LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

SUR UNE FORME NOUVELLE DE LA THÉORIE DU « CHAMP SOUSTRACTIF »

Par M. LOUIS DE BROGLIE.

Sommaire. — Après avoir fait un nouvel exposé des principes de la « théorie du champ soustractif » qu'il a récemment proposée, l'auteur montre comment on peut dans cette théorie exprimer la liaison entre les corpuscules élémentaires et les champs photoniques ou mésoniques, avec lesquels ils sont en interaction et précise certains aspects intéressants de cette interaction. Il rappelle ensuite comment on peut donner aux éléments des matrices d'interaction une forme qui soit satisfaisante du point de vue relativiste et étudie l'influence des corrections introduites ainsi sur la convergence des intégrales qui se présentent dans le calcul des énergies propres. Utilisant ensuite des calculs effectués par M. R. P. Feynman, il détermine d'une façon approximative la valeur des incréments de masse qui résultent pour l'électron de son interation avec le champ photonique et un champ mésonique : les résultats obtenus paraissent acceptables.

1. **Introduction.** — A partir de 1934, l'auteur du présent article a développé une forme nouvelle de la théorie quantique du champ électromagnétique qu'il a appelée « la Mécanique ondulatoire du photon » et qui présentait à ses yeux l'avantage de faire plus clairement rentrer la théorie quantique des champs dans le cadre général de la Mécanique ondulatoire des particules à spin. Dans cette théorie qui a été exposée dans plusieurs Ouvrages [1, 2, 3, 4], il a été attribué au photon une masse propre extrêmement petite, mais non nulle, et nous avons été ainsi conduit dès 1934 [1] à prendre comme équations de la particule de spin 1 des équations qui, mises sous forme vectorielle, sont des équations du type classique de Maxwell complétées par de petits termes contenant la masse propre. Des équations de même forme ont été ensuite proposées, en 1936, par M. Alexandre Proca, et on leur donne aujourd'hui dans la théorie du méson le nom d'équations de Proca. En somme, ces équations sont les équations générales des particules de spin 1.

Malheureusement, en ce qui concerne les interactions entre les charges électriques et le champ électromagnétique, la Mécanique ondulatoire du photon ne change rien d'essentiel aux résultats de la théorie quantique des champs et fournit en particulier une valeur infinie pour la masse propre des particules électrisées, résultat inadmissible qui embarasse les théoriciens depuis plus de 20 ans.

Récemment, nous avons repris sous une forme nouvelle une tentative (théorie du champ soustractif) faite naguère par M. Stuckelberg pour lever cette difficulté [5] et reprise ensuite de diverses façons par MM. Bopp [6], Pais [7] et Feynman [8]. Nous avons exposé nos idées nouvelles dans quatre Notes aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* [9] et dans un Mémoire de *Portugaliae mathematica* [10].

Sans reprendre ici le détail des calculs donnés dans ce dernier Mémoire, nous indiquerons seulement l'une des voies qui nous ont conduit à nos conceptions nouvelles et nous insisterons plus longuement sur la manière dont se présente à notre point de vue la question de l'interaction entre les particules et les champs.

2. **Introduction de l'hypothèse du champ soustractif.** — Dans la théorie générale des particules de spin 1, on associe à toute particule de cette catégorie un champ analogue à un champ électromagnétique et représenté par deux vecteurs **E** et **H** dont les six composantes forment les six composantes distinctes d'un tenseur antisymétrique de rang 2. Dans le cas où la particule de spin 1 est un

photon, les vecteurs **E** et **H** constituent le champ électromagnétique au sens usuel.

La théorie générale de la particule de spin 1 conduit à des équations de forme maxwellienne que nous écrirons complètement plus loin [*voir* équations (15)]. Parmi celles-ci, figure l'équation

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_{k_0} = -k_0^2 V_{k_0}, \tag{1}$$

V_{k_0} étant le potentiel scalaire correspondant à $\mathbf{E}_{k_0}$; k_0 est une constante qui caractérise la particule et qui est reliée à la masse propre m_0 par la relation

$$k_0 = \frac{2\pi}{h} m_0 c, \tag{2}$$

h étant la constante de Planck.

Dans la Mécanique ondulatoire du photon, on suppose que les photons sont des particules de spin 1 dont la masse μ_0 n'est pas rigoureusement nulle, mais seulement extraordinairement petite. La constante k_0 correspondante a une valeur extraordinairement petite $\gamma = \frac{2\pi}{h} \mu_0 c$ et, si l'on fait tendre vers zéro la valeur de γ, on retrouve à la limite pour le champ photonique les équations classiques de Maxwell. Pour le champ photonique, l'équation (1) prend donc la forme

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_{\gamma} = -\gamma^2 V_{\gamma}. \tag{3}$$

Nous allons maintenant introduire l'hypothèse du champ soustractif. Sous sa forme la plus simple, elle consiste à admettre que tout corpuscule électrisé est en interaction à la fois avec le champ photonique de constante évanouissante γ et avec un champ mésonique de constante $k_0 > \gamma$. Elle comporte de plus la précision supplémentaire suivante : la création du champ photonique par le corpuscule électrisé s'exprime en lui attribuant une charge électrique au sens ordinaire du mot égale à ε, tandis que la création du champ mésonique par le corpuscule s'exprime en lui attribuant une « charge mésonique » ε_1 égale à $-\varepsilon$.

