d'une particule ne peut évidemment envisager aucun processus de choc. Le faible potentiel perturbateur qui figure dans les équations d'ondes usuelles ne peut modifier que le "processus faible" de l'évolution de l'onde en y faisant apparaître des composantes nouvelles. Il ne peut pas provoquer, comme l'a très justement remarqué Einstein, le "processus fort" qui intervient lors du brusque transfert d'une énergie finie.

Jusqu'ici nous nous sommes exprimés dans le langage de la théorie quantique usuelle. Nous allons maintenant reprendre la question en nous plaçant au point de vue de la théorie de la double solution. Rappelons les bases de cette théorie. La véritable onde physique que j'appelle l'onde ν serait une onde de très faible énergie qui ne pourrait pas se manifester directement par des phénomènes observables. Mais cette onde pourrait transporter une ou plusieurs particules qui constitueraient au sein de l'onde de très petites régions de grande concentration de l'énergie. Ces particules possèderaient une fréquence interne qui permettrait de les assimiler à de petites horloges et elles se déplaceraient dans l'onde ν de façon à rester constamment en phase avec elle. Il en résulte que les particules possèdent un mouvement régulier, le mouvement de guidage, qui leur est imposé par la propagation de l'onde. A ce mouvement régulier se superpose un mouvement aléatoire de nature brownienne résultant probablement d'échanges incessants et aléatoires d'énergie entre la particule et un milieu caché, le milieu subquantique. L'onde ψ à signification statistique, mais sans réalité physique, qui est usuellement considérée en Mécanique quantique, est définie à partir de l'onde ν par la relation $\psi = C\nu$ où C est un facteur de normalisation tel que $\int |\psi|^2 d\tau = N$ où N est le nombre de particules portées par l'onde. Je ne m'étendrai pas davantage sur les conceptions de la théorie de la double solution dont on trouvera ailleurs ⁽²⁾ le développement, mais je veux insister sur une idée importante. Quand l'onde ν , qui est pour nous une réalité physique, est formée par une superposition de composantes monochromatiques, ces composantes n'ont pas une existence séparée indépendante : seule la superposition est une réalité physique. Nous verrons plus loin l'importance de cette remarque.

Avec les conceptions de la théorie de la double solution, nous sommes amenés à dire que, si une particule localisée se trouve au cours de son mouvement entrer en contact avec une autre particule localisée, un processus très rapide, que les équations de propagation de l'onde ne permettent pas de prévoir, va se produire qui détachera chaque particule de son onde ν primitive pour l'attacher à l'une des composantes

de cette onde avec rupture des relations de phase et conservation globale de l'énergie et de la quantité de mouvement.

Naturellement l'émission ou l'absorption d'un photon par un atome doit rentrer dans ce schéma. Seulement il faut alors imaginer que dans le processus de l'émission un électron atomique qui se trouve initialement en contact avec un photon annihilé d'énergie nulle (sans doute caché dans le milieu subquantique) lui cède par un processus brusque une certaine quantité d'énergie qui en fera un photon observable d'énergie non nulle, tandis que le processus de l'absorption sera exactement inverse.

Nous sommes ainsi amenés à faire de nouveau la distinction entre les "processus faibles" qui sont décrits par la propagation de l'onde v et qui ont un caractère continu, et les "processus forts" intéressant les particules où se trouve concentrée la presque totalité de l'énergie. Bien entendu, les transitions quantiques au sens de Bohr sont des cas particuliers de processus forts. Nous ne dirons pas, comme le faisait Bohr, que ces transitions quantiques "transcendent toute description dans le cadre de l'espace-temps". Nous nous contenterons de dire qu'elles échappent à toute description dans le cadre d'une théorie purement ondulatoire qui ignore la localisation des particules.

Nous allons maintenant reprendre les mêmes idées en nous plaçant à un autre point de vue.

2. LES DEUX ETAPES D'UNE TRANSITION QUANTIQUE.

Le complexe onde-particule tel que la théorie de la double solution se le représente peut être considéré comme comportant une "superstructure" et une "substructure" de la façon suivante :

a) La *substructure* est formée par l'onde v dont l'évolution est causale et, au moins en première approximation, linéaire. Cette évolution se déduit des équations classiques de l'onde ψ (ou de l'onde électromagnétique dans le cas des photons) puisque nous admettons la relation $\psi = Cv$ où C est un facteur de normalisation. Les ondes v et ψ obéissent

aux mêmes équations de propagation et sont soumises aux mêmes conditions aux limites. Mais il y a une grande différence de nature entre les deux sortes d'ondes car v est une véritable onde physique de très faible amplitude bien déterminée tandis que ψ , dont l'amplitude est arbitrairement normée et qui ne possède pas la propriété caractéristique d'additivité des solutions d'une équation linéaire, n'est pas une véritable onde. La fonction ψ n'est qu'une représentation de probabilité.

b) La *superstructure* est constituée par les particules qui sont des régions de haute concentration du champ incorporées à l'onde v et se déplaçant de façon à rester en phase avec elle. Seule cette superstructure se manifeste dans les phénomènes observables, mais ceux-ci ne sont vraiment interprétables que si l'on tient compte de la substructure cachée.

Comme application des idées développées au paragraphe précédent, nous allons considérer le cas simple de deux particules de l'échelle microphysique observable autres que des photons. Supposons que, dans l'état initial, ces particules soient portées par deux trains d'ondes sensiblement monochromatiques et suffisamment éloignés pour occuper des régions entièrement séparées de l'espace. Si les trains d'ondes se rapprochent et viennent se superposer, l'interaction commence dans la théorie usuelle par une évolution linéaire et causale de l'onde ψ du système dans l'espace de configuration. L'état initial représenté dans l'espace de configuration par une onde ψ_i formée de deux parties entièrement séparées devient ensuite une onde $\psi = \sum_{\ell} c_{\ell} \psi_{\ell}$ formée par une superposition de composantes de Fourier correspondant à un ensemble de propagation d'ondes dans l'espace physique. Au cours de cette évolution, se produit brusquement un processus qui n'est pas représentable par le formalisme ondulatoire ordinaire et qui a pour effet que finalement les deux particules se trouvent de nouveau attachées à des trains d'ondes entièrement séparés dans l'espace physique. L'onde ψ de l'espace de configuration a alors une forme ψ_f constituée de deux parties entièrement séparées dans cet espace de configuration.

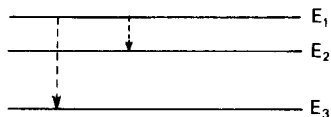
Au total, il y a donc eu passage de l'état initial représenté par $\psi = \psi_i$ à un état final représenté par $\psi = \psi_f$, mais, et ceci est une remarque très importante, ce passage s'est opéré en deux étapes, l'une relativement lente, causale et linéaire représentée exactement par les équations ordinaires de la Mécanique ondulatoire, l'autre très rapide et actuellement impossible à décrire comportant un échange conservatif important d'énergie et de quantité de mouvement entre les deux particules avec rupture des relations de phase. On peut dire que la première étape est un processus qui est bien décrit par l'évolution de la sousstructure tandis que la seconde étape est essentiellement un processus qui s'opère au niveau de la superstructure et qui échappe complètement à la théorie actuelle.

Il importe de remarquer que, quand le système est parvenu dans l'état défini dans l'espace de configuration par la fonction $\psi = \sum_{\ell} c_{\ell} \psi_{\ell}$, plusieurs transitions quantiques sont possibles de l'état ψ vers chacun des états ψ_{ℓ} . En accord avec l'idée d'Einstein qui voyait dans l'échange brusque entre particules de quantités notables d'énergie et de quantité de mouvement pendant la transition quantique un effet de nature "granulaire", on peut penser que la possibilité de plusieurs transitions quantiques différentes résulte des diverses façons dont les particules peuvent entrer en collision, la collision étant définie par le contact des structures intérieures des particules. Ces contacts correspondent à des points de l'espace de configuration où l'on a $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$, $z_1 = z_2$. Le succès des prévisions de la Mécanique quantique actuelle indique que la probabilité de la transition $\psi = \sum_{\ell} c_{\ell} \psi_{\ell} \rightarrow \psi_k$ est égale à $|c_k|^2$, résultat que la théorie de la double solution permet de retrouver. Notons d'ailleurs que, comme nous allons le voir, l'existence de la première étape lente, causale et linéaire du processus de choc est nécessaire pour que l'on puisse rendre compte de la largeur des raies spectrales émises.

3. LARGEUR SPECTRALE ET ETAT PRECURSEUR.

Dans la théorie ondulatoire classique de la lumière, on admet que les atomes peuvent émettre des trains d'ondes de largeur spectrale $\delta\nu$ pendant un temps τ et l'on démontre que l'on a $\delta\nu \cdot \tau \approx 1$. Ces trains d'ondes ont généralement dans l'émission des sources de lumière usuelle une longueur de l'ordre du mètre. C'est seulement dans le cas des ondes hertziennes et des ondes lumineuses émises par des lasers que l'on obtient des trains d'ondes beaucoup plus longs correspondant à une durée de cohérence beaucoup plus grande. Dans la théorie classique des radiations, l'interprétation de la largeur spectrale des raies ne paraît pas soulever de grandes difficultés, mais il n'en est pas de même dans la théorie quantique actuelle. Quand un atome émet de la lumière par une transition quantique conçue à la façon de Bohr, il devrait émettre un rayonnement strictement monochromatique, ce qui n'est pas possible. Pour cette raison, la Mécanique quantique orthodoxe a été amenée à développer une théorie de la largeur naturelle des raies spectrales qui est exposée notamment dans un livre de M. Heitler ⁽³⁾. Mais cette théorie paraît soulever une très grave difficulté, comme nous allons le montrer.

Nous allons reprendre cette théorie de la largeur des raies spectrales en nous bornant à un cas particulier qu'il est facile de généraliser. Nous considérerons un système atomique possédant trois états stationnaires numérotés 1, 2, 3 par ordre d'énergie décroissante. Nous avons alors le schéma suivant des transitions possibles à partir de l'état initial 1.



Nous supposons que l'atome se trouvant initialement dans l'état d'énergie E_1 puisse passer par transition quantique soit dans l'état d'énergie E_2 , soit dans l'état d'énergie E_3 .

Dans l'état initial, la fonction d'onde ψ de l'atome est $\psi_1 = \psi_1$. On suppose que, pendant la période qui

précède l'émission quantique, l'onde ψ évolue à partir de sa forme initiale ψ_1 et qu'à l'instant t on puisse écrire :

$$(1) \quad \psi(t) = C_1(t)\psi_1 + C_2(t)\psi_2 + C_3(t)\psi_3$$

En admettant plus ou moins arbitrairement que l'on

doit poser $C_1(t) = e^{-\frac{t}{2\tau}}$ de sorte que la probabilité de l'état 1 à l'instant t compté à partir du début

du processus soit $|C_1|^2 = e^{-\frac{t}{\tau}}$, τ étant alors la vie moyenne de l'état d'énergie E_1 , on peut calculer

$C_2(t)$ et $C_3(t)$ et, bien entendu, on a

$$|C_1(t)|^2 + |C_2(t)|^2 + |C_3(t)|^2 = 1. \text{ Or, le terme}$$

$C_1\psi_1$ dans l'expression (1) étant $e^{-\frac{t}{2\tau}}\psi_1$ peut se dé-

velopper en intégrale de Fourier et l'on voit ainsi que l'état 1 n'est plus monochromatique de fréquence $\frac{E_1}{h}$, mais présente une petite largeur spectrale. Par

suite de cet élargissement spectral du niveau 1, les transitions quantiques possibles $1 \rightarrow 2$ et $1 \rightarrow 3$ correspondent à l'émission de trains d'ondes électromagnétiques ayant la largeur spectrale $\delta\nu$. On obtient bien ainsi la relation $\delta\nu \cdot \tau \approx 1$ pour le train d'ondes émis et l'on a justifié l'affirmation suivant laquelle la durée de passage τ de ce train d'ondes en un point de l'espace peut être assimilée à la vie moyenne τ de l'état 1 dans l'atome émetteur.

Tout semble donc satisfaisant. Mais en réalité, en dehors de quelques difficultés mathématiques que l'on constate en examinant ce calcul, il conduit à une conclusion paradoxale. En effet, la largeur naturelle de la raie émise lors d'une transition quantique, par exemple $E_1 \rightarrow E_2$, se trouverait alors dépendre non seulement de la transition qui s'est produite, mais de toutes celles qui étaient possibles, mais *qui ne se sont pas produites* (ici $E_1 = E_3$). Une telle interprétation me paraît impossible à admettre car un phénomène ne peut pas dépendre de phénomènes qui étaient possibles, mais qui n'ont pas eu lieu. Et cependant la prévision théorique est vérifiée par l'expérience.

Le paradoxe auquel on se heurte ainsi peut être écarté si l'on introduit les notions de processus faibles et de processus forts sous la forme qui a été précédemment exposée. Reprenons le problème de la largeur des raies spectrales dans le cadre de nos idées. Dans l'état initial, la fonction d'onde v de l'atome est $v_i = \frac{1}{C} \psi_i$. Puis commence une évolution causale et linéaire de l'onde v en interaction avec un champ électromagnétique précurseur également du type v ne portant encore aucun photon. Le calcul indiqué ci-dessus pour l'onde ψ est valable pour l'onde v et, en divisant par C , l'équation (1) devient :

$$(2) \quad v(t) = C_1(t)v_1 + C_2(t)v_2 + C_3(t)v_3$$

où l'on suppose que $C_1(t) = e^{-\frac{t}{2T}}$. Mais il faut bien remarquer que, l'onde v étant pour nous une onde réelle, les trois termes du second membre de (2) n'ont pas une existence indépendante : seule existe physiquement l'onde $v(t)$ formée par leur superposition. La fonction d'onde (2) définit "l'état précurseur" qui précède une émission quantique et qui seul alors a une existence physique. Corrélativement, il naît un champ électromagnétique précurseur, processus faible du type v ne comportant aucun photon. Ce champ est formé par la superposition de deux composantes de fréquence $\nu_{12} = \frac{E_1 - E_2}{h}$ et $\nu_{13} = \frac{E_1 - E_3}{h}$. Chacune de ces composantes a une largeur spectrale $\delta\nu \approx \frac{1}{\tau}$ qui dépend à la fois des trois états quantifiés de l'atome que nous considérons. Mais ici cette largeur spectrale n'est pas due aux probabilités des transitions $1 \rightarrow 2$ et $1 \rightarrow 3$ dont aucune ne s'est encore produite, mais à l'évolution causale due à l'interaction du champ précurseur v de l'atome avec le champ v précurseur électromagnétique.