L'hypothèse du champ soustractif ainsi précisé conduit immédiatement à écrire à la place des équations (2) et (3) les suivantes :

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E}_{k_0} &= -k_0^2 V_{k_0} + 4\pi\varepsilon_1 \delta(\mathbf{r}) \\ &= -\varepsilon_1 k_0^2 \frac{e^{-k_0 r}}{r} + 4\pi\varepsilon_1 \delta(\mathbf{r}), \\ \operatorname{div} \mathbf{E}_{\gamma} &= -\gamma^2 V_{\gamma} + 4\pi\varepsilon\delta(\mathbf{r}) \\ &= -\varepsilon\gamma^2 \frac{e^{-\gamma r}}{r} + 4\pi\varepsilon\delta(\mathbf{r}), \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

avec $\varepsilon_1 = -\varepsilon$. En effet, les potentiels créés ont la forme de potentiels du type Yukawa en $\frac{1}{r} e^{-k_0 r}$ ou ou $\frac{1}{r} e^{-\gamma r}$ et les derniers termes des équations (4) expriment la présence à l'origine des coordonnées de la charge qui crée le champ, car $\delta(\mathbf{r})$ est égal par définition au produit des fonctions singulières de Dirac $\delta(x)\, \delta(y)\, \delta(z)$.

En additionnant les équations (4), on obtient pour le champ total

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \operatorname{div}(\mathbf{E}_{k_0} + \mathbf{E}_{\gamma}) = 4\pi\varepsilon \left[\frac{k_0^2}{4\pi} \frac{e^{-k_0 r}}{r} - \frac{\gamma^2}{4\pi} \frac{e^{-\gamma r}}{r} \right]. \tag{5}$$

Le fait fondamental, c'est que les termes en $\delta(r)$ qui, dans les théories antérieures, sont à l'origine des valeurs infinies trouvées pour les énergies propres, ont disparu du second membre de (5).

Or l'équation (5) exprime que, pour le champ électrique total **E**, tout se passe comme si c'était un champ électrique ordinaire et comme si la particule ponctuelle chargée était remplacée par une distribution continue d'électricité de densité

$$\sigma(r) = \varepsilon \left[\frac{k_0^2}{4\pi} \frac{e^{-k_0 r}}{r} - \frac{\gamma^2}{4\pi} \frac{e^{-\gamma r}}{r} \right]. \tag{6}$$

La charge totale $\int \sigma\, dv$ est nulle comme on le vérifie aisément, mais si l'on fait tendre γ vers zéro, il reste à la limite une distribution de densité

$$\sigma(r) = \varepsilon \frac{k_0^2}{4\pi} \frac{e^{-k_0 r}}{r} \tag{7}$$

fortement concentrée autour de l'origine et de charge totale ε, tandis que la distribution de densité négative $-\varepsilon \frac{\gamma^2}{4\pi} \frac{e^{-\gamma r}}{\varepsilon}$ et de charge $-\varepsilon$ totale est rejetée à l'infini.

Le potentiel créé autour d'elle par la distribution (6) est

$$V(r) = \varepsilon \frac{e^{-\gamma r} - e^{-k_0 r}}{r} \simeq \varepsilon \frac{1 - e^{-k_0 r}}{r} \tag{8}$$

et cette expression correspond précisément à l'hypothèse du champ soustractif, ce qui est un intéressant recoupement.

Si l'on admet que toute l'énergie propre du corpuscule chargé provient de son énergie électrostatique, on trouve pour l'énergie propre la valeur *finie*

$$W_0 = \frac{\varepsilon^2}{4} \frac{(k_0 - \gamma)^2}{k_0 + \gamma} \simeq \frac{\varepsilon^2}{4} k_0. \tag{9}$$

Les résultats qui précèdent peuvent être généralisés. Nous avons, en effet, jusqu'ici considéré seulement des corpuscules électrisés et nous avons limité à deux le nombre des champs qui interviennent dans l'interaction. Il est facile de s'affranchir de ces restrictions.

Pour cela, nous considérons un corpuscule de spin 1 en interaction avec les champs de particules de spin 1 que, par définition, nous nommerons des «mésons», réservant ainsi cette appellation aux particules de spin 1 de masse très supérieure à celle de l'électron (1) Soient $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ les « charges » du corpuscule par rapport à ces divers champs. Si l'on reprend la théorie développée ci-dessus, on voit aisément que, pour que le corpuscule ait une énergie propre finie, c'est-à-dire pour que les termes en $\delta(r)$ s'éliminent, il faut avoir

$$\sum_{1}^{n}{}_{i}\, \varepsilon_i = 0. \tag{10}$$

On obtient alors pour la densité σ précédemment définie

$$\sigma(r) = -\sum_{1}^{n}{}_{i} \frac{\varepsilon_i}{4\pi} k_{0i}^2 \frac{e^{-k_{0i} r}}{r}, \tag{11}$$

la charge totale correspondante étant nulle.

Le potentiel $V(r)$ créé autour d'elle par cette distribution est

$$V(r) = \sum_{1}^{n}{}_{i}\, \varepsilon_i \frac{e^{-k_{0i} r}}{r} \tag{12}$$

et l'énergie propre W_0 du corpuscule chargé est donnée par

$$\begin{aligned} W_0 = {} & \frac{1}{2} \int \sum_{1}^{n}{}_{i}\, \varepsilon_i \frac{e^{-k_{0i} r}}{r} \\ & \times \left(-\sum_{1}^{n}{}_{i}\, \varepsilon_i \frac{k_{0i}^2}{4\pi} \frac{e^{-k_{0i} r}}{r} \right) 4\pi r^2 \, dr \\ = {} & -\frac{1}{4} \sum_{1}^{n}{}_{i} \sum_{1}^{n}{}_{j}\, \varepsilon_i \varepsilon_j \frac{k_{0i}^2 + k_{0j}^2}{k_{0i} + k_{0j}}. \end{aligned} \tag{13}$$

Dans le cas où le corpuscule est électrisé, l'une des charges ε_i est une charge électrique au sens ordinaire du mot et la partie correspondante de la densité σ est rejetée vers l'infini. Si, de plus, il y a seulement intervention de deux champs, un champ photonique et un champ mésonique, on posera

$$n = 2, \qquad \varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = \varepsilon, \qquad k_{01} = \gamma, \qquad k_{02} = k_0 \tag{14}$$

et l'on retrouvera les formules (6), (8) et (9).

La théorie ainsi généralisée paraît susceptible d'importantes applications à l'interprétation des forces nucléaires. Nous avons donné quelques indications à ce sujet à la fin de notre Mémoire de *Portugaliae Mathematica* [10] et dans la dernière de nos Notes aux *Comptes rendus* citées en [9]. Malgré leur intérêt, nous n'insisterons pas ici sur ces prolongements possibles de nos conceptions, parce que notre but dans cet article est de préciser la question de l'interaction entre les corpuscules de spin $\frac{1}{2}$ et les rayonnements.

3. La théorie précédente réalise une sorte de fusion des champs créés autour d'eux par les corpuscules chargés. — La théorie précédente réalise une sorte de fusion en un champ unique des divers champs mésoniques qui y interviennent (le champ photonique pouvant être considéré comme un champ mésonique particulier, avec cette seule différence que sa constante de masse γ est évanouissante). Cette caractéristique essentielle de la théorie apparaît déjà clairement quand on introduit le champ soustractif à l'aide du formalisme multitemporel de Dirac, Fock et Podolski, comme nous l'avons fait dans le paragraphe 2 de notre article de *Portugaliae Mathematica* [elle est déjà contenue dans la formule (5) de cet article]. Nous allons retrouver cette conclusion par une autre voie.

Considérons un corpuscule de spin $\frac{1}{2}$ en interaction avec n champs et écrivons les équations maxwelliennes des n champs complétées par les termes qui expriment la création des champs par la présence du corpuscule de charges $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ situé au point R et animé de la vitesse v.

$$\left.\begin{aligned} &a. && -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial t} = \operatorname{rot} \mathbf{E}_i, \\ &b. && \operatorname{div} \mathbf{H}_i = 0, \\ &c. && \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}_i}{\partial t} = +k_{0i}^2 \mathbf{A}_i + \operatorname{rot} \mathbf{H}_i - 4\pi\varepsilon_i \frac{\mathbf{v}}{c}\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{R}), \\ &d. && \operatorname{div} \mathbf{E}_i = -k_{0i}^2 V_i + 4\pi\varepsilon_i \delta(\mathbf{r}-\mathbf{R}), \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

avec $i = 1, \ldots, n$. D'après l'hypothèse du champ soustractif généralisée, nous avons entre les ε_i la relation (10).

Si nous supposons que le champ d'indice i n'agit que sur la charge de même indice, un raisonnement classique en théorie de Maxwell fournit aisément l'expression suivante de la densité d'énergie

$$w = \sum_{1}^{n}{}_{i} \frac{1}{8\pi} [E_i^2 + H_i^2 + k_{0i}^2 (A_i^2 + V_i^2)], \tag{16}$$

puis on trouve pour l'énergie totale en régime permanent

$$H = \int w \, d\tau = \frac{1}{2} \int \sum_{1}^{n}{}_{i}\, \varepsilon_i \left[V_i + \frac{\mathbf{v}}{c} \cdot \mathbf{A}_i \right] \delta(\mathbf{r}-\mathbf{R}) \, d\tau. \tag{17}$$

Transposé dans la théorie quantique, ce résultat conduit à prendre comme hamiltonien d'interaction entre le corpuscule et le champ l'expression (2)

$$H^{(1)} = \sum_{1}^{n}{}_{i}\, \varepsilon_i [V_i . 1 - \mathbf{A}_i . \alpha]\, \delta(\mathbf{r}-\mathbf{R}), \tag{18}$$

(1) Remarquons qu'avec cette convention, le méson μ ordinaire des rayons cosmiques ne paraît pas rentrer dans la catégorie des mésons telle que nous les définissons, puisqu'il est maintenant admis que le spin des mésons μ est égal à $\frac{1}{2}$.

(2) Dans les formules (44), (48), (51), (52) et (60) de [10], il faut changer le signe du terme en $\mathbf{A} . \boldsymbol{\alpha}$.

les matrices opérateurs 1 et $-c\alpha$ correspondant dans la théorie du corpuscule de spin $\frac{1}{2}$ (théorie de Dirac) à la densité de charge et à la densité de courant. L'expression (18) fournit pour la valeur de l'énergie mutuelle de deux charges a et b immobiles placées à la distance R_{ab} l'une de l'autre

$$W(R_{ab}) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^{(a)} \varepsilon_i^{(b)} \frac{e^{-k_{0i} R_{ab}}}{R_{ab}}, \tag{19}$$

et l'on trouve ainsi pour l'énergie propre du corpuscule, égale à $\frac{1}{2} \lim_{R_{ab} \to 0} W(R_{ab})$ une valeur infinie qui est inacceptable.

Comment se fait-il alors que nous ayons obtenu dans le paragraphe précédent une valeur finie de l'énergie propre du corpuscule ? C'est ce que nous avons implicitement admis que sur chaque charge ε_i agit non pas le seul champ $\mathbf{E}_i$, mais le champ total $\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_i$. En admettant cette hypothèse, reprenons le raisonnement de type classique qui conduit des équations (15) à la formule (16). Nous trouvons qu'en vertu de la relation (10), le terme $\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \mathbf{v} . \mathbf{E}$ qui dans la conception classique représenterait le travail par unité de temps est nul, mais nous voyons apparaître des termes de la forme $-\sum_{i=1}^{n} k_{0i}^2 \mathbf{A}_i . \mathbf{E}$ qui peuvent être interprétés comme représentant un travail du champ ignoré de la théorie habituelle. Il y a là une sorte de réinterprétation des termes en k_0^2 dans les équations maxwelliennes de la particule de spin 1, car on les considère maintenant comme définissant des densités de charge et de courant. Alors le raisonnement qui conduit à la formule (17) nous donne une formule qui, dans le cas statique, se réduira à

$$\int \frac{E^2}{8\pi} d\tau = -\frac{1}{2} \int \sum_{i=1}^{n} \frac{k_{0i}^2}{4\pi} V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \, d\tau. \tag{20}$$

Le premier membre peut être considéré comme l'énergie globale du champ statique total $\mathbf{E}$ qui se comporte comme un champ classique (de masse propre nulle), tandis que l'intégrale du second membre, où l'on posera $V_i = \varepsilon_i \frac{e^{-k_{0i} r}}{r}$, nous ramène à la valeur finie (13) de l'énergie propre.