Tout à coup se produit une transition quantique (processus fort, très bref) dont la description échappe complètement à la théorie ondulatoire usuelle parce qu'elle ferait intervenir le caractère localisé des particules. Supposons que ce soit la

transition $1 \rightarrow 2$ qui se produise. Alors, selon nos conceptions, l'électron atomique se "décroche" de l'onde $v(t)$ donnée par (2) pour s'accrocher sur l'onde $v_2 = \frac{1}{C} \psi_2$. Corrélativement, comme cela est nécessaire pour la conservation de l'énergie, un photon, sans doute extrait du milieu subquantique, apparaît sur le train d'ondes électromagnétique de fréquence ν_{12} et de largeur spectrale $\delta\nu$. Ainsi il y a finalement émission par l'atome d'un photon transporté par une onde électromagnétique ν et correspondant à une raie spectrale de fréquence ν_{12} et de largeur spectrale $\delta\nu$. Les conclusions seraient analogues dans le cas où ce serait la transition $1 \rightarrow 3$ qui se produirait.

Le paradoxe qui résulte de la théorie usuelle et qui a été signalé plus haut paraît ainsi avoir disparu. La largeur spectrale d'une raie émise lors d'une transition quantique n'est pas due à la probabilité d'une transition qui ne s'est pas produite : elle résulte de l'évolution causale des processus faibles du type ν qui ont précédé la transition quantique.

La Thermodynamique cachée des particules, complètement naturel de la théorie de la double solution sous sa forme actuelle, permet de voir ⁽⁴⁾ que les états quantifiés qui sont monochromatiques ont une probabilité thermodynamique plus grande que les états précurseurs qui sont définis par une superposition d'ondes monochromatiques. Il en résulte que le retour d'un état précurseur à un état monochromatique stationnaire s'accompagne d'une augmentation de la probabilité thermodynamique. Les états quantifiés sont donc plus stables que les états dont la fonction d'onde est de la forme $\psi = \sum_{\ell} c_{\ell} \psi_{\ell}$, point sur lequel nous reviendrons plus loin.

Dans ce qui précède, nous avons étudié le cas de l'émission spontanée, au sens d'Einstein, d'un photon par un atome. Des considérations analogues doivent pouvoir être développées dans le cas où un atome (ou une molécule) est frappé par une onde transportant un photon. Il peut alors s'établir un état précurseur transitoire qui se termine par une transition quantique brusque, avec augmentation de la probabilité

thermodynamique, pouvant réaliser suivant les cas une absorption ou une émission stimulée au sens d'Einstein, un effet Compton ou un effet Raman.

Ce qui paraît inexact et trompeur dans la conception usuellement admise, c'est qu'elle considère comme des états indépendants les composantes de Fourier qui figurent dans l'expression de l'onde au cours des processus précurseurs alors que la véritable transition quantique n'a pas encore eu lieu. On prend ainsi pour des états quantiques indépendants ce qui n'est en réalité que des termes apparaissant dans le calcul, par la méthode de variations des constantes, de l'évolution de l'onde *cohérente* (v ou ψ) pendant le processus précurseur. Et c'est cela qui conduit à considérer la particule ou le système comme étant *réparti* entre plusieurs états quantiques, alors qu'en réalité il est dans un état unique, mais transitoire, avec fluctuation d'énergie. Ce qui facilite la confusion qui paraît exister dans l'interprétation actuelle, c'est que le développement de l'expression de l'onde dans l'état précurseur *préfigure* l'ensemble des transitions quantiques qui pourraient se produire, mais dont aucune ne s'est encore produite.

La chose apparaît peut-être encore plus nettement dans le cas où, poussant plus loin les approximations, on fait intervenir dans le calcul des composantes de l'onde des états intermédiaires ψ_j tels que, la transition directe $\psi_i \rightarrow \psi_k$ étant impossible, elle peut cependant avoir lieu par le double passage $\psi_i \rightarrow \psi_j \rightarrow \psi_k$. On constate alors que les passages $\psi_i \rightarrow \psi_j$ et $\psi_j \rightarrow \psi_k$ ne conservent pas l'énergie alors que le passage global $\psi_i \rightarrow \psi_j \rightarrow \psi_k$ la conserve finalement, ce que l'on interprète souvent en disant que la durée δt du processus global est trop courte, en raison de la relation d'incertitude $\delta E \cdot \delta t \approx h$, pour que l'on puisse appliquer la conservation de l'énergie aux stades de ce processus. C'est ce qui a conduit à introduire la notion étrange de particules virtuelles (par exemple de photons virtuels) pour lesquels il n'y aurait pas conservation de l'énergie. On peut penser qu'ici encore on prend pour des réalités physiques ce qui n'est qu'un stade dans un

calcul d'approximations, les états intermédiaires E_i n'étant pas physiquement réalisés, mais étant seulement des termes intervenant dans le calcul de l'état précurseur indécomposable qui existe avant la véritable transition quantique.

4. INTRODUCTION DANS LA THEORIE PRECEDENTE DE CERTAINES IDEES DE SCHRÖDINGER.

Dans un article intitulé "Are there quantum jumps?", Schrödinger avait remarqué que le "privilège" attaché aux états stationnaires lui paraissait injustifié (⁵). Pourquoi, disait-il, suppose-t-on qu'un système quantifié se trouve toujours dans un état stationnaire $\psi = \psi_k$ alors que la forme générale de la fonction d'onde, solution d'une équation linéaire est évidemment $\psi = \sum_j c_j \psi_j$? Et il concluait que les états stationnaires avaient usurpé leur situation privilégiée.

Partant de cette idée, Schrödinger avait alors cherché à se représenter le phénomène de l'émission des rayonnements par un atome d'une façon classique sans intervention des sauts quantiques de Bohr. Il pensait que l'on devait partir de la formule

$\psi = \sum_j c_j \psi_j$ représentant une superposition d'états stationnaires et il définissait le moment électrique σ correspondant de l'atome en posant $\psi_j = a_j e^{\frac{i}{\hbar} E_j t}$, les a_j pouvant être complexes, et en écrivant :

$$\sigma_q = -e \int \psi^* \psi q d\tau = \sum_{ik} c_k^* c_i (\sigma_q)_{ki}$$

où $q = x, y, z$ et $(\sigma_q)_{ki} = -e \int \psi_k^* \psi_i q d\tau$

$$= -e \int a_k^* a_i q d\tau e^{\frac{i}{\hbar} (E_i - E_k) t}$$

L'atome devrait alors rayonner comme un ensemble d'oscillateurs de moment électrique $(\sigma_q)_{ki}$ et devrait ainsi émettre toutes les fréquences $\nu_{ik} = \frac{E_i - E_k}{h}$

de Bohr. Il voyait dans ce résultat une sorte d'interprétation classique du rayonnement par transitions quantiques. Mais il est aisé de voir que cette interprétation se heurte à des objections graves : toutes les fréquences ν_{ik} seraient émises simultanément et rien ne serait analogue aux sauts quantiques de Bohr, l'état initial ne jouerait aucun rôle particulier, tous les états quantifiés intervenant de la même façon, etc.

Néanmoins, si l'on adopte les conceptions de la théorie de la double solution et si l'on admet l'existence des états précurseurs tels que nous les avons précédemment définis, il paraît possible de donner à l'idée de Schrödinger une forme acceptable et très intéressante.

Considérons le cas de l'émission spontanée de N_i atomes dans l'état quantique initial d'énergie E_i . L'état précurseur tel que nous l'avons précédemment défini est représenté dans le formalisme usuel par une fonction ψ de la forme suivante $\psi = c_i \psi_i + \sum_k c_k \psi_k$, la somme \sum_k étant étendue aux états d'énergie $E_k < E_i$. Dans cet état précurseur, le moment électrique considéré par Schrödinger a une composante σ_q de fréquence ν_{ik} qui est :

$$(\sigma_q)_{ik} = -e C_k C_i \int \psi_k^* \psi_i q d\tau \quad (q = x, y, z)$$

Pour l'ensemble des N_i atomes, l'énergie rayonnée sous forme d'une onde de fréquence ν_{ik} avec champ électrique parallèle à l'axe des q sera donnée d'après la théorie classique du rayonnement par la formule :

$$\begin{aligned} N_i \frac{64\pi^4 \nu_{ik}^4}{3c^3} |(\sigma_q)_{ik}|^2 &= N_i e^2 \frac{64\pi^4 \nu_{ik}^4}{3c^3} |c_k|^2 |c_i|^2 \times \\ &\times \left| \int \psi_k^* \psi_i q d\tau \right|^2 = N_{i \rightarrow k} e^2 \frac{64\pi^4 \nu_{ik}^4}{3c^3} \left| \int \psi_k^* \psi_i q d\tau \right|^2 \end{aligned}$$

où $N_{i \rightarrow k} = N_i |C_k|^2$ est le nombre des atomes qui passent de l'état initial d'énergie E_i à l'état final d'énergie E_k .

Nous devons maintenant examiner de plus près le sens de l'image ainsi obtenue. Pour nous, pendant l'état précurseur, il existe dans l'atome une onde v électronique de la forme :

$$v = a_i e^{-\frac{t}{2\tau}} e^{\frac{i}{\hbar} E_i t} + \sum_k C_k a_k e^{\frac{i}{\hbar} E_k t}$$

Cette onde v contiendra, sous une forme que nous préciserons plus loin, un moment électrique variable dont les composantes de Fourier peuvent s'écrire sous la forme :

$$(\sigma_q)_{ik} = -e \int a_k^* a_i q d\tau \cdot e^{-\frac{t}{2\tau}} e^{\frac{i}{\hbar} (E_i - E_k) t}$$

En d'autres termes, il existerait dans l'onde v de l'atome pendant l'état précurseur une distribution d'électricité variable dont la composition spectrale contiendrait toutes les fréquences correspondant aux transitions quantiques de Bohr susceptibles d'être émises. Cette très faible distribution variable d'électricité rayonnerait, suivant les lois classiques, autour de l'atome une très faible onde électromagnétique du type v ne portant aucun photon et contenant, elle aussi, toutes les fréquences susceptibles d'être émises par l'atome. Au très faible niveau des ondes v , toutes les émissions quantiques seraient en quelque sorte *préfigurées* et tout se passerait à ce niveau d'une manière classique en accord avec l'idée directrice de Schrödinger.

Mais ce qui n'est pas classique, c'est la façon dont se termine par un processus fort d'échange d'énergie cet état précurseur. Ce processus ne pouvait pas être représentée par une théorie comme celle de Schrödinger qui ignorait la localisation des particules. L'électron atomique s'accrochera alors sur l'une des composantes de fréquence ν_k de l'onde v électronique de l'état précurseur, la probabilité de cet accrochage étant égale à $|C_k|^2$. Ce brusque retour pour l'électron à un état stationnaire d'énergie

moindre que celle de l'état initial correspond, d'après la Thermodynamique cachée des particules, à une augmentation de l'entropie ou plus exactement en raison de l'émission d'un photon à une diminution de l'énergie libre et c'est là ce qui justifie la prérogative des états stationnaires que contestait Schrödinger.

On voit ainsi que les conceptions de Schrödinger peuvent être adoptées pour la description de la substructure pendant les états précurseurs sans porter atteinte à la prérogative, pour nous d'origine thermodynamique, des états stationnaires et cela doit être vrai aussi bien dans les processus d'absorption que dans les processus d'émission spontanée ou stimulée. On peut dire qu'au niveau de la substructure, c'est-à-dire des ondes ν , tout se passe comme si la théorie électromagnétique classique était exacte. Cette conclusion, qui pourrait probablement être mise en relation avec le principe de correspondance, est l'un des aspects de la validité que conserve dans beaucoup de calculs l'emploi de la théorie électromagnétique classique malgré l'existence certaine des photons. Mais il nous reste à examiner un point important.

5. LE ROLE DE LA CHARGE DE L'ELECTRON PENDANT L'ETAT PRECURSEUR.

Remarquons d'abord qu'il semble certain que l'onde ν d'un électron comporte une très petite charge électrique de densité $-ea^2$ répandue dans toute son étendue. En effet, si nous considérons une onde ν électronique qui ne transporte aucun électron et si nous supposons que cette onde subisse l'action d'un champ électrique extérieur, la présence dans l'équation de propagation d'un terme $-eV$ où V est le potentiel dont dérive le champ extérieur montre que cette propagation est influencée en chaque point par l'action du champ électrique, ce qui paraît imposer l'idée qu'une très petite partie de la charge de l'électron est répandue dans toute l'onde ν .

Cependant, avec nos conceptions où l'électron est localisé dans l'onde, la presque totalité de la charge doit être localisée dans l'électron lui-même. Dans les états stationnaires de l'atome où, selon

nos idées, l'électron peut être animé d'un mouvement de guidage et cependant il ne doit pas y avoir de rayonnement d'énergie vers l'extérieur. La difficulté est analogue à celle que l'on rencontrait dans la théorie primitive de l'atome de Bohr où l'on supposait l'électron décrivant des trajectoires circulaires ou elliptiques et où cependant, contrairement aux prévisions de la théorie électromagnétique classique, l'atome dans son état stationnaire ne devait pas émettre d'énergie sous forme électromagnétique.

En réfléchissant au problème qui se pose ainsi, on arrive à des conclusions qui paraissent très intéressantes. Considérons un atome d'hydrogène où l'électron est animé d'un mouvement de guidage sur une trajectoire circulaire autour d'un axe oz. Ce cas est réalisé quand, en prenant des coordonnées polaires r , α , θ pour repérer les positions, l'onde v a la forme :

$$v_k = a_k(r, \alpha, \theta) e^{\frac{i}{\hbar} (E_{kt} - mvr\alpha)}$$

avec a_k réel et $\psi_k = C v_k$. Le moment de quantité de mouvement de l'électron sur une trajectoire circulaire de guidage est alors un multiple entier non nul de \hbar . Alors, avec notre manière de voir, les trajectoires de guidage de l'électron sont des petits cercles de rayon r décrits avec la vitesse

v , r et v étant reliés par la relation $vr = n \frac{\hbar}{m}$

avec n entier. Dans la forme primitive de la théorie de la double solution où les perturbations aléatoires d'origine subquantique n'intervenaient pas, l'électron décrivait une seule de ces trajectoires circulaires et alors on ne voyait pas pourquoi il ne rayonnait pas. Mais, dans la forme actuelle de la théorie de la double solution, les perturbations subquantiques font constamment passer l'électron d'une de ses trajectoires circulaires définies plus haut à une autre de ces trajectoires, les grandeurs v et r variant simultanément de façon que leur produit reste constant, C'est là la raison pour laquelle la probabilité de la présence de l'électron dans un élément de volume $d\tau$ de l'atome est égal à $|\psi|^2 d\tau$ où $|\psi| = Ca(r, \alpha, \theta)$ ne dépend pas du temps. C'est cette circonstance qui, en établissant une

sorte d'incohérence entre les émissions qui correspondraient aux éléments de trajectoires de l'électron fait qu'au total l'état stationnaire de l'atome ne rayonne pas, ce qu'un calcul développé pourrait peut-être démontrer plus rigoureusement. Il semble donc que l'on doit en tirer la conclusion suivante : *"Pour qu'un état de l'atome puisse rayonner, il faut que la grandeur $|\psi|^2$ dépende du temps"*.