Nous apercevons bien ainsi qu'en ce qui conerne du moins le champ créé par un corpuscule, ce formalisme substitue à l'ensemble des n champs de masse propre non nulle un champ global unique de masse propre nulle avec réinterprétation comme densités de charge et de courant des termes en k_0^2 dans les équations maxwelliennes des champs. Ainsi se trouve opérée une sorte de fusion des divers champs de constantes de masse k_{0i} et nous devons maintenant examiner ce qui en résulte pour l'interaction entre le corpuscule et les ondes photoniques ou mésoniques.

4. Interaction entre un corpuscule de spin $\frac{1}{2}$ et les ondes photoniques ou mésoniques.

— Nous considérons toujours un corpuscule de spin $\frac{1}{2}$ en présence de n champs de constantes de masse k_{01}, k_{02}, ..., k_{0n}. Il faut distinguer les champs « liés » créés autour du corpuscule par l'action de ses charges ε_i et les champs « libres » formés par une superposition d'ondes planes monochromatiques. Nous affecterons les champs liés de l'indice ε et les champs libres de l'indice zéro.

Comme le champ de Coulomb dans la théorie quantique des champs usuelle, les champs liés ne sont pas quantifiés. Dans un système de référence où le corpuscule est au repos, le champ $\mathbf{E}_\varepsilon$ dérive du potentiel (12) maintenant nommé V_ε par la formule $\mathbf{E}_\varepsilon = -\operatorname{grad} V_\varepsilon$. Dans un système de référence où le corpuscule est en mouvement avec la vitesse $\mathbf{v}$ les potentiels V_ε et $\mathbf{A}_\varepsilon$, ainsi que les champs $\mathbf{E}_\varepsilon$ et $\mathbf{H}_\varepsilon$, se déduisent des valeurs dans le système de repos par les formules de transformation relativiste bien connues.

Quant aux champs libres, ils constituent les ondes planes monochromatiques qui, pour chaque sorte de champ, transportent les particules correspondantes : ils obéissent séparément aux équations du type (15). Ainsi, pour le champ photonique, de constante de masse $\gamma \sim 0$, les champs libres sont les champs électromagnétiques associés aux ondes électromagnétiques qui transportent les photons. Ces champs libres sont essentiellement quantifiés. Quand le corpuscule change d'état quantique, il peut y avoir émission et absorption d'une particule de constante de masse k_{01} ou k_{02} ou... Sous réserve d'un raffinement relativiste que nous introduirons au paragraphe suivant, les éléments de matrice correspondant aux transitions quantiques d'émission ou d'absorption sont les mêmes qu'en Mécanique ondulatoire du photon, mais avec substitution au facteur $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ du facteur $\sigma(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ défini par la formule (11).

Pour le voir, supposons que le corpuscule de spin $\frac{1}{2}$ soit plongé dans une onde plane monochromatique, transversale ou longitudinale, de vecteur de propagation $\mathbf{k}$ avec $|\mathbf{k}|^2 = k^2 - k_0^2$. L'hamiltonien du système total sera

$$\begin{aligned} H = {} & \frac{1}{8\pi}\int (E_\varepsilon^2 + H_\varepsilon^2)\,\mathrm{d}\tau \\ & + \frac{1}{8\pi}\int [E_0^2 + H_0^2 + k_0^2(V_0^2 + A_0^2)]\,\mathrm{d}\tau \\ & + \frac{1}{2}\int \left(V_0 + \frac{\mathbf{v}}{c}\cdot\mathbf{A}_0\right)\sigma\,\mathrm{d}\tau. \end{aligned} \tag{21}$$

Le premier terme qui, dans le système où le corpuscule est immobile, se réduit à

$$\frac{1}{8\pi}\int E_\varepsilon^2\,\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}\int V_\varepsilon\sigma\,\mathrm{d}\tau \tag{22}$$

n'est pas autre chose que l'énergie propre du corpuscule précédemment étudiée. Le second terme de (22) représente l'énergie du champ libre. Quant au troisième terme

$$H^{(1)} = \frac{1}{2}\int \left(V_0 + \frac{\mathbf{v}}{c}\cdot\mathbf{A}_0\right)\sigma\,\mathrm{d}\tau, \tag{23}$$

nous devons, du point de vue quantique, le transformer en un hamiltonien d'interaction entre le corpuscule et l'onde en tenant compte de la correspondance $\mathbf{v} \sim -c\boldsymbol{\alpha}$. Nous obtenons alors, en désignant par $\Psi^{(1)}$ et $\Psi^{(2)}$ les fonctions d'onde du corpuscule dans son état initial et dans son état final, l'expression suivante de l'élément de matrice correspondant à cette transition

$$\begin{aligned} & \iint \Psi^{(2)*}(\mathbf{R}, t)\,[V_0(\mathbf{r}, t) - \mathbf{A}_0(\mathbf{r}, t).\boldsymbol{\alpha}] \\ & \quad \times \Psi^{(1)}(\mathbf{R}, t)\,\sigma(\mathbf{R} - \mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{R}\,\mathrm{d}\mathbf{r}, \end{aligned} \tag{24}$$

où σ est la densité (11). C'est bien là, comme nous le verrons plus en détail sur un cas particulier au paragraphe 5, la forme des éléments d'interaction considérés par la Mécanique ondulatoire du photon, mais avec substitution de $\sigma(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ à $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R})$.

Nous devons maintenant examiner une difficulté que le schéma précédent paraît soulever. Supposons qu'il existe dans la nature n sortes de particules de spin 1 en y comprenant les photons auxquels nous réserverons, quand ils interviennent, l'indice 1. En principe, un corpuscule de spin $\frac{1}{2}$ peut être en interaction avec ces n sortes de champs, mais il peut arriver qu'avec certains d'entre eux l'interaction soit nulle si la charge ε_i correspondante est nulle. Par exemple, si la charge « électrique » ε_1 est différente de zéro, le corpuscule sera électrisé et entrera en interaction avec le champ photonique : si, au contraire, ε_1 est nulle, le corpuscule sera neutre et n'interagira pas avec le champ photonique. Ceci sera le cas par exemple pour les neutrons et, comme la condition $\sum_1^n{}_i\,\varepsilon_i = 0$ doit toujours être satisfaite, nous pouvons conclure, comme je l'ai déjà signalé, qu'il doit exister au moins deux sortes de particules de spin 1 autres que les photons.

Voici maintenant la difficulté qui a été annoncée : Si une onde électromagnétique, c'est-à-dire photonique, vient frapper un neutron, comme dans l'expression (24), σ n'est pas nulle même quand $\varepsilon_1 = 0$, l'élément de matrice (24) n'est pas nul en principe et il semble en résulter qu'un corpuscule neutre doit pouvoir émettre, absorber ou diffuser les ondes électromagnétiques, conclusion paradoxale. Nous allons montrer que, du moins pour les ondes électromagnétiques de longueurs d'onde usuelles, il n'en est rien.

En effet, considérons une onde électromagnétique plane monochromatique de vecteur de propagation $\mathbf{k}$ dont nous prendrons la direction de propagation comme axe des z. Nous aurons $|\mathbf{k}| \simeq k$ et les potentiels de l'onde seront proportionnels à $e^{ik(ct-z)}$. Donc l'élément de matrice (24), compte tenu de la forme de $\sigma(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ donnée par (11), contiendra le facteur

$$\begin{aligned} & \iint \sigma\, e^{-ikz}\, 2\pi r^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}r \\ & \quad = -\sum_1^n{}_i\,\varepsilon_i \frac{k_{0i}^2}{2}\int_0^\infty r\,\mathrm{d}r \int_0^\pi \mathrm{d}\theta\, e^{-k_{0i}z}\, e^{-ikz\cos\theta} \sin\theta \\ & \quad = -\sum_1^n{}_i\,\varepsilon_i \frac{k_{0i}^2}{k_{0i}^2 + k^2}. \end{aligned} \tag{25}$$

Supposons d'abord le corpuscule électrisé ($\varepsilon_1 \neq 0$, $k_{01} = \gamma \sim 0$). Le premier terme de la somme (25) est négligeable. De plus, si comme nous le supposons toujours les masses des particules de spin 1 autres que les photons sont de l'ordre « mésonique », les k_{0i} pour $i \geqq 2$ sont toujours au moins 10^4 fois plus grands que k, même si le rayonnement incident est un rayonnement γ dur. Le facteur (25) a donc pour valeur

$$-\sum_2^n{}_i\,\varepsilon_i \frac{k_{0i}^2}{k_{0i}^2 + k^2} \simeq -\sum_2^n{}_i\,\varepsilon_i = \varepsilon_1. \tag{26}$$

Il en résulte que, sauf pour des longueurs d'onde de l'ordre des dimensions nucléaires, l'onde électromagnétique agit sur le corpuscule électrisé comme s'il avait seulement la charge ε_1, ce qui est conforme aux idées habituelles.

Mais supposons maintenant que le corpuscule soit neutre. Alors la constante de masse très petite $k_{01} = \gamma$ ne figure pas dans la somme (25) puisque $\varepsilon_1 = 0$ et, comme dans cette somme tous les k_{0i} sont avec les rayonnements usuels beaucoup plus grands que k, elle se réduit à $-\sum_1^n \varepsilon_i$, ce qui est nul d'après (10). Donc, sauf pour des ondes dont la longueur d'onde serait de l'ordre des dimensions nucléaires, il n'y a pas d'interactions entre un corpuscule neutre et une onde électromagnétique.

Nous retrouvons donc dans les deux cas les conceptions auxquelles nous sommes habitués : c'est seulement dans le cas des rayonnements dont la longueur d'onde serait de l'ordre des dimensions nucléaires qu'il pourrait en être autrement.

Nous pouvons retrouver les résultats précédents d'une façon plus intuitive. Bornons-nous au cas où le corpuscule n'a que deux charges différentes de zéro. Il y a alors deux distributions continues de charges associées au corpuscule dont les densités sont respectivement $-\varepsilon_1 \frac{k_{01}^2}{4\pi} \frac{e^{-k_{01} r}}{r}$ et $-\varepsilon_2 \frac{k_{02}^2}{4\pi} \frac{e^{-k_{02} r}}{r}$, les charges totales correspondantes étant $-\varepsilon_1$ et $-\varepsilon_2$. Si le corpuscule est électrisé ($k_{01} \sim 0$), la première distribution de charge est pratiquement rejetée à l'infini et n'agit pas sur une onde de dimensions finies. Au contraire, la seconde distribution de charge totale $-\varepsilon_2 = \varepsilon_1$ égale à la charge électrique est concentrée dans un domaine dont les dimensions sont de l'ordre de 10^{-13} cm et, comme la longueur d'onde de l'onde électromagnétique incidente est pratiquement toujours beaucoup plus grande, l'interaction entre le corpuscule et l'onde est la même que si le corpuscule était ponctuel et portait la charge électrique ε_1.

Pour un corpuscule neutre ($\varepsilon_1 = 0$), il y a deux distributions de charges totales ε_2 et $\varepsilon_3 = -\varepsilon_2$, qui correspondent toutes deux à des champs mésoniques de grande constante k_0. Ces distributions sont concentrées dans un domaine de l'ordre nucléaire : elle agissent toutes deux sur l'onde électromagnétique, mais comme la longueur d'onde de celle-ci est pratiquement toujours très supérieure aux dimensions nucléaires, les effets des deux distributions se contrebalancent. Tout se passe comme si le corpuscule portait une charge ponctuelle égale à $-\varepsilon_2 - \varepsilon_3 = 0$; il n'y a donc pas d'effet.