Mais, dans les états précurseurs précédemment définis, l'onde ν de l'électron est formée par une superposition de composantes ayant des fréquences de la forme $\nu_i - \nu_k$ égales aux fréquences qui peuvent être émises par transitions de Bohr. la grandeur $|\psi|^2$ dans ces états précurseurs est donc fonction du temps et, conformément aux conceptions classiques et aux idées de Schrödinger, il y a alors émission d'une onde ν électromagnétique qui ne porte encore aucun photon et qui est la superposition des composantes correspondant à toutes les fréquences $\nu_i - \nu_k$. C'est seulement ensuite que cet état précurseur cesse brusquement par l'intervention du processus fort ou "choc d'Einstein" qui s'accompagne de l'émission de l'une des fréquences $\nu_i - \nu_k$ avec passage de l'atome dans l'état stationnaire d'énergie $h\nu_k$ et conservation de l'énergie globale.

Il semble bien que l'on doive en conclure que l'émission pendant l'état précurseur d'une très faible onde électromagnétique autour de l'atome fait intervenir non seulement la très faible charge électrique de l'onde ν électronique, mais aussi la totalité de la charge électrique concentrée dans la particule "électron", charge qui se trouve en quelque sorte répartie statistiquement pendant l'état précurseur par l'effet des perturbations subquantiques dans toute l'étendue de l'onde ν électronique.

6. DERNIERE REMARQUE ET CONCLUSION.

On peut faire encore une remarque importante au sujet du schéma général proposé ci-dessus en ce qui concerne les émissions et absorptions stimulées. En effet, ce schéma n'est valable que si l'état précurseur de l'atome peut se représenter par une su-

perposition de fonctions propres correspondant aux états *non perturbés* de l'atome. Or, cette condition peut cesser d'être réalisée si l'action de l'onde électromagnétique incidente sur l'atome est suffisamment forte pour modifier sensiblement l'état ondulatoire de l'atome. Et cela pourrait être mis en relation avec les très intéressants travaux de M. Georges Lochak et de ses collaborateurs.

La question des émissions stimulées demanderait d'ailleurs à être regardée de plus près. En particulier, il faudrait expliquer pourquoi les émissions ou absorptions stimulées sont proportionnelles au nombre des photons portés par l'onde incidente. Peut-être cela provient-il du fait que l'onde électromagnétique ν incidente, bien que très faible, agit cependant comme si elle était beaucoup plus intense parce que les photons qu'elle transporte apportent à l'atome des "échantillons" d'une onde électromagnétique beaucoup plus intense, échantillons qui sont répartis statistiquement dans toute l'onde par les perturbations aléatoires subquantiques ⁽⁶⁾.

Evidemment les idées exposées dans les paragraphes qui précèdent ne constituent que des indications générales qui auraient besoin d'être précisées et développées, mais qui forment probablement la base sur laquelle il faudra constituer la véritable théorie des interactions entre la matière et le rayonnement.

BIBLIOGRAPHIE.

- (¹) Louis de Broglie, physicien et penseur, Albin Michel 1953, p. 11-13.
- (²) Voir par exemple Louis de Broglie. La réinterprétation de la Mécanique ondulatoire, Paris, Gauthier-Villars, 1971.
- (³) W. Heitler, The Theory of Radiation - 5^e édition, Oxford Clarendon Press, 1954, p. 181 et 15.
- (⁴) Louis de Broglie, la Thermodynamique de la particule isolée ou Thermodynamique cachée des particules. Paris, Gauthier-Villars, 1964, Chapitre IX.
- (⁵) Erwin Schrödinger, The British Journal of Philosophy of Sciences, vol. III, n° 10 et 11; 1952
- (⁶) Voir à ce sujet Louis de Broglie, Ondes électromagnétiques et photons en Radioélectricité. L'onde électrique, vol. 50, fasc. 8, septembre 1970, p. 657.

11

Onde active et onde réactive

1. SUBSTITUTION DE DEUX FONCTIONS D'ONDE REELLES A LA FONCTION D'ONDE COMPLEXE DE LA THEORIE DE LA DOUBLE SOLUTION.

Dans l'interprétation de la Mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution, il est usuel de définir la fonction d'onde ψ qui représente statistiquement une onde portant un grand nombre de particules par la formule :

$$(1) \quad \psi = a e^{\frac{i}{\hbar} \varphi}$$

a étant l'amplitude et φ la phase de l'onde. L'hypothèse que la particule est assimilée à une petite horloge qui se déplace dans son onde de façon à rester en phase avec cette onde, hypothèse qui a été le point de départ de mes travaux en 1923-24, conduit à prévoir que la grandeur $\rho = a^2$ est la densité de probabilité de présence de la particule tandis que le vecteur $\vec{p} = -\text{grad } \varphi$ est la quantité de mouvement de la particule au point où elle se trouve. Mais la théorie que nous cherchons à développer tendant toujours à éliminer le plus possible tous les formalismes purement mathématiques, il est très naturel de chercher à remplacer l'expression complexe (1) de ψ par deux fonctions réelles ψ_1 et ψ_2 telles que $\psi = \psi_1 + i\psi_2$.

On est alors conduit à relier ψ_1 et ψ_2 aux fonctions a et φ par les relations :

$$(2) \quad a^2 = \psi_1^2 + \psi_2^2 \qquad \varphi = \text{arc tg } \frac{\psi_2}{\psi_1}$$

Si, à l'aide de ces deux relations, on introduit ψ_1 et ψ_2 dans l'équation d'onde sous la forme simple de Schrödinger, on obtient en séparant les termes réels et imaginaires, deux équations réelles liant $\psi_1^2 + \psi_2^2$ et $\text{arc tg } \frac{\psi_2}{\psi_1}$ et, compte tenu des relations (1) et (2), on trouve :

$$(3) \quad \rho = \psi_1^2 + \psi_2^2 \quad \vec{p} = - \text{grad } \text{arc tg } \frac{\psi_2}{\psi_1}$$

et l'on vérifie facilement que ces deux équations sont celles que j'ai l'habitude de nommer "équations de Jacobi généralisée" et "équation de continuité". Le passage des fonctions α et φ aux fonctions ψ_1 et ψ_2 n'introduit donc rien de nouveau dans l'interprétation physique de ces équations en théorie de la double solution, mais il est évident que l'emploi des fonctions α et φ est plus commode que celui des fonctions ψ_1 et ψ_2 . Mais, en revanche, comme nous allons le montrer, l'emploi de ψ_1 et de ψ_2 , du moins dans le cas des ondes électromagnétiques, est d'un très grand intérêt physique si l'on introduit les notions de puissance active et de puissance réactive.

2. RAPPEL DES NOTIONS DE PUISSANCE ACTIVE ET DE PUISSANCE REACTIVE.

Soit un circuit électrique contenant une résistance R , une self \mathcal{L} et une capacité C sur lequel agit une tension alternative de fréquence ν , donc de pulsation $\omega = 2\pi\nu$. Nous pouvons écrire cette tension sous la forme :

$$(4) \quad U = U_0 \cos \omega t = U_e \sqrt{2} \cos \omega t$$

où $U_e = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ est la tension efficace. Le courant induit dans le circuit est :

$$(5) \quad I = I_0 \cos(\omega t - \varphi) = I_e \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

où $I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ est l'intensité efficace et où, ici, φ désigne le décalage du courant par rapport à la tension.

Les grandeurs I et U sont reliées par l'équation :

$$(6) \quad \mathcal{L} \frac{dI}{dt} + RI + \frac{1}{C} \int I dt = U$$

et l'on a $I_0 = \frac{U_0}{Z}$ et $I_e = \frac{U_e}{Z}$ avec :

$$(7) \quad Z = R^2 + \left(\mathcal{L} \omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 \quad \text{tg} \varphi = \frac{\mathcal{L} \omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$\sin \varphi = \frac{\omega \mathcal{L} - \frac{1}{C\omega}}{Z} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Z étant l'impédance du circuit. Quand la condition de résonance $\mathcal{L} \omega^2 = 1$ est réalisé, $Z = R$ et le courant est maximal. Tout ceci est bien connu.

En notations complexes, nous écrirons :

$$(8) \quad U = U_0 \sqrt{2} e^{i\omega t} \quad I = I_0 \sqrt{2} e^{i\omega t} e^{-i\varphi}$$

et nous aurons :

$$(9) \quad U = ZI \text{ avec } Z = R + i \left(\omega \mathcal{L} - \frac{1}{C\omega} \right)$$

Z étant l'impédance complexe. On retrouve aisément les formules sous la forme réelle.

L'énergie débitée par la source pendant une période de $\tau = \frac{1}{\nu}$ est :

$$(10) \quad \int_0^\tau U_e \sqrt{2} I_e \sqrt{2} \cos \omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi) dt$$

et la puissance moyenne P_1 fournie au circuit et consommée dans la résistance R pendant la durée τ d'une période est :

$$(11) \quad P_1 = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau 2 U_e I_e \cos \omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi) dt \\ = U_e I_e \cos \varphi$$

formule bien connue.

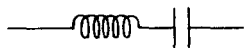
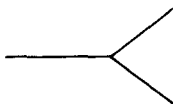
Mais nous allons maintenant introduire une notion importante, moins couramment employée que les précédentes. En effet, il y a plus de 60 ans, M. Boucherot a introduit l'idée nouvelle de "puissance réactive"

définie par la formule symétrique de (11) :

$$(12) \quad P_2 = U_e I_e \sin \varphi$$

Tandis que la puissance *active* P_1 s'exprime naturellement en watts, la puissance *réactive* P_2 s'exprime en vars ou voltampères réactifs.

Pour montrer l'intérêt de la notion de puissance réactive, M. Boucherot a considéré la propagation des puissances actives et réactives dans deux cas importants : celui d'un branchement et celui d'une self suivie d'un condensateur.



Il a montré que dans ces deux cas, non seulement la puissance active, mais aussi la puissance réactive se conservent depuis l'entrée jusqu'à la sortie du dispositif. On trouvera ces démonstrations avec quelques remarques complémentaires dans mon livre "Ondes électromagnétiques et Photons" p. 53 à 55.

3. RELATIONS ENTRE LA PUISSANCE ACTIVE ET LA PUISSANCE REACTIVE ET LES FONCTIONS REELLES ψ_1 ET ψ_2 DANS LE CAS D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE.

Dans le premier paragraphe de cette étude, nous avons montré que, dans la Mécanique ondulatoire telle que nous la concevons, on peut remplacer la fonction d'onde complexe par deux fonctions d'onde réelles. Dans le cas que nous considérons d'une onde électromagnétique, cela nous amène naturellement à penser que, en suivant les conceptions de Boucherot, l'onde ψ_1 doit être considérée comme une *onde active* et la fonction ψ_2 comme une *onde réactive*.

Alors, la fonction ψ_1 correspondra à la tension active $U = U_e \sqrt{2} \cos \omega t$ définie par (4) et c'est cette tension active qui, en cédant de l'énergie au circuit oscillant, y entretiendra le courant

$I = I_e \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$. L'énergie cédée par l'onde au circuit pendant un temps très court dt sera donc :

$$(13) \quad dW = U_e I_e \cdot 2 \cos \omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi) dt$$

et pendant une période τ cette énergie cédée sera en moyenne par période :

$$(14) \quad W = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} 2 U_e I_e \cos \varphi \cos^2 \omega t \, dt \\ + \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} 2 U_e I_e \sin \varphi \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \, dt$$

Comme $\int_0^{\tau} \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot dt$ est visiblement nulle,

on retrouve pour l'énergie cédée au circuit par unité de temps l'expression classique $U_e I_e \cos \varphi$.

Mais, cela ne veut pas dire que l'onde réactive n'échange pas d'énergie avec le circuit oscillant car, pendant le premier et le troisième quart de la période τ , l'intégrale $\int \sin \omega t \cos \omega t \, dt$ est positive tandis que pendant le deuxième et le quatrième quart de la période τ cette intégrale est négative. Il y a donc une certaine énergie qui *oscille* constamment entre l'onde et le circuit en se conservant et cette oscillation d'énergie est due à l'action sur le circuit du champ réactif. Ceci montre bien que l'onde réactive existe bien réellement.

4. CONCLUSION.

Assurément la théorie précédente est un peu schématique. Elle n'est valable pour un champ électromagnétique que si le transfert d'énergie de l'onde à un circuit oscillant peut s'exprimer à l'aide d'une seule grandeur U . On pourrait peut être chercher à la généraliser.

Aucune théorie analogue ne semble pouvoir être développée pour les ondes portant les électrons dont les composantes n'ont pas le caractère de grandeurs électromagnétiques, mais on pourrait, en partant des équations de Pauli et de Dirac, remplacer les fonctions d'ondes par des fonctions réelles et examiner ce qui pourrait en résulter.

12

Sur la largeur des raies spectrales et l'effet Dupouy

La propagation d'une onde monochromatique plane dans une direction ox peut être définie par un vecteur égal à $\frac{1}{\lambda}$ dans la direction ox , λ étant la longueur d'onde. Si λ est affecté d'une petite variation $\delta\frac{1}{\lambda} = \delta\frac{v}{V}$, v et V étant la fréquence et la vitesse de phase, la superposition des ondes planes monochromatiques donne naissance à un train d'ondes limité se déplaçant suivant ox avec une vitesse de groupe donnée par la formule de Rayleigh $\frac{1}{v} = \frac{\partial \frac{1}{\lambda}}{\partial v}$. La représentation d'une onde par un train d'ondes est beaucoup plus proche de la réalité physique que l'image d'une onde monochromatique plane indéfinie.