Il est assez curieux de noter que, dans le cas d'un corpuscule chargé, c'est la densité mésonique $-\varepsilon_2 \frac{k_{02}^2}{4\pi} \frac{e^{-k_{02} r}}{r}$ de charge totale égale à la charge électrique ε_1 qui agit seule sur l'onde électromagnétique. Si cette onde est affectée par la présence d'un corpuscule électrisé, c'est finalement parce que la densité « photonique » de celui-ci $-\varepsilon_1 \frac{\gamma^2}{4\pi} \frac{e^{-\gamma r}}{r}$ de charge totale $-\varepsilon_1$ est inactive parce que rejetée à l'infini.

Pour compléter cette étude de l'interaction entre le corpuscule et les champs, il faudrait introduire la quantification des champs. Nous n'entreprendrons pas cette analyse, mais il nous paraît probable qu'elle conduirait à la conclusion suivante : pour les phénomènes usuels (c'est-à-dire ceux qui ne font pas intervenir les phénomènes nucléaires) et bien qu'il faille, en raison de la fusion des champs réalisés par nos conceptions, poser dans le terme d'interaction

$$V_0 = \sum_1^n {}_i V_{0i} \qquad \text{et} \qquad \mathbf{A}_0 = \sum_1^n {}_i \mathbf{A}_{0i},$$

l'interaction entre un corpuscule de spin $\frac{1}{2}$ et les champs $k_{01}, k_{02}, \ldots, k_{0n}$ est la même que si le corpuscule interagissait *séparément* avec chacun des champs libres. La question mériterait certainement d'être étudiée de près.

5. Introduction d'une correction relativiste dans l'expression (24) de l'élément de matrice. — Revenons à l'expression (24) de l'élément de matrice et supposons que la transition correspondante fasse passer le corpuscule de spin $\frac{1}{2}$ d'un état de mouvement rectiligne et uniforme à un autre état de mouvement rectiligne et uniforme [3] avec absorption d'une particule de champ. Dans l'expression (24), $V(\mathbf{r}, t)$ et $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ sont les composantes du quadrivecteur d'univers potentiel et ont la forme

$$A_i(\mathbf{r}, t) = A_i^{(0)} e^{i[kct - \mathbf{k}.\mathbf{r}]}. \tag{27}$$

Les fonctions $\Psi^{(1)}(\mathbf{R}, t)$ et $\Psi^{(2)}(\mathbf{R}, t)$ sont les fonctions d'onde (du type de Dirac) qui décrivent l'état initial et l'état final du corpuscule : leurs composantes sont de la forme

$$\left.\begin{aligned} \Psi_k^{(1)}(\mathbf{R}, t) &= a_k^{(1)} e^{i[K_1 ct - \mathbf{K}_1.\mathbf{R}]}, \\ \Psi_k^{(2)}(\mathbf{R}, t) &= a_k^{(2)} e^{i[K_2 ct - \mathbf{K}_2.\mathbf{R}]}, \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

où les indices k sont ceux de la théorie de Dirac. On a

$$\left.\begin{aligned} K_1^2 &= |\mathbf{K}_1|^2 + \frac{4\pi^2}{h^2} m_0^2 c^2, \\ K_2^2 &= |\mathbf{K}_2|^2 + \frac{4\pi^2}{h^2} m_0^2 c^2, \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

m_0 étant la masse propre du corpuscule chargé.

Le vecteur $\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2$ mesure, au facteur $\frac{2\pi}{h}$ près, la variation de la quantité de mouvement du corpuscule lors de la transition et le scalaire $K = K_1 - K_2$ mesure de même au facteur $\frac{2\pi}{hc}$ près, la variation correspondante de l'énergie. Malgré l'existence des relations (29), il n'y a aucune relation générale entre K et $\mathbf{K}$.

Si l'on a affaire non à l'absorption, mais à l'émission d'une particule de spin 1, il faut dans l'expression (24) remplacer V et $\mathbf{A}$ par les grandeurs complexes conjuguées V^* et $\mathbf{A}^*$. La conservation de la quantité de mouvement qui a toujours lieu

(3) Dans la théorie quantique, il n'y a pas lieu de considérer un mouvement accéléré, un tel mouvement se réduisant à une suite de transitions quantiques entre états de mouvements rectilignes et uniformes.

donne $\mathbf{K} = \pm \mathbf{k}$ suivant qu'il y a absorption ou émission, de sorte que l'on a, dans les deux cas,

$$|\mathbf{K}|^2 = k^2. \qquad (30)$$

Mais on n'a pas $K = k$, car la conservation de l'énergie n'a pas lieu en général dans une transition élémentaire.

En introduisant dans (24), l'expression (27) des potentiels, on trouve que la composante A_j apparaît dans le terme d'interaction par le facteur

$$A_j^{(0)} e^{i(kct - \mathbf{k}.\mathbf{R})} \int e^{-ik(\mathbf{r}-\mathbf{R})} \sigma(\mathbf{r} - \mathbf{R})\, d\mathbf{r}. \qquad (31)$$

En prenant alors $\mathbf{r} - \mathbf{R}$ comme variable d'intégration, on voit que l'intégrale précédente est égale à $-\sum_1^n \varepsilon_i \frac{k_{0i}^2}{k_{0i}^2 + |\mathbf{k}|^2}$. Dans le cas simple d'un corpuscule de charge électrique ε qui n'est en interaction qu'avec le champ photonique et un seul champ mésonique de constante de masse k_0, l'expression précédente se réduit à

$$\varepsilon \frac{k_0^2}{k_0^2 + |\mathbf{k}|^2} = \varepsilon \frac{k_0^2}{k_0^2 + |\mathbf{K}|^2}$$

et l'élément de matrice s'écrit

$$\varepsilon \int \Psi^{(2)*}(\mathbf{R}, t) \times [V(\mathbf{R}, t).1 - \mathbf{A}(\mathbf{R}, t).\alpha] \Psi^{(2)}(\mathbf{R}, t) \frac{k_0^2}{k_0^2 + |\mathbf{K}|^2} d\mathbf{R}. \qquad (32)$$

L'élément de matrice est donc le même que celui qu'emploie la théorie quantique des champs usuelle, mais avec introduction sous l'intégrale du facteur $\frac{k_0^2}{k_0^2 + |\mathbf{K}|^2}$.

Comme l'élément de matrice utilisé par la théorie quantique des champs a une variance relativiste correcte, il faudrait, pour que l'expression (32) soit satisfaisante du point de vue relativiste, que le facteur de correction introduit par notre raisonnement soit un invariant. Or ce facteur de correction sous sa forme générale

$$-\sum_1^n \varepsilon_i \frac{k_{0i}^2}{k_{0i}^2 + |\mathbf{k}|^2} = -\sum_1^n \varepsilon_i \frac{k_{0i}^2}{k_{0i}^2 + |\mathbf{K}|^2}. \qquad (33)$$

n'est visiblement pas un invariant relativiste, puisque les ε_i et les k_{0i} sont des invariants, tandis que $|\mathbf{K}|$ n'est pas un invariant. Dans notre Mémoire [10] de *Portugaliae Mathematica*, nous avons donné un raisonnement détaillé, pour montrer qu'on doit, pour obtenir une variance relativiste correcte, remplacer $|\mathbf{K}|$ dans l'expression (33) par $|\mathbf{K}|^2 - K^2$. D'ailleurs cette modification est négligeable dans le cas « quasi statique » où le rapport $\frac{K}{|\mathbf{K}|}$ toujours inférieur à 1, est négligeable devant l'unité. Naturellement, dans le cas général, le même raisonnement amène à remplacer le facteur (33) par le facteur

$$-\sum_1^n \varepsilon_i \frac{k_{0i}^2}{k_{0i}^2 + |K|^2 - K^2}. \qquad (34)$$

L'invariance relativiste du facteur ainsi modifié est évidente car, $\mathbf{K}$ et K étant respectivement la différence des quantités de mouvement et des énergies entre l'état initial et l'état final du corpuscule, sont les composantes d'un quadrivecteur d'espace-temps dont la norme $K^2 - |\mathbf{K}|^2$ est invariante.

Indiquons maintenant comment l'introduction des facteurs (33) et (34) fait converger les intégrales divergentes que l'on rencontre en théorie quantique des champs quand on calcule la masse propre d'un électron. Nous nous placerons dans le cas simple où l'on suppose l'électron en interaction avec le champ photonique et un seul champ mésonique de constante de masse k_0. On sait que, dans le calcul habituel de la portion de la masse propre de l'électron qui provient de l'émission et de la réabsorption virtuelles de photons (ou de mésons), on aboutit à des intégrales de la forme $\int_0^\infty [\ldots]\, d|\mathbf{k}|$, qui sont divergentes. Pour éviter ces divergences, on introduit souvent un procédé arbitraire de coupure qui consiste à limiter l'intégration dans l'espace des $\mathbf{k}$ a une sphère de rayon K_M et à écrire $\int_0^{K_M}$ au lieu de $\int_0^\infty$. Ce procédé de coupure est artificiel et sans justification théorique.

Si l'on reprend ce calcul dans la théorie que nous développons, en employant le facteur (33), on est amené à des intégrales de la forme

$$\int_0^\infty [\ldots] \left(\frac{k_0^2}{k_0^2 + |\mathbf{k}|^2}\right)^2 d|\mathbf{k}|,$$

qui sont convergentes. Le fait que le facteur (33) figure au carré sous l'intégrale, s'explique par le fait que le processus d'émission et de réabsorption virtuelles s'opère en deux étapes. Si l'on compare la forme des intégrales ainsi obtenues avec celles qu'on utilisait auparavant dans la théorie quantique des champs en employant le procédé de coupure, on voit que l'on doit obtenir ici des résultats voisins de ceux qu'on obtiendrait avec l'ancien procédé de coupure en prenant K_M de l'ordre de k_0.

Cependant les considérations précédentes ne sont pas réellement exactes. En effet, pour les grandes valeurs de $\mathbf{k}$, le corpuscule est fortement mis en mouvement par l'émission ou l'absorption de la particule de champ. Le rapport $\frac{K}{|\mathbf{K}|}$, n'étant pas alors négligeable, c'est l'expression (54) et non l'expression (53) qu'il faut employer et le facteur qui s'introduit dans les intégrales est $\left(\frac{k_0^2}{k_0^2 + |\mathbf{k}|^2 - K^2}\right)^2$.

Nous allons voir que ceci diminue la convergence des intégrales, mais sans la supprimer.

En effet, quand un corpuscule de masse propre m_0 primitivement au repos absorbe un quantum à l'onde de vecteur de propagation **k**, on a pour la transition effectuée

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}, \qquad K = \sqrt{|\mathbf{k}|^2 + \frac{4\pi^2}{h^2} m_0^2 c^2} - \frac{2\pi}{h} m_0 c. \quad (35)$$

Pour $\mathbf{k} > \frac{2\pi}{h} m_0 c$ on a approximativement

$$K \simeq |\mathbf{k}| - \frac{2\pi}{h} m_0 c \quad (36)$$

et par suite,

$$1 - \frac{K^2}{|\mathbf{k}|^2} \simeq \frac{4\pi}{h} \frac{m_0 c}{|\mathbf{k}|}. \quad (37)$$

Comme $k_0 = \frac{2\pi}{h} m_{k_0} c$ où m_{k_0} est la masse propre de la particule de constante de masse k_0, on trouve

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{k_0^2}{k_0^2 + |\mathbf{k}|^2 - K^2} = \dfrac{1}{1 + 2\dfrac{m_0}{m_{k_0}} \dfrac{|\mathbf{k}|}{k_0}} \to \dfrac{m_{k_0}}{2 m_0} \dfrac{k_0}{|\mathbf{k}|} \\ \text{pour} \quad |\mathbf{k}| \to \infty. \end{array}\right\} \quad (38)$$

Comme c'est le carré de l'expression (38) qui figure sous les intégrales, on voit donc que pour les grandes valeurs de $|\mathbf{k}|$, ce facteur décroîtra comme $|\mathbf{k}|^{-2}$: la convergence sera assurée, mais moins rapidement que si l'on avait employé l'expression non corrigée (33).