Pour analyser la propagation d'un train d'ondes limité, faisons la figure suivante :

Si toutes les composantes spectrales sont en accord de phase en O , la longueur L du train d'ondes sera donnée par la formule :

$$(1) \quad 2\pi \left(\frac{1}{\lambda} + \delta\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) \frac{L}{2} \approx \pi$$

d'où

$$(2) \quad \delta\frac{1}{\lambda} \cdot L = \frac{L\delta v}{V} \approx 1$$



$\frac{L}{v}$ étant le temps τ que met le train d'ondes à passer en un point M et l'on a :

$$(3) \quad \delta v \cdot \tau \approx 1$$

relation bien connue entre la largeur spectrale δv et le temps de cohérence τ .

Mais il est naturel de supposer qu'un train d'ondes n'est pas seulement défini par un ensemble de vecteurs de longueurs comprises entre $\frac{1}{\lambda}$ et $\frac{1}{\lambda} + \delta\frac{1}{\lambda}$ dirigés suivant ox , mais par un ensemble de tels vecteurs compris à l'intérieur d'un cône d'axe ox et de très petit angle au sommet ϵ . Alors, si au point O toutes les composantes spectrales sont en phase, on peut définir la "largeur" L' du train d'ondes par la formule analogue à (1) :

$$(4) \quad 2\pi\epsilon\left(\frac{1}{\lambda} + \delta\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right) \frac{L'}{2} \approx \pi$$

car $\sin \epsilon \approx \epsilon$. On en tire :

$$(5) \quad \delta\frac{1}{\lambda} \cdot \epsilon L' \approx 1$$

d'où en comparant (5) avec (2) :

$$(6) \quad L' \approx \frac{L}{\epsilon} \gg L$$

La largeur d'un train d'ondes doit donc être beaucoup plus grande que sa longueur.

Je n'insisterai pas ici sur l'application de ces formules à la lumière et je me bornerai à étudier le cas des électrons.

Dans son très intéressant "Cours de diffraction électronique" autographié, M. Zouckermann donne dans le paragraphe 3, page 18, pour des électrons de vitesse $v \approx \frac{c}{2}$, les valeurs suivantes :

$$\tau \approx 10^{-14} \text{ s.}, \quad L \approx v\tau \approx \frac{1}{2} c \cdot 10^{-14} \approx 1\mu.$$

Ce résultat est en accord avec celui qu'avait publié Möllenstedt en Allemagne en Mars 1956 où il avait trouvé, pour des électrons de 25 k.e.V. dont

la longueur d'onde est $\lambda = 10^{-9}$ cm, que la longueur des trains d'onde était de $1,5 \mu$, soit environ $150\,000 \lambda$.

Un résultat analogue avait aussi été publié par Fert et Faget dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Décembre 1956. Ils avaient trouvé qu'un train d'ondes électroniques a une longueur égale à environ un million de fois la longueur d'ondes.

La concordance de ces résultats permet d'admettre que, pour des électrons ayant une énergie de quelques dizaines de milliers d'électron-volts, la longueur des trains d'ondes est de l'ordre du μ . Mais M. Zouckermann a été plus loin. Il a pu évaluer la *largeur* d'un train d'ondes électroniques pour des électrons de 60 000 e.V. Il a trouvé que cette largeur est supérieure à 80μ , soit environ 100 fois la longueur du train d'ondes.

J'en arrive maintenant à ce que j'appellerai "l'effet Dupouy". M. Dupouy, qui emploie dans son laboratoire de Toulouse, des électrons d'une énergie de trois millions d'électron-volts, a annoncé, il y a quelques années, qu'il constatait la disparition totale de l'aberration de sphéricité. Cette aberration prévue par les calculs usuels d'optique électronique est bien vérifiée par l'expérience pour les électrons de quelques dizaines de milliers d'électron-volts usuellement utilisés en optique électronique. Le fait important et inattendu signalé par M. Dupouy me paraît susceptible d'être interprété, dans le cadre de mes idées sur le transport des particules par leur onde, à l'aide des résultats expérimentaux que je viens de rappeler.

Comme je l'ai rappelé dans mon livre d'optique électronique et corpusculaire p. 128, l'aberration de sphéricité est due au fait suivant : les rayons émis par une source ponctuelle ne vont converger vers un même point de l'image que s'ils sont peu inclinés sur l'axe de l'appareil employé pour obtenir cette image. On peut donc penser que l'effet Dupouy est dû au fait que, pour les électrons de très haute énergie, les trains d'ondes passent par le centre des pupilles de l'appareil sans en toucher les bords.

Or, comme je l'ai rappelé plus haut, M. Zouckermann employant des électrons de 60 000 e.v. a trouvé une largeur des trains de l'ordre de 100 μ . Mais M. Dupouy emploie des électrons de 3 millions d'électron-volts dont l'énergie est donc 50 fois plus grande que celle des électrons de M. Zouckermann. La formule $W = h\nu$ montre alors que la fréquence ν des électrons de M. Dupouy est 50 fois plus grande que celle des électrons de 60 000 e.v. La vitesse des électrons de 3 millions de volts étant extrêmement voisine de c , la longueur d'onde correspondante est $\lambda = \frac{c^2}{\nu v} \approx \frac{c}{\nu}$ et ceci montre qu'elle est environ 50 fois plus petite que celle des électrons de 60 000 e.v. Si l'on admet alors, ce qui paraît naturel, que la largeur des trains d'ondes est proportionnelle à la longueur d'onde, cette largeur est 50 fois plus petite pour les électrons de 3 millions d'électron-volts que pour des électrons de 60 000 électron-volts.

D'après les schémas d'appareils donnés par M. Magnan au début de son traité de Microscopie électronique, les pupilles contenues dans ces appareils ont des diamètres de l'ordre de 70 μ . Si l'on envoie sur ces pupilles des trains d'ondes électroniques portant des électrons de 60 000 e.v., ces trains d'ondes couvrent les pupilles et l'aberration de sphéricité intervient. Mais pour des électrons de 3 millions d'électron-volts, la largeur des trains d'ondes sera 50 fois plus petite. Elle sera donc de l'ordre de 2 μ de sorte que ces trains d'ondes passeront par le centre des pupilles sans en toucher les bords. Et ceci explique la disparition de l'aberration de sphéricité.

M. Dupouy a bien vu la chose quand il a écrit (C.R. 27 Mars 1972) que l'aberration de sphéricité disparaît parce que les faisceaux d'électrons qu'il emploie sont si fins qu'ils passent par le centre des pupilles. Cependant cette explication ne me paraît pas tout à fait exacte parce que c'est la propagation de l'onde qui détermine la forme de l'image et la répartition statistique de l'apport de l'énergie par les électrons dans cette image. Il est d'ailleurs probable que chaque train d'ondes incident ne porte qu'un seul électron. C'est donc la

très petite largeur des trains d'ondes qui doit être invoquée pour expliquer exactement la disparition de l'aberration de sphéricité dans les expériences de M. Dupouy.

Réfutation du théorème de Bell

Le but de cette Note est d'exposer pourquoi le raisonnement par lequel M. Bell a cru pouvoir démontrer l'impossibilité d'interpréter la Mécanique ondulatoire par une théorie à variables cachées est inexact.

Dans un article publié dans la Revue Physics en 1964 (¹), M. Bell a cru pouvoir démontrer l'impossibilité d'interpréter la Mécanique ondulatoire à l'aide d'une "théorie à variables cachées". Pour nous, cette expression désigne une théorie qui admet la localisation permanente des particules dans leur onde, les variables cachées étant les coordonnées des particules.

Dans le paragraphe 3 de son article, M. Bell considérant la mesure des spins de deux électrons très éloignés l'un de l'autre calcule les probabilités que doivent avoir les résultats de telles mesures si l'on admet l'existence de variables cachées et l'indépendance de ces mesures. Les évaluations qu'il obtient ainsi sont en accord avec celles que l'on obtient dans notre théorie qui localise les particules dans l'onde.

Mais M. Bell veut ensuite démontrer, et c'est ce qui constitue son théorème, qu'il existe une contradiction entre l'hypothèse de l'indépendance des mesures du spin et les lois générales, qui lui paraissent toujours exactes, de la Mécanique quantique usuelle. Pour faire cette démonstration, il repré-

sente par la lettre λ l'ensemble des variables supposées cachées et il désigne par \vec{a} et \vec{b} deux vecteurs unités situés aux endroits où s'effectue la mesure du spin des deux électrons supposés éloignés et localisés, vecteurs qui définissent l'orientation des deux appareils de mesure.

Prenant alors comme unité de spin la grandeur $\frac{\hbar}{2}$, M. Bell écrit que le résultat de la mesure des spins sur les électrons éloignés doit être exprimée par les formules :

$$(1) \quad A(\vec{a}, \lambda) = \pm 1 \quad B(\vec{b}, \lambda) = \pm 1$$

Elles signifient que le résultat des mesures du spin est ± 1 suivant la position des particules et l'orientation des vecteurs \vec{a} et \vec{b} . Le résultat de la mesure faite sur l'un des électrons ne dépend donc pas de l'orientation de l'appareil agissant sur l'autre électron. On en déduit que, dans une théorie à variables cachées, si $\rho(\lambda)$ est la probabilité des λ , la valeur moyenne des composantes $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ et $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$ est :

$$(2) \quad P(\vec{a}, \vec{b}) = \int \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) \cdot B(\vec{b}, \lambda) d\lambda$$

et nous sommes d'accord sur cette formule (*).

Mais, dit ensuite M. Bell, cette valeur moyenne, conséquence nécessaire d'une théorie à variables cachées, doit être compatible avec celle qui est prévue par la Mécanique quantique pour un état singulet, qui s'écrit, avec les notations employées, sous la forme que nous avons vérifiée :

$$(3) \quad \langle \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}, \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b} \rangle = \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a} \cdot \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b} + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{b} \cdot \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{a} = - \vec{a} \cdot \vec{b}$$

les indices 1 et 2 numérotant les particules. C'est sur cette formule que M. Bell s'appuie pour déclarer

(*) *Enoncée comme je le fais, cette affirmation n'est exacte qu'à condition de l'appliquer en prenant pour $\rho(\lambda)$ la distribution de probabilités créée par la dernière mesure effectuée.*

inacceptable toute théorie à variables cachées.

Mais nous contestons la validité générale de la formule (3). En effet, que signifie cette formule ? Si l'on permute la position des particules dans l'espace, cela a pour effet de permuter les spins de ces électrons, car les spins sont définis par la structure locale de l'onde et non par la position des particules. Il résulte de cette permutation que $\vec{\sigma}_1 \vec{a}$ devient $\vec{\sigma}_1 \vec{b}$ et que $\vec{\sigma}_2 \vec{b}$ devient $\vec{\sigma}_2 \vec{a}$. La formule (3) exprime donc l'antisymétrisation de la fonction d'onde de deux électrons dans l'espace de configuration, compte tenu du spin. Mais, ainsi que je l'ai signalé il y a bien longtemps ⁽²⁾, cette antisymétrisation n'est justifiée que si les trains d'ondes portant les deux électrons se superposent, au moins partiellement, dans l'espace.

Il est facile de comprendre le sens de cette dernière affirmation. Quand deux particules sont sur un même train d'ondes, leurs mouvements, qui dans notre théorie résulte de la loi du guidage et des perturbations subquantiques, sont corrélés et c'est cette corrélation qui est exprimée par la formule d'antisymétrisation pour les fermions et de symétrisation pour les bosons ⁽³⁾. Mais, dès que les trains d'ondes se sont séparés, le mouvement de chaque particule dans son train d'ondes devient entièrement indépendant du mouvement que peut avoir l'autre particule dans son train d'ondes éloigné.

La plupart des auteurs qui exposent la Mécanique quantique semblent toujours raisonner comme si les trains d'ondes associés aux particules avaient une longueur infinie. Déjà pour la lumière, si l'on excepte celle qui est émise par les lasers, la longueur des trains d'ondes ne paraît pas dépasser l'ordre du mètre. Mais, pour les électrons, la longueur des trains d'ondes est de l'ordre du μ ou millionième de mètre. La plupart des théoriciens quantistes paraissent ne pas tenir compte de ce fait bien connu des spécialistes de l'optique électronique, à la suite des travaux de Möllenstedt, Fert et Faget, Zouckermann.

De la très petite longueur des trains d'ondes électroniques, il résulte que, quand deux électrons initialement portés par un même train d'ondes ont été envoyés dans des directions différentes par l'action d'un appareil du type Stern-Gerlach, leurs trains d'ondes se séparent en un temps qui ne peut guère dépasser 10^{-12} seconde et qu'ensuite la formule (3), qui correspond à l'existence d'un état singulet, n'est plus valable tandis que la formule (2) est alors vérifiée, ce qui fait tomber le théorème de Bell.

En résumé, M. Bell considère deux électrons qui sont éloignés et portés par un même train d'ondes, mais ces deux hypothèses sont inconciliables.

Ajoutons encore une remarque. Si, à un même instant, on mesure les spins de deux électrons éloignés et si ces mesures sont corrélées, cela implique un échange d'information *instantané* entre les deux appareils de mesure, ce qui est contraire à la théorie de la Relativité. Cette objection est valable que les particules soient ou ne soient pas localisées et n'est nullement opposable à une théorie à variables cachées. Mais nous échappons complètement à cette objection puisque, pour nous, les mesures du spin sur des électrons éloignés ne sont pas corrélées.

BIBLIOGRAPHIE.

- (¹) John S. Bell : Physics, vol. 1, 1964, p. 185-200.
- (²) Louis de Broglie : la Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules. Gauthier-Villars 1939, réédité en 1950, p. 134-135.
- (³) Louis de Broglie : la Réinterprétation de la Mécanique ondulatoire. Gauthier-Villars, 1971, p. 183-188, voir aussi p. 88-93.

DEMONSTRATION DES FORMULES (2) et (3).

Nous allons montrer que les formules (2) et (3) de Bell sont exactes si l'on adopte nos hypothèses.

Commençons par la formule (2) en supposant l'exactitude des variables cachées. Pour nous, ces variables cachées sont les coordonnées $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$ des deux électrons. Quand leurs spins sont mesurés par les appareils liés aux vecteurs \vec{a} et \vec{b} , ils ont des coordonnées que Bell schématise par la seule lettre λ et le résultat de ces mesures peut s'exprimer, en unité $\frac{h}{2}$, par la formule (1). Mais, si nous ignorons la position des appareils au moment de la mesure, donc la valeur des coordonnées des électrons x_1, \dots, z_2 à ce moment, nous pouvons introduire la probabilité $\rho(x_1, \dots, z_2)$ de ces valeurs et la valeur moyenne de $\vec{\sigma}_1 \vec{a}$ et de $\vec{\sigma}_2 \vec{b}$ pour l'ensemble des valeurs possibles des coordonnées sera :

$$P(\vec{\sigma}_1 \vec{a}, \vec{\sigma}_2 \vec{b}) = \int \rho(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2) A(\vec{a}, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2) B(\vec{b}, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2) dx_1 dy_1 dz_1 dx_2 dy_2 dz_2$$

C'est cette valeur moyenne que Bell écrit sous la forme condensée de la formule (2) :

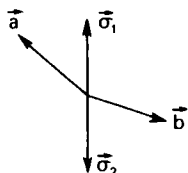
$$P(\vec{a}, \vec{b}) = \int \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda) d\lambda$$

et nous avons bien retrouvé cette formule.

Nous allons maintenant retrouver la formule de Bell (3) si l'on admet, *ce que nous n'admettons pas*, que lors de la mesure de deux électrons éloignés, ces états sont dans un état singulet.

Nous pouvons supposer que l'on mesure le spin des électrons dans une direction que nous prenons comme verticale sur notre figure. Les vecteurs unités \vec{a} et \vec{b} qui définissent l'orientation des appareils de mesure sont arbitraires et nous avons le schéma suivant :

On a évidemment α et β constants avec :



$$\vec{\sigma}_1 \vec{a} = \cos \alpha$$

$$\vec{\sigma}_2 \vec{b} = \cos \beta$$

$$\vec{\sigma}_1 \vec{a} \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{b} = \cos \alpha \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}_1 \vec{b} \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{a} &= \cos(\pi - \alpha) \cdot \cos(\pi - \beta) \\ &= \cos \alpha \cdot \cos \beta \end{aligned}$$

d'où :

$$x \quad \overrightarrow{\sigma_1 a \cdot \sigma_2 b} + \overrightarrow{\sigma_1 b \cdot \sigma_2 a} = \frac{1}{2} 2 \overline{\cos \alpha \cdot \cos \beta} = \overline{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

Mais on a aussi :

$$\begin{aligned} - \vec{a} \cdot \vec{b} &= - \cos(\pi + \alpha - \beta) = \cos(\alpha - \beta) \\ &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

Comme $\beta = \alpha + \text{Cte}$, on a $\overline{\sin \alpha \cdot \sin \beta} = \overline{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$ et, puisque $\vec{a} \cdot \vec{b}$ est constant :

$$xx \quad - \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta = \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

D'après x et xx, l'on a donc bien :

$$\overrightarrow{\sigma_1 a \cdot \sigma_2 b} + \overrightarrow{\sigma_1 b \cdot \sigma_2 a} = - \vec{a} \cdot \vec{b}$$

ce qui est la formule (2) de Bell pour la moyenne prévue par la Mécanique quantique *pour un état singulet*. Mais, pour nous, quand on mesure les spins sur des électrons éloignés, ils ne sont plus dans un état singulet.

Le mouvement brownien d'une particule dans son onde

Dans un article paru dans la *Physical Review* ⁽¹⁾, M. Edward Nelson a eu la très intéressante idée de rechercher si l'équation de Schrödinger ne pouvait pas être considérée comme correspondant au mouvement brownien d'une particule et il a trouvé que le coefficient de diffusion D de ce mouvement serait égal à $C(\hbar/m)$, où C est une constante numérique qui, d'après son calcul, a la valeur $1/2$. Une expression de cette forme pouvait être prévue pour des raisons de dimensions dans une théorie non relativiste où l'on ne dispose que des deux constantes physiques m et \hbar .

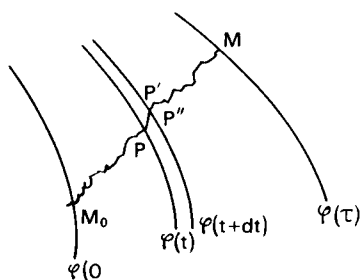
Mes idées actuelles sur l'interprétation de la Mécanique ondulatoire me font penser que la tentative de M. Nelson est orientée dans une bonne direction. Je crois, en effet, qu'il faut rétablir la localisation de la particule dans son onde, admettre qu'elle possède un mouvement "moyen" qui, en l'absence de perturbations, lui ferait décrire une des courbes orthogonales aux surfaces d'égale phase de l'onde, mais que ce "mouvement de guidage" est constamment perturbé par des interactions provenant d'un milieu caché "le milieu subquantique". Il en résulte que la particule, partant d'une certaine position initiale, est constamment diffusée autour de cette position initiale et possède donc une sorte de mouvement brownien, approximativement représentable par une équation de diffusion, qui se superpose au mouvement de guidage.

Mais, bien que je sois d'accord sur le sens de la tentative de M. Nelson elle ne me donne pas entière satisfaction, en particulier parce qu'elle conduit

à une équation de diffusion de la forme $\partial\Psi/\partial t = D\Delta\Psi$ où la fonction d'onde Ψ de Schrödinger joue le rôle d'une densité alors que c'est la quantité $|\Psi|^2$ qui devrait jouer ce rôle. J'ai ainsi été amené à reprendre une tentative analogue, mais sur des bases différentes. Depuis longtemps, je suis convaincu qu'on ne peut pas déduire l'équation de Schrödinger d'une équation de diffusion parce qu'une équation de diffusion, qui a la forme de l'équation de la chaleur, est du type parabolique tandis que l'équation de Schrödinger, dégénérescence non relativiste de celle de Klein-Gordon, est en réalité, malgré les apparences, du type hyperbolique. Inversement je ne crois pas non plus qu'on puisse faire dériver une véritable équation de diffusion de la seule équation de Schrödinger. Pour déduire de la propagation d'une onde un phénomène de diffusion, il me paraît nécessaire d'introduire une hypothèse supplémentaire qui se présente tout naturellement dans ma théorie de la double solution.

Dans celle-ci, en effet, on admet comme principe essentiel que la particule est toujours localisée et qu'elle se déplace dans son onde de telle façon que sa vibration interne reste constamment en phase avec l'onde qui la porte (onde v de ma théorie à laquelle l'onde Ψ est proportionnelle). Quand le milieu subquantique n'exerce aucune perturbation sur l'onde, le mouvement de la particule est défini par la "formule du guidage" suivant laquelle la quantité de mouvement est égale au gradient de la phase de l'onde. Nous pouvons dire alors que la trajectoire non perturbée est l'une des lignes de courant de l'onde. Mais, si une perturbation provenant du milieu subquantique se produit, l'onde devient $v' = v + w$, où w traduit l'existence de la perturbation et alors la particule se déplace à chaque instant en suivant l'une des lignes de courant de v' *et en restant ainsi constamment en phase avec v'* . Quand la perturbation est terminée, on a de nouveau $w = 0$ et $v' = v$ de sorte que la particule se met finalement à suivre la ligne de courant de v sur laquelle elle est parvenue. Nous nous proposons de montrer qu'en admettant cette hypothèse supplémentaire, nous allons pouvoir attribuer à la particule un mouvement brownien représenté par une équation de diffusion.

Nous désignerons par φ la phase de l'onde non perturbée v et par φ' la phase "interne" du corpuscule pendant le mouvement brownien. Représentons les surfaces d'égale phase de l'onde non perturbée aux instants 0, t , $t + dt$ et τ en supposant que la perturbation commence au temps 0 et se termine au temps τ .



La particule dans son mouvement brownien zigzaguant qui va de M_0 en M suit

pendant l'intervalle de temps $\{t, t + dt\}$ le petit segment PP' qui est différent du segment PP'' qui correspondrait au mouvement de guidage en P en l'absence de perturbation subquantique. Nous pouvons représenter la vitesse de la particule sur PP'

par $\vec{v}_g + \vec{v}$, où \vec{v}_g est la vitesse de guidage non perturbée en P et \vec{v} est la vitesse due à la perturbation d'origine subquantique.

La variation $d\varphi$ de la phase non perturbée le long du segment PP' est, pendant la durée dt du parcours de ce segment, égale à :

$$\begin{aligned} (1) \quad d\varphi &= \frac{m_0 c^2}{h} dt + \frac{1}{2h} m_0 v_g^2 dt - \frac{m_0 v_g}{h} \overline{PP''} \\ &= \frac{m_0 c^2}{h} dt - \frac{1}{2h} m_0 v_g^2 dt \end{aligned}$$

puisque $\overline{PP''} = v_g dt$. D'où :

$$\begin{aligned} (2) \quad \varphi(\tau) - \varphi(0) &= \frac{m_0 c^2}{h} \tau - \int_0^\tau \frac{m_0}{2h} v_g^2 dt \\ &= \frac{m_0 c^2}{h} \tau - \frac{m_0 \overline{v_g^2}}{2h} \tau. \end{aligned}$$

Puisque nous admettons que la vitesse de la particule pendant son mouvement brownien est $\vec{v}_g + \vec{v}$, nous trouvons pour la variation $d\varphi'$ de la phase interne de la particule de P en P' :

$$\begin{aligned}
 (3) \quad d\varphi' &= \frac{m_0 c^2}{h} dt - \frac{m_0}{2h} (\vec{v} + \vec{v}_g)^2 dt \\
 &= \frac{m_0 c^2}{h} dt - \frac{m_0 v^2}{2h} dt - \frac{m_0 v_g^2}{h} dt - \frac{2m_0 \vec{v} \cdot \vec{v}_g}{h} dt
 \end{aligned}$$

puisque, d'après la formule relativiste du ralentissement des horloges, la fréquence interne de la particule en mouvement est :

$$v = v_0 \sqrt{1 - \beta^2} \approx \frac{m_0 c^2}{h} \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2\right) = \frac{m_0 c^2}{h} - \frac{1}{2} \frac{m_0 (\vec{v} + \vec{v}_g)^2}{h}$$

Si nous intégrons $d\varphi'$ le long de la trajectoire brownienne de la particule en remarquant qu'on a par hypothèse $\varphi'(0) = \varphi(0)$, on trouve :

$$(4) \quad \varphi'(\tau) - \varphi(0) = \frac{m_0 c^2}{h} \tau - \frac{m_0 \vec{v}_g^2}{2h} \tau - \frac{m_0 \vec{v}^2}{2h} \tau$$

car le dernier terme de (3) est nul en moyenne le long de la trajectoire brownienne puisque la projection de \vec{v} sur \vec{v}_g varie aléatoirement le long de cette trajectoire.

La comparaison de (2) et de (4) fournit alors :

$$(5) \quad \varphi(\tau) - \varphi'(\tau) = \frac{m_0 \vec{v}^2}{2h} \tau$$

et pour que les phases $\varphi(\tau)$ et $\varphi'(\tau)$ coïncident, il faut que :

$$(6) \quad \vec{v}^2 \tau = 4\pi n \frac{h}{m_0} \quad (n \text{ entier}).$$

Pour trouver maintenant l'équation de diffusion représentant ce mouvement brownien, nous compterons la variable x le long de la droite, $\overline{MM_0}$, c'est-à-dire que nous poserons $\overline{MM_0} = x$. Comme pendant l'intervalle de temps dt la diffusion brownienne est $dx = v_x dt$ on aurait, si v_x était constant, $x = v_x \tau$. Mais v_x varie aléatoirement de sorte que \vec{v}_x est nul et nous devons nous contenter de poser :

$$(7) \quad \overline{x^2} = \vec{v}_x^2 \tau^2.$$

En désignant alors par α l'angle constamment variable que fait la vitesse brownienne instantanée avec $\overline{M_0 M}$, on aura :

$$(8) \quad \overline{v_x^2} = (\overline{v \cos \alpha})^2 = \frac{\overline{v^2}}{3},$$

d'où d'après (7) et (6) :

$$(9) \quad \frac{\overline{x^2}}{\tau} = \overline{v_x^2} \tau = \frac{1}{3} \overline{v^2} \tau = \frac{4\pi n}{3} \frac{h}{m_0}.$$

Or la théorie du mouvement brownien repose sur l'équation de diffusion :

$$(10) \quad \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = D \Delta \rho,$$

où ρ est la probabilité de la présence de la particule à une distance x de son point de départ. La solution bien connue de l'équation (10) est pour $t = \tau$:

$$(11) \quad \rho(x, \tau) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D \tau}} e^{-\frac{x^2}{4D\tau}}$$

qui donne aisément :

$$(12) \quad \overline{x^2} = 2D\tau \quad \text{ou} \quad D = \frac{\overline{x^2}}{2\tau}.$$

Compte tenu de (9), on obtient finalement comme coefficient de diffusion pour le mouvement brownien de la particule dans son onde :

$$(13) \quad D = \frac{2\pi}{3} n \frac{h}{m_0},$$

ce qui, pour $n = 1$, ne diffère que par le facteur numérique $4\pi/3$ de la valeur $h/2m$ trouvée par M. Nelson.

La théorie qui précède n'est valable qu'à l'approximation newtonienne et l'on sait qu'un phénomène de diffusion n'est qu'approximativement représentable par une équation du type (10). De plus, le mouvement brownien de la particule dans son onde représenté par les équations (10) à (13) est défini abstraction faite du mouvement de guidage.

Le calcul effectué dans cette Note n'est qu'approximatif, mais il indique une direction de recherches.

BIBLIOGRAPHIE.

(¹) Phys. Rev., 150, 1966, p. 1079.

Compte-Rendu Académie des Sciences, Paris,
t. 264, p. 1041-1044 (10 Avril 1967) Série B.

Sur la théorie des particules "échantillons"

1. IDEES GENERALES.

Dans un article de "l'Onde électrique" de Septembre 1970, j'ai précisé la façon dont je conçois la mise en oscillation d'un circuit oscillant dans un récepteur de Radio par l'action d'une onde électromagnétique incidente. D'après moi, les photons portés par une très faible onde électromagnétique ν sont assimilables à des "échantillons" d'une onde de même phase que l'onde incidente, mais d'une amplitude beaucoup plus grande.

Une idée analogue peut être introduite pour interpréter toutes les actions de photons sur la matière. Par exemple, quand on obtient l'inscription, sur une plaque photographique soit d'une image fournie par un appareil d'optique, soit des franges d'interférences ou de diffraction dues à l'arrivée de photons, on peut prévoir très exactement les phénomènes observables en utilisant une onde électromagnétique ν de Maxwell associée aux photons. Plus généralement, on obtiendra une prévision exacte de la localisation de particules quelconques en les considérant comme guidées par des ondes ν solutions des équations correspondantes de la Mécanique ondulatoire et en les considérant comme des "échantillons" d'une onde de même phase que l'onde incidente, mais d'une amplitude beaucoup plus grande.