Si l'on compare de nouveau les intégrales obtenues avec celles que fournit dans la théorie quantique des champs le procédé de coupure, on voit que finalement on doit obtenir ici des résultats voisins de ceux fournis par l'ancien procédé de coupure quand on prend K_M de l'ordre de $\frac{m_{k_0}}{2 m_0} k_0$. Nous allons en nous appuyant sur ce résultat examiner de plus près ce que fournit le calcul de la masse propre de l'électron dans la nouvelle théorie.

6. **La masse propre de l'électron.** — Nous désignerons par — e la charge de l'électron et par m_0 sa masse propre expérimentale, c'est-à-dire celle qu'on peut déterminer par des mesures mécaniques. Nous admettrons toujours l'hypothèse, simple (mais non absolument nécessaire dans notre théorie), que l'électron est en interaction avec deux champs seulement : le champ des photons et un champs de mésons de constante de masse k_0. Le potentiel qui entoure l'électron a alors la forme

$$V(r) = -e \frac{e^{-\gamma r} - e^{-k_0 r}}{r} \simeq -e \frac{1 - e^{-k_0 r}}{r}. \quad (39)$$

On admet souvent aujourd'hui qu'une partie de la masse de l'électron a une origine inconnue, non électromagnétique. Il semble naturel dans notre théorie d'écarter cette hypothèse et de chercher à interpréter la totalité de la masse propre de l'électron à l'aide de nos conceptions nouvelles. La première partie la plus importante de la masse propre proviendrait de l'énergie du champ lié défini par (39) et serait donnée d'après la formule (9) par l'expression

$$m_\varepsilon = \frac{1}{c^2} \frac{e^2}{4} k_0. \quad (40)$$

Une autre partie de la masse aurait pour origine l'émission et la réabsorption virtuelles par l'électron de photons ou de mésons longitudinaux ou transversaux : en séparant ce qui est dû aux photons et ce qui est dû aux mésons, on pourrait écrire cet incrément de masse sous la forme $\Delta m_\gamma + \Delta m_{k_0}$. Si nous supposons, ce que les calculs qui vont suivre paraissent justifier, que Δm_γ et Δm_{k_0} sont très petits devant m_ε, nous pourrons écrire approximativement

$$m_0 \simeq \frac{1}{c^2} \frac{e^2}{4} k_0, \quad (41)$$

d'où nous tirons pour la masse m_{k_0} des mésons qui interviennent ici, la valeur approchée que nous avons déjà donnée précédemment [9, *a*]

$$m_{k_0} = 4.137\, m_0 = 548\, m_0. \quad (42)$$

Il faut maintenant chercher à évaluer les incréments de masse que nous nommons Δm_γ et Δm_{k_0}. Un calcul de ce genre a été effectué par M. Feynman dans l'un de ses Mémoires [11] en employant les formules de la théorie quantique des champs rendues convergentes par le procédé de coupure. En principe, il nous faudrait ici reprendre tous les calculs de M. Feynman en étendant toutes les intégrales de 0 à ∞, mais en introduisant sous les signes somme le facteur de convergence étudié précédemment. Les calculs sont compliqués et n'ont pas été effectués, mais il semble, d'après ce qui a été dit à la fin du dernier paragraphe, que l'on doive obtenir une valeur approchée de leurs résultats en utilisant les formules de Feynman et en y remplaçant la limite supérieure des intégrales, qui dans nos notations est égale à $\frac{hc}{2\pi} K_M$, par $\frac{m_{k_0}}{2 m_0} m_{k_0} c^2$.

Procédant ainsi, nous partirons de la formule (7 *a*) du Mémoire de Feynman : nous y négligerons les termes cinétiques en P_0, ainsi que les termes en

$$\left(\frac{m_0 c^2}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{m_{k_0}}{m_0}\right)^2$$

qui doivent être très petits. Nous obtiendrons ainsi avec nos notations

$$\Delta m_\gamma = \frac{1}{137\pi} m_0 \left[\frac{3}{2} \log \frac{2 K_M}{m_0 c^2} - \frac{1}{4}\right]$$
$$= \frac{1}{137\pi} m_0 \left[3 \log \frac{m_{k_0}}{m_0} - \frac{1}{4}\right] \simeq 0{,}044\, m_0. \quad (43)$$

De même, la formule (9) de Feynman nous donne

$$\Delta m_{k_0} = \Delta m_\gamma - \frac{1}{137\pi}\left[\frac{3}{2}\log\frac{m_{k_0}}{m_0} + \frac{3}{8}\right] m_0 \simeq 0{,}022\, m_0. \quad (44)$$

Dans son Mémoire, M. Feynman, dont la théorie est différente de la nôtre, considère que l'incrément total de masse doit être pris égal à $\Delta m_\gamma - \Delta m_{k_0}$. Il nous paraît logique de considérer que les deux incréments de masse dus à des processus d'émission et de réabsorption indépendants s'ajoutent et par suite d'écrire

$$m_0 = m_\xi + \Delta m_\gamma + \Delta m_{k_0}, \quad (45)$$

d'où

$$m_\xi \simeq 0{,}93\, m_0. \quad (46)$$

La formule approchée (41) devrait donc être remplacée par la formule plus exacte

$$0{,}93\, m_0 = \frac{1}{c^2}\frac{e^2}{4} k_0, \quad (47)$$

ce qui conduirait à la valeur plus exacte de m_{k_0}

$$m_{k_0} = 0{,}93 . 548\, m_0 \simeq 510\, m_0. \quad (48)$$

On pourrait remarquer qu'on a signalé tout récemment l'existence possible de mésons ayant des masses de cet ordre [12]. Mais la théorie qui vient d'être esquissée est encore trop incertaine pour qu'on puisse attacher beaucoup d'importance