2. APPROFONDISSEMENT DE CETTE IDEE.

On doit cependant noter qu'il y a une différence importante entre les cas que nous venons d'envisager et la mise en oscillation d'un circuit oscillant dans un appareil de Radio. En effet, dans un circuit oscillant, et c'est là ce qui fait l'intérêt de ce cas particulier, l'oscillation du courant dans le circuit met directement en évidence la phase de l'onde incidente qui peut même être enregistrée par un dispositif sans inertie comme un tube cathodique. Mais on ne réalise alors aucun comptage des photons hertziens agissant sur le circuit oscillant. Au contraire, dans l'enregistrement d'une image photographique ou par un dispositif analogue, il y a seulement enregistrement du nombre des particules, des photons dans le cas de la lumière, qui arrivent en moyenne en divers points du dispositif. Le radioélectricien met en évidence la phase de l'onde hertzienne incidente sans pouvoir opérer un comptage des photons, tandis que l'opticien constate le nombre et la répartition des photons sans mettre en évidence directe l'existence de la phase. C'est ce qu'a très bien vu M. Michel Yves Bernard dans son livre "Masers et Lasers" publié en 1964 par les Presses Universitaires de France.

Comme nous admettons que l'onde réelle v qui transporte les particules est trop faible pour agir directement sur l'appareil d'enregistrement et que, seules, les arrivées successives des particules peuvent le faire, nous sommes de nouveau amenés à admettre que les particules apportent des échantillons d'une onde de même phase que l'onde v , mais d'une amplitude beaucoup plus grande. Comme le nombre des particules qui viennent agir en divers points du dispositif est, *en moyenne*, proportionnel au carré de l'amplitude de l'onde, c'est finalement le nombre des échantillons de l'onde de grande amplitude, et non sa phase, qui est enregistré. Cependant, comme l'équation de propagation lie étroitement les variations de l'amplitude à celle de la phase, on peut dire que, s'il n'y a pas alors enregistrement de la phase comme dans le circuit oscillant, il y a cependant encore ici *une influence décisive* de la phase sur le phénomène observable.

Il me paraît donc probable que le succès de l'emploi exclusif de la théorie classique des ondes lumineuses pour expliquer dans tous leurs détails les phénomènes les plus fins de l'optique expérimentale doit être interprété par l'idée des particules "échantillons". Et c'est évidemment de la même façon que l'on doit expliquer comment l'emploi des équations d'ondes de la Mécanique ondulatoire, qui ne contiennent pas l'idée de particules localisées, peut conduire à prévoir très exactement les phénomènes de localisation, de diffraction et d'interférences de toutes les particules microphysiques.

3. REPONSE A UNE CRITIQUE ADRESSEE A LA THEORIE DES PARTICULES "ECHANTILLONS".

La théorie que nous venons d'exposer a été critiquée par des radioélectriciens. Je pense que cette critique n'est pas valable parce que les échantillons dont il a été question dans les paragraphes précédents ne sont pas assimilables à ceux dont parlent les radioélectriciens.

Précisons d'abord ce qu'est un échantillon dans le langage des radioélectriciens. Considérons d'abord un très long train d'ondes électromagnétiques d'amplitude A , de fréquence ν et de longueur d'onde λ tel que le conçoivent souvent les radioélectriciens.

$$A, \nu, \lambda$$

Au lieu d'émettre un tel train d'ondes, on peut émettre une série de trains d'ondes plus courts avec les mêmes valeurs de A , λ et ν .

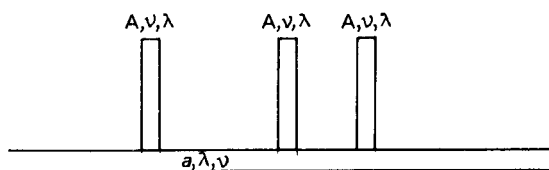
$$A, \nu, \lambda$$

$$A, \nu, \lambda$$

$$A, \nu, \lambda$$

Les radioélectriciens disent alors que l'on émet des échantillons de l'onde de la figure 1.

Mais ces échantillons sont très différents de ceux auxquels j'assimile les particules matérielles. En effet, dans ma conception des particules échantillons, une onde ν de très petite amplitude a , de fréquence ν et de longueur d'onde λ transporte des particules localisées qui restent constamment en accord de phase interne avec elle. On a alors le schéma suivant :



Les particules constituant alors des "échantillons" d'une onde qui aurait même phase que celle de l'onde ν , mais avec une amplitude A beaucoup plus grande. Mais ces échantillons ne sont pas du tout des morceaux *importants* d'une onde de grande amplitude comme les échantillons des radioélectriciens. Ce sont des échantillons très étroits et très localisés d'une onde de grande amplitude qui sont transportés par une onde ν d'amplitude extraordinairement faible en restant constamment en phase avec elle. Ils diffèrent donc entièrement des échantillons considérés par les radioélectriciens.

Probabilités présentes, probabilités prévues, probabilités cachées

INTRODUCTION.

Le regain d'actualité que connaissent depuis une dizaine d'années les discussions sur le problème général du caractère complet, ou non, des théories quantiques, ainsi que sur l'existence, ou la non existence, de paramètres cachés derrière le schéma statistique actuellement en vigueur, appellent de notre part un certain nombre de remarques que nous allons développer dans cet article.

Tout d'abord, nous ferons observer qu'il nous paraît dangereux et peu prometteur de discuter d'une manière abstraite et générale du problème des paramètres cachés. Il suffit, pour expliquer notre scepticisme, de se demander à quoi auraient abouti les théoriciens du 19ème siècle s'ils avaient essayé de répondre à la question générale : "Existe-t-il des êtres innombrables en agitation désordonnée, qui seraient responsables des lois de la thermodynamique ?".

Ils n'auraient probablement abouti à aucun résultat et on sait qu'en réalité les théories statistiques modernes sont nées de l'étude de modèles très concrets d'atomes qui, pourtant, ne ressemblaient que fort peu à l'image que nous nous en faisons aujourd'hui.

De même, nous pensons qu'en Mécanique ondulatoire, on doit introduire des paramètres cachés bien précis qui sont les positions et les vitesses des corpuscules et les grandeurs qui s'en déduisent.

Nous tenons à souligner que nous n'avons pas fait ce choix en nous fondant sur des considérations métaphysiques ou dans le seul but de rétablir les principes du déterminisme. Nous l'avons fait sur la base d'un examen détaillé d'un certain nombre de phénomènes physiques et de questions concrètes qui nous paraissent demeurer sans réponse si on n'accepte pas l'idée de la localisation permanente des corpuscules.

En procédant ainsi, nous ne faisons que développer les idées mêmes qui se sont trouvées à l'origine de la découverte de la Mécanique ondulatoire et qui furent élaborées par son auteur entre 1922 et 1927. Celui-ci écrivait déjà en 1922, à propos des interférences et de la théorie des quanta de lumière ⁽¹⁾ "... il faudra sans doute faire un compromis entre l'ancienne théorie et la nouvelle [celle des quanta] en introduisant dans celle-ci la notion de périodicité. Quand cette synthèse aura été faite, les équations de Maxwell apparaîtront sans doute comme une approximation continue (valable dans beaucoup de cas mais non dans tous) de la structure discontinue de l'énergie radiante..." et il poursuivait deux ans plus tard ⁽²⁾ : "Mais la théorie ne deviendra vraiment claire que si on parvient à définir la structure de l'onde lumineuse et la nature de la singularité constituée par le quantum, dont le mouvement devrait pouvoir être prévu en se plaçant uniquement au point de vue ondulatoire".

C'est une telle théorie que l'auteur tentait d'édifier en 1927 ⁽³⁾ sous le nom de "Théorie de la double solution", mais qu'il abandonna pendant une longue période. Le mérite essentiel de David Bohm dans ce domaine fut, en 1952 ⁽⁴⁾ de remettre à l'ordre du jour ces idées longtemps oubliées et qui furent, depuis lors, longuement développées, notamment sur la base de la Thermodynamique cachée des particules, dans de nombreux travaux (que nous citons en référence) de Louis de Broglie et de quelques uns de ses élèves. Il est d'ailleurs curieux de remarquer combien ces travaux restent peu lus par ceux qui les critiquent ou par d'autres encore qui tentent des approches de problèmes qui s'y trouvent depuis longtemps étudiés : les uns et les autres gagneraient à s'y référer.

L'IMPORTANCE DES PHENOMENES DE LOCALISATION EN MICROPHYSIQUE ⁽⁵⁾ ⁽⁶⁾.

Avant de nous pencher sur le schéma statistique de la Mécanique ondulatoire, sur lequel nous reviendrons plus loin, et qui suscite à juste titre tant de travaux chez les théoriciens qui s'intéressent aux fondements des théories quantiques, il nous paraît essentiel de réfléchir sur la manière dont la Mécanique ondulatoire peut contrôler expérimentalement ses prévisions et donc, en général, sur ce qu'est l'observation en microphysique.

On s'aperçoit ainsi de la prééminence des mesures de position auxquelles se ramènent en fait, directement ou indirectement, les autres mesures quantiques (*). En effet, tout ce que nous pouvons apercevoir d'une particule microphysique est un phénomène local causé par sa présence dans une région plus ou moins bien délimitée de l'espace; nous décelons en général cette présence par l'effet macroscopique d'une réaction en chaîne déclenchée par la particule et qui peut impressionner nos sens ou mettre en marche un appareil : tache sur une émulsion photographique ou sur un écran sensible, trajectoire dans une chambre à bulles, "top" ou scintillation d'un compteur ...etc.

Même s'il se trouve que le but de l'observation n'est pas la localisation du corpuscule, c'est néanmoins par l'intermédiaire d'un tel enregistrement qu'on atteindra d'autres grandeurs concernant soit ce corpuscule lui-même, soit un autre corpuscule qui aura interagi avec lui auparavant. Ainsi, la fréquence d'un photon se détermine dans un spectroscopie en enregistrant sa sortie dans un certain angle solide après la traversée de l'appareil; c'est par le même procédé qu'on trouve le rapport m/e d'un ion dans un spectrographe de masse; dans un appareil à jet moléculaire, on décèle une résonance en détectant le signal de sortie du jet, donc en constatant la présence ou l'absence d'une molécule dans une certaine direc-

(*) Nous n'envisageons ici que des mesures effectuées sur des systèmes individuels et non pas celles qui interviennent sur les phénomènes quantiques collectifs qui se manifestent dans les grands ensembles de tels systèmes.

tion de l'espace; le dispositif de Stern et Gerlach n'est lui-même qu'un polariseur qui fournit la valeur d'une composante de spin en déviant différemment les particules selon les différentes valeurs que prend cette composante.

Il est tout aussi facile de citer des mesures indirectes dans lesquelles une localisation ou une suite de localisations d'une particule fournit des renseignements sur une autre particule avec laquelle elle a interagi. C'est le procédé couramment utilisé par la physique des particules fondamentales : l'étude des traces des particules connues dans les produits d'une réaction donnant des renseignements sur les particules nouvelles, y compris sur les particules neutres qui ne laissent pas de trace. D'une manière plus générale, ce procédé d'observation est, sous diverses formes, celui de toute la physique des collisions.

Observons maintenant que, dans les mesures que nous venons de citer, et, nous semble-t-il, dans toute autre, la particule observée n'interagit jamais avec un appareil de mesure macroscopique, comme on le prétend parfois : toutes les interactions sont à l'échelle microphysique. En particulier, on ne saurait mesurer la position d'une particule en la faisant passer au travers d'un trou percé dans un écran, comme on le dit souvent : un tel trou ne constitue qu'une condition aux limites qui modifie l'évolution ultérieure de l'onde, et donc le mouvement de la particule; il nous permet d'affirmer que si la particule a passé d'un côté à l'autre de l'écran, elle l'a fait à travers ce trou, mais seule une interaction microscopique suivie d'un processus en cascade peut éventuellement marquer son passage et permettre de mesurer sa position à un instant donné.

De même, on ne mesure certainement pas l'impulsion d'une particule en la communiquant à un "appareil" macroscopique dont on mesurerait le recul (ce qui, pourtant, a été dit), mais en préparant cette particule de façon telle que la valeur de son impulsion se déduise univoquement de sa localisation dans une certaine région de l'espace ou de la localisation d'une particule avec laquelle elle a interagi.

Mais ceci nous amène à faire une remarque essentielle sur laquelle on ne saurait trop insister : pour qu'une correspondance bijective s'établisse entre la localisation d'un corpuscule et la valeur d'une grandeur mesurée, il est nécessaire que l'onde associée à ce corpuscule soit séparée en trains d'ondes limités et disjoints dans l'espace. Il est d'ailleurs évident que c'est cela qu'on cherche à obtenir lorsqu'on s'efforce d'améliorer le pouvoir séparateur en spectrographie optique ou en spectrographie de masse. En ce sens, toute opération de mesure (sauf la mesure de position elle-même) peut être regardée comme une analyse spectrale. Par exemple si l'on mesure une grandeur A sur une particule sans faire intervenir d'autres particules, nous pouvons développer la fonction d'onde initiale suivant les fonctions propres de A :

$$(1) \quad \psi = \sum_K C_K \varphi_K.$$

Le dispositif de mesure comprend alors un analyseur spectral (prisme ou réseau pour une fréquence optique, champ magnétique inhomogène pour une composante de spin etc.) qui sépare dans l'espace les différentes composantes φ_K de l'onde ψ , si bien que si l'on enregistre la présence de la particule dans l'un des trains d'ondes, disons φ_K , on saura que la grandeur A a la valeur propre correspondante α_K (fig. 1).

Déjà, dans cet exemple simple, apparaît une difficulté lorsqu'on refuse d'admettre une localisation permanente des corpuscules. En effet, la théorie habituelle nous dit, qu'à la sortie de l'appareil, nous devons attendre le corpuscule incident dans l'une des régions $R_1, R_2, \dots, R_K \dots$ occupées par les trains d'ondes $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_K, \dots$ mais qu'il n'est localisé dans aucune d'elles avant que ne se produise un phénomène observable. D'après certains auteurs comme Von Neumann (¹⁰), London et Bauer (¹¹), ce serait même la prise de conscience, par l'observateur, de ce phénomène observable qui localiserait brusquement la particule dans l'une des régions R_K . Ce qui est le plus étrange dans cette conception, c'est que la manifestation de la particule dans l'une de ces régions

R_K nous assure évidemment tout aussitôt qu'elle ne peut pas apparaître dans une autre région et il faudrait donc admettre que c'est l'apparition d'un phénomène dans R_K (ou, mieux encore, la conscience que nous en prenons !) qui fait instantanément se propager cette interdiction.

La question se pose encore plus clairement dans les mesures de seconde espèce où, après l'interaction entre deux particules, on mesure une grandeur afférente à l'une d'elles en effectuant une observation sur l'autre. On sait que le paradoxe le plus célèbre dans ce domaine est celui d'Einstein, Podolsky et Rosen ⁽⁷⁾ mais nous le trouvons, quant à nous, peu probant parce qu'entaché de l'erreur fondamentale de négliger l'extension finie des trains d'ondes ⁽⁸⁾. Il est intéressant, par contre d'évoquer un problème beaucoup plus simple et plus clair posé par Schrödinger ⁽⁵⁾ ⁽⁶⁾ ⁽⁹⁾ vers la même époque et qui ne tombe pas sous le coup de cette critique. Considérons avec lui deux paquets d'ondes φ_0 et χ_0 associés à des corpuscules 1 et 2 qui, après s'être propagés dans des régions disjointes $R_0^{(1)}$ et $R_0^{(2)}$ de l'espace, entrent en collision, puis se séparent. En général, une série de mouvements possibles en résultera, tous compatibles avec les lois de conservation de la Mécanique ondulatoire des systèmes de particules. Nous aurons donc, après l'interception, un ensemble de couples de trains d'ondes corrélés :

$$(\varphi_1, \chi_1), (\varphi_2, \chi_2), \dots, (\varphi_K, \chi_K), \dots$$

qui se propageront, comme l'indique la figure, dans des régions disjointes :

$$(R_1^{(1)}, R_1^{(2)}), (R_2^{(1)}, R_2^{(2)}), \dots, (R_K^{(1)}, R_K^{(2)}), \dots$$

La théorie actuelle ne nous permet pas de prévoir où, exactement, nous pourrions observer les particules 1 et 2, mais les lois de conservation nous disent que si nous enregistrons 1 dans la région $R_1^{(1)}$, alors 2 sera nécessairement dans la région $R_1^{(2)}$, si nous observons 1 dans la région $R_2^{(1)}$, alors 2 se trouvera

dans $R_2^{(2)}$, etc.

Mais si nous n'admettons pas la localisation permanente des corpuscules, si nous disons, comme le disait Bohr, qu'avant la mesure le corpuscule 1 était "potentiellement présent" dans tous les trains d'ondes $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_K, \dots$ et le corpuscule 2

dans tous les trains d'ondes $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_K, \dots$

comment devons-nous interpréter ce phénomène ? Nous devons dire, si nous suivons von Neumann, London et Bauer, que c'est la prise de conscience par l'observateur du phénomène macroscopique observable déclenché par la particule 1 sur une plaque ou dans un compteur situé en $R_K^{(1)}$, par exemple, qui localise instantanément la particule 2 dans le sous-espace corrélé $R_K^{(2)}$ et empêche cette localisation dans les autres sous-espaces $R^{(2)}$ entre lesquels la particule 2 était jusqu'alors statistiquement répartie.

Il est vraiment difficile d'admettre cette explication télépathique, d'autant que la particule 1 pourrait être guettée par deux observateurs, l'un les yeux ouverts et l'autre les yeux fermés : alors, la particule 2 doit-elle se localiser par la seule prise de conscience de l'observateur qui a vu le phénomène observable, ou bien faudra-t-il attendre qu'il en informe son collègue : la non-prise de conscience de celui-ci risquant d'empêcher la localisation ? question absurde.

A moins de renoncer à toute description rationnelle du monde physique, il faut admettre que la localisation de la particule 2 est liée à celle de la particule 1 et au phénomène observable que celle-ci a déclenché, et non à la conscience que nous pouvons en prendre. Mais nous ne pouvons même pas admettre que c'est le phénomène macroscopique déclenché par 1 qui provoque la brusque localisation de la particule 2 dans le train d'ondes corrélé, car il faudrait supposer pour cela un phénomène de propagation instantanée, alors que les particules peuvent se trouver arbitrairement éloignées l'une de l'autre au moment où s'effectue l'observation : "Ce serait de la magie !" écrivait Schrödinger à propos de cette hypothèse.

C'est pour répondre à un certain nombre de problèmes de ce type que la théorie de la double solution se propose de rétablir dans les théories quantiques la notion de localisation permanente des corpuscules, grâce à laquelle les problèmes que nous venons d'esquisser reçoivent des interprétations évidentes. En effet, dans une telle théorie, on doit admettre dans le dernier problème cité, qu'à la suite de l'interaction entre les deux corpuscules et après leur séparation, le corpuscule 1 se retrouve dans un train d'onde bien déterminé, par exemple $R_k^{(1)}$, et le corpuscule 2 dans le train d'onde corrélé $R_k^{(2)}$; alors l'enregistrement du corpuscule 1 n'est plus que la constatation d'un fait déjà existant et la déduction que nous en tirons sur le corpuscule 2, notamment sur sa localisation dans la région $R_k^{(2)}$, n'est qu'un renseignement que nous obtenons sur un état de choses qui existait, lui aussi, avant la mesure. Ce n'est plus la mesure qui précipite le corpuscule 2 dans la région $R_k^{(2)}$: s'il s'y trouve, c'est à la suite de sa collision avec le corpuscule 1 et la mesure ne fait que nous en informer.

Mais une telle conception pose un subtil problème de statistique qui a été longuement analysé dans les références ⁽⁵⁾ ⁽⁶⁾ ⁽¹⁶⁾ ⁽¹⁷⁾ ⁽¹⁸⁾ ⁽¹⁹⁾ mais qui échappe complètement aux auteurs qui raisonnent d'une manière trop générale sur les théories à paramètres cachés. Nous allons maintenant en dire quelques mots.

PROBABILITES ACTUELLES, PROBABILITES PREVUES, PROBABILITES CACHEES.

Nous avons vu que la position d'une particule nous paraît avoir une prééminence parmi toutes les grandeurs observables car c'est toujours par l'intermédiaire d'une mesure de position que les autres mesures s'effectuent. Mais en outre, et c'est là en quelque sorte un corollaire de cette constatation, la densité de probabilité de présence $\psi\psi^*$ jouit d'un privilège par rapport aux autres probabilités calculées en Mécanique ondulatoire. En effet, pour effectuer une mesure de position, il n'est pas nécessaire de préparer la particule dans un état spé-

cial, et donc de modifier *préalablement* son état (*).

Il en résulte que, pourvu qu'un montage expérimental soit réalisable pour la mesure de la position d'une particule dans un certain état ψ c'est directement dans cet état-là que nous pourrions contrôler la densité de probabilité $\psi\psi^*$ grâce à une série de mesures effectuées sur un ensemble de particules se trouvant dans le même état; que l'on songe, par exemple, que dans un champ d'interférences, la densité $\psi\psi^*$ nous est donnée directement par des mesures de densimétrie effectuées sur un enregistrement photographique de la figure d'interférence. Donc, lorsqu'on dit que, dans un état ψ , la densité de présence est $\psi\psi^*$ il s'agit d'une affirmation directement vérifiable (quelles que soient par ailleurs les difficultés techniques d'une telle vérification). En particulier, lorsque nous supposons la localisation permanente de la particule dans son onde, la densité $\psi\psi^*$ correspond à la présence de la particule en un point de l'onde avant l'action de tout appareil de mesure.

Nous dirons qu'il s'agit là d'une probabilité *actuelle*, en ce sens qu'elle correspond à une situation qui existe à l'instant même où cette probabilité est définie. Mais tel n'est pas le cas des autres grandeurs physiques.

Reprenons en effet le développement de Fourier (1) d'une fonction d'onde suivant les états propres φ_K d'une grandeur physique A, correspondant aux valeurs propres α_K de cette grandeur. L'interprétation probabiliste de la Mécanique ondulatoire nous enseigne (principe de Born), et l'expérience a *jusqu'ici* toujours confirmé, que si une particule est dans cet état ψ et si nous effectuons sur elle une mesure de la grandeur A, nous trouverons la valeur α_K avec une probabilité $|C_K|^2$ ou C_K est le coefficient de φ_K dans le développement (1). Mais que cela signifie-t-il exactement ? En général, les différentes composantes

(*) Bien entendu, cet état sera modifié ensuite par la perturbation causée par la mesure, mais ceci n'a rien à voir avec la préparation d'un système.

φ_K de l'onde ψ se recouvriront, du moins partiellement, dans l'espace et interféreront entre elles, faisant jouer notamment aux phases des nombres C_K un rôle déterminant. Il est clair que l'onde ψ ne se réduit aucunement à l'ensemble des composantes φ_K considérées isolément : seule la superposition de ces composantes avec les effets d'interférence qu'elle implique représentera ψ et donc l'état de la particule. Imaginons alors une mesure de première espèce de la grandeur A , c'est-à-dire une mesure qui ne fasse pas intervenir d'autre particule. Pour que nous puissions affirmer : "la grandeur A a la valeur α_K ", il faut, ainsi que nous l'avons déjà dit, et schématisé sur la fig. 1, qu'un analyseur spectral convenablement choisi sépare dans l'espace, des trains d'ondes limités correspondant aux différents états $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_K, \dots$, puis qu'une mesure de localisation nous montre que la particule se trouve dans le train d'ondes φ_K . Autrement dit, avant que la mesure proprement dite n'intervienne, il nous a fallu modifier l'état ondulatoire du système en séparant les composantes φ_K et, de ce fait, rompre leurs relations de phase qui jouaient un rôle fondamental dans l'état initial ψ .

Alors qu'est-ce que la probabilité $|C_K|^2$? C'est évidemment la probabilité de trouver la particule dans le train d'ondes φ_K , mais cette réponse prend un sens tout différent suivant que nous nous trouvons avant ou après l'analyseur. Si nous nous plaçons après l'analyseur, mais avant d'avoir enregistré la présence du corpuscule dans l'un des trains d'ondes (*), nous avons un collectif (qui est l'ensemble de ces trains d'ondes) qui réalise objectivement la loi de probabilité en $|C_1|^2, |C_2|^2, \dots |C_K|^2 \dots$. Il s'agit, dans ce cas, de probabilités *actuelles*, comme l'était la probabilité de présence, en ce sens qu'elles correspondent à l'information maximale que nous possédons sur une situation effectivement réa-

(*) En fait, la mesure peut avoir été réalisée, il suffit que nous n'en ayons pas encore eu connaissance.

lisée et que nous pouvons contrôler en prenant connaissance du résultat de la mesure.

Mais plaçons-nous maintenant avant l'analyseur. Bien entendu, nous pouvons, grâce au développement (1) calculer ces mêmes nombres $|C_k|^2$ mais nous ne pouvons pas vérifier directement leur valeur prévisionnelle tant que le système se trouve dans l'état de superposition ψ . Ces probabilités ne prendront un sens actuel et ne correspondront à un collectif réel qu'après le passage dans l'analyseur : ce sont des probabilités *prévues* et il en sera ainsi pour toutes les probabilités calculées en Mécanique ondulatoire, sauf pour la position ou, éventuellement, pour les grandeurs dont l'état ψ (dans lequel on considère la particule) serait un état propre ou se trouverait constitué d'un ensemble d'états propres morcelés dans l'espace.

On comprend alors pourquoi les probabilités calculées habituellement en Mécanique ondulatoire n'obéissent pas au schéma probabiliste classique et pourquoi, en particulier, deux grandeurs A et B étant choisies au hasard, il n'est généralement pas possible de définir dans un état donné du système la probabilité "jointe" P (A, B) qu'une mesure de la grandeur A donne la valeur α_k et qu'une mesure de la grandeur B donne la valeur β_k . C'est simplement parce que *les probabilités afférentes aux mesures de A et de B ne sont pas actuelles mais prévues*. Chacune d'elles ne deviendra actuelle que si on prépare le système dans un nouvel état, grâce à la séparation des trains d'ondes correspondant aux différents états propres. Or si les grandeurs A et B ne commutent pas, il n'existera pas de dispositif capable d'effectuer cette séparation pour les deux grandeurs à la fois, donc il n'existera pas d'état du système dans lequel on puisse rendre simultanément actuelles les probabilités afférentes aux mesures de A et de B et où l'on pourrait, par conséquent, définir la probabilité "jointe" P (A, B).

Que se passera-t-il, alors, si nous cherchons à rendre compte des lois de la Mécanique ondulatoire en admettant l'existence d'un déterminisme sous-jacent, chaque particule se trouvant, avant toute

observation, dans un état où toutes les grandeurs physiques qui le caractérisent sont simultanément définies ? En particulier, nous supposons, pour notre part, que la particule est constamment localisée dans son onde et on sait que la théorie de la double solution lui attribue à chaque instant une impulsion d'après la formule du guidage ⁽⁸⁾ ⁽¹²⁾.

La position est évidemment, pour la Mécanique ondulatoire actuelle, un paramètre caché mais nous avons vu que sa densité de répartition dans l'onde, $\psi\psi^*$, est actuelle car on peut effectuer des mesures de position sans modifier préalablement l'état du système et révéler ainsi directement la valeur jusque là cachée des paramètres de position. Quant à l'impulsion, non seulement sa valeur à chaque instant est cachée, mais cette valeur est, en général, différente de celles que fournirait la mesure parce que celle-ci exige une préparation du système (donc un changement d'état) pour obtenir la séparation des composantes spectrales de l'onde : plus précisément, on montre en théorie de la double solution que ce n'est qu'une fois séparées les composantes spectrales que, dans *chacune d'elles*, la valeur cachée de l'impulsion sera égale à celle que fournirait la mesure.

Mais revenons à l'état initial, avant séparation des trains d'ondes. Une densité de probabilité $\rho_p(p)$ y sera définie pour la répartition des valeurs cachées de l'impulsion. Cette densité n'est évidemment *pas actuelle*, puisqu'il n'est pas possible de mesurer directement l'impulsion dans cet état de la particule. Mais ce n'est pas non plus la densité de probabilité *prévue* par les lois habituelles de la Mécanique ondulatoire, en raison même du fait que les valeurs cachées de l'impulsion ne sont pas celles qu'on trouve par la mesure : ce point est établi en théorie de la double solution. Autrement dit, la densité de probabilité des valeurs cachées de l'impulsion est une densité *cachée* et il en est de même pour les densités attachées aux valeurs cachées des autres grandeurs physiques, sauf la position. Mais si on mesure l'une de ces grandeurs en séparant dans l'espace les trains d'ondes correspondant aux différents états propres, *les probabilités "cachées" calculées pour ce nouvel état deviennent actuelles et coïncident*

avec celles que l'on calcule habituellement ⁽⁵⁾ ⁽⁶⁾; évidemment, ce résultat sera vrai pour toutes les grandeurs qui commutent avec celle qu'on a choisi de mesurer, puisqu'elles ont les mêmes états propres et c'est pour cette raison qu'elles sont simultanément mesurables; au contraire, pour les grandeurs qui ne commutent pas avec la grandeur choisie, il n'y aura pas de séparation des états propres dans ce dispositif et les probabilités correspondant aux valeurs cachées de ces grandeurs, resteront elles-mêmes cachées.

C'est sur la base des principes exposés ici brièvement, que la théorie de la double solution parvient à interpréter les lois probabilistes de la Mécanique ondulatoire en termes de variables cachées obéissant au schéma statistique classique : remarquons en particulier que la position et l'impulsion étant simultanément définies, la théorie sait définir la probabilité $\rho(x,p) dx dp$ que la particule soit dans l'intervalle $(x, x + dx)$ avec une impulsion dans l'intervalle $(p, p + dp)$. Mais les probabilités que nous introduisons ne sont pas celles que l'on calcule habituellement; ce sont des probabilités cachées et c'est pourquoi *nous sommes d'accord avec la théorie habituelle pour ce qui est des résultats des mesures et des statistiques correspondantes*, tout au moins lorsque les prévisions sont correctement faites en tenant compte de l'extension finie des trains d'ondes et de leur séparation dans l'espace.

La distinction que nous faisons entre probabilités actuelles, probabilités prévues et probabilités cachées, qui a été longuement analysée dans les références citées de Louis de Broglie, nous paraît capitale car elle seule permet l'accord entre une théorie à variables cachées et les résultats statistiques exacts de la Mécanique ondulatoire dans la prévision des résultats des mesures. L'erreur essentielle qui invalide le célèbre théorème de von Neumann sur la prétendue impossibilité des théories à paramètres cachés est de croire que les paramètres cachés introduits dans la théorie doivent obéir aux lois statistiques habituellement définies en Mécanique ondulatoire : hypothèse absurde, puisque la statistique sur les paramètres cachés doit obéir au schéma classique, alors qu'il est notoire que la statistique habituelle

construite en Mécanique ondulatoire ne s'y conforme pas. Cette seule remarque suffit à montrer que s'il existe des paramètres cachés, leur statistique doit également être cachée.

Des auteurs plus récents, souvent partisans des théories à paramètres cachés, commettent eux aussi l'erreur de confondre les trois sortes de probabilités que nous distinguons. Ils sont ainsi conduits à considérer un système dans un certain état initial qu'ils décrivent par un ensemble de paramètres cachés (complètement abstraits, en général), sur lesquels ils définissent un schéma probabiliste classique et c'est à l'aide de ces probabilités classiques définies dans l'état initial du système, qu'ils calculent les moyennes des résultats de toutes les mesures qu'on réalisera *par la suite*. C'est notamment cette hypothèse qui est à la base de l'inégalité de Bell ⁽¹³⁾ ⁽¹⁴⁾ ⁽¹⁵⁾. Or il est évident qu'une telle démarche conduit forcément à un schéma statistique classique sur les résultats des mesures, donc à une contradiction avec les prévisions de la Mécanique ondulatoire, et il ne saurait être question d'admettre un tel point de vue qui revient à nier l'action du dispositif de mesure sur l'objet observé.

LES RELATIONS D'INCERTITUDE.

Une conséquence importante de l'analyse dont nous venons de tracer les grandes lignes est qu'elle implique une nouvelle interprétation des relations d'incertitude. Nous nous limiterons ici aux relations habituelles :

$$(2) \quad \delta x \cdot \delta p_x \geq h, \quad \delta y \cdot \delta p_y \geq h, \quad \delta z \cdot \delta p_z \geq h.$$

Tout le mystère dont on a entouré ces relations et les conclusions qu'on en a tirées au sujet d'un indéterminisme des lois de la Mécanique ondulatoire proviennent essentiellement de ce que les incertitudes sur la position et l'impulsion sont considérées comme simultanément actuelles et se rapportant au même état du système. Mais considérons, en prenant pour simplifier le cas d'un spectre discret, une particule dans un état ψ représentable par le développement :

$$(3) \quad \psi = \sum_k c_k a_k e^{\frac{i}{h} (E_k t - p_{k_x} x - p_{k_y} y - p_{k_z} z)}$$

où les a_k sont les amplitudes normées des composantes de Fourier.

Pour nous, la particule est à chaque instant localisée dans le train d'ondes représenté par la fonction ψ , mais sa position exacte nous est inconnue et elle est entachée d'incertitudes δx , δy , δz sur les trois coordonnées : ces incertitudes sont pour nous actuelles, elles sont définies pour cet état ψ et mesurent les dimensions du train d'ondes.

Mais la situation est tout à fait différente en ce qui concerne δp_x , δp_y , δp_z . En effet, dans l'état ψ , les différentes composantes du développement interfèrent, seule leur somme ψ a un sens physique et elles n'ont encore aucune signification individuelle : pas plus que les nombres p_k qui ne sont pas les valeurs actuelles de l'impulsion ou les nombres c_k qui ne sont que des amplitudes de probabilités prévues ; donc les incertitudes δp_x , δp_y , δp_z n'ont pas, elles non plus, de signification actuelle, elles ne sont que des *incertitudes prévues* et ne prendront un sens physique que quand, l'état initial ayant été détruit par un analyseur qui séparera dans l'espace les différentes composantes du développement (3), la particule pourra être animée d'un mouvement ayant l'une des valeurs p_k de l'impulsion. En somme, pour nous, les incertitudes δx , δy , δz d'une part et δp_x , δp_y , δp_z de l'autre, sont bien reliées par les inégalités (2), mais ne se rapportent pas au même état du système.

Ces inégalités expriment donc le fait que la position et l'impulsion ne peuvent pas être simultanément *mesurées* avec une précision infinie, elles n'expriment aucunement l'impossibilité que la position et l'impulsion puissent être simultanément *définies* comme variables cachées.

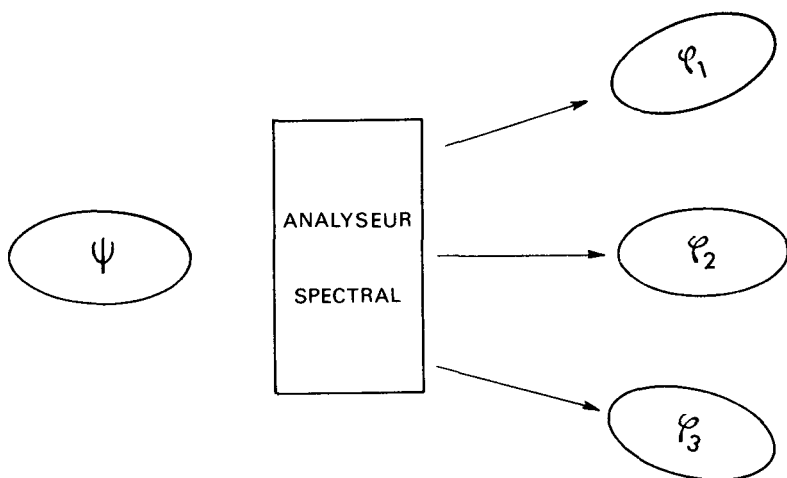
La théorie de la double solution fournit précisément l'exemple d'une théorie dans laquelle ces deux grandeurs sont simultanément définies et qui, pourtant, s'accorde avec les résultats et la statistique

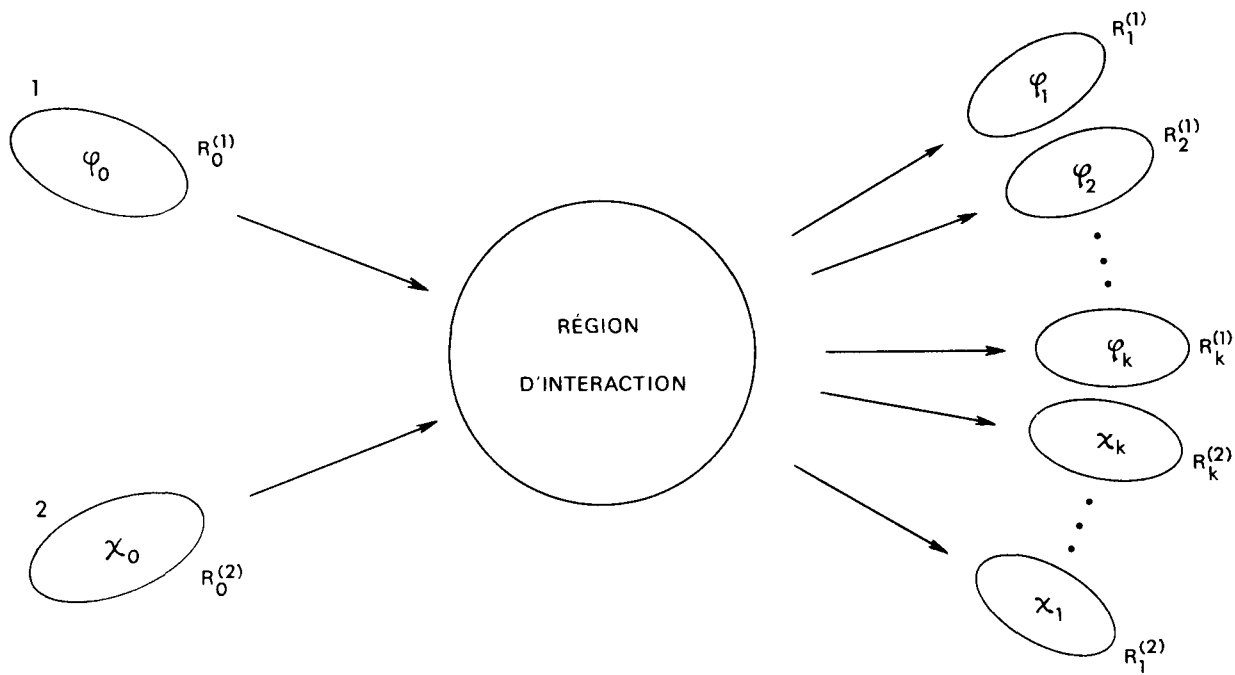
des mesures, prévus par la théorie habituelle. Même si l'on n'admet pas la valeur physique de la théorie de la double solution, et même si les faits venaient à l'infirmier, elle n'en constituerait pas moins un contre exemple qui montre la fausseté des interdits du théorème de von Neumann et l'inconsistance des développements philosophiques de l'Ecole de Copenhague sur la prétendue démonstration d'un indéterminisme fondamental des phénomènes naturels.

BIBLIOGRAPHIE.

- (¹) Louis de Broglie, C.R. 175, 811 (1922).
- (²) Louis de Broglie, C.R. 179, 1039 (1924).
- (³) Louis de Broglie, J. Ph. Rad. Série VI, 8, n° 5, p. 225 (1927).
- (⁴) David Bohm, Phys. Rev. 85, pp. 166 et 180 (1951).
- (⁵) Louis de Broglie, la Théorie de la mesure en Mécanique ondulatoire (Interprétation usuelle et Interprétation causale) Gauthier-Villars, Paris, (1957).
- (⁶) Louis de Broglie, Etude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris (1963)
- (⁷) A. Einstein, Podolsky, Rosen, Phys. Rev. 47, 777 (1935).
- (⁸) Louis de Broglie : Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire (La théorie de la double solution) Gauthier-Villars, Paris (1956).
- (⁹) E. Schrödinger, Naturwissenschaften 23, 787, 823, 844, (1935).
- (¹⁰) J. Von Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Berlin (1932).
Traduction française : Alcan, Paris (1946).
Traduction américaine : Princeton University Press (1955).

- (¹¹) F. London, E. Bauer, La théorie de l'observation en mécanique quantique, Actualités Scientifiques et Industrielles, n° 755, Hermann, Paris (1939).
- (¹²) Louis de Broglie, La réinterprétation de la Mécanique ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris (1971).
- (¹³) J.S. Bell, Physics, 1, 195 (1964).
- (¹⁴) Louis de Broglie, C.R. 278 B, 721 (1974).
- (¹⁵) G. Lochak, Hidden parameters, Hidden probabilities in quantum Mechanics a Half century Later, Reidel, Dordrecht, 1977. "Has Bell's inequality a general meaning for Hidden-variable theories", Foundations of Physics Vol.6, p.173, (1976)
- (¹⁶) J. Andrade e Silva, Foundations of Physics, Vol.2 n° 4, 245 (1972).
- (¹⁷) J. Andrade e Silva, Foundations of quantum mechanics, Proc; Int. Schools Enrico Fermi, Varenna (1971).
- (¹⁸) Louis de Broglie, même recueil.
- (¹⁹) Louis de Broglie, "sa conception du monde physique", ouvrage collectif, Gauthier-Villars, Paris (1973).
- (☆) *Article écrit en collaboration avec G. Lochak, A. Beswick, J. Vassalo-Pereira et publié en anglais dans Foundations of Physics, vol. 6, p. 3, 1076.*





Extrait de notre catalogue

D. HILBERT — Les fondements de la géométrie.

328 pages, 16×25, 1971, *Dunod, broché*

Traduction critique de l'œuvre fondamentale de l'illustre mathématicien. Le lecteur y trouvera l'exposé de sa pensée, ainsi que diverses améliorations apportées à son travail au cours des années.

A. EINSTEIN — Réflexions sur l'électrodynamique, l'éther, la géométrie et la relativité.

162 pages, 13,5×21, *nouveau tirage* 1972, *Gauthier-Villars, broché*

Ce livre réunit des textes longtemps ignorés. A travers eux, le lecteur retrouvera les deux grandes théories de la *relativité* et des *quanta*.

A. EINSTEIN — Quatre conférences sur la théorie de la relativité faites à l'Université de Princeton.

104 pages, 13,5×21, *nouveau tirage* 1971, *Gauthier-Villars, broché*

L'auteur résume les idées principales et les méthodes mathématiques qui servent de support à la théorie de la relativité.

A. EINSTEIN — La théorie de la relativité restreinte et générale. Exposé élémentaire. La relativité et le problème de l'espace.

186 pages, 13,5×21, *nouveau tirage* 1971, *Gauthier-Villars, broché*

Cet ouvrage fait connaître la théorie de la relativité d'un point de vue général, scientifique et philosophique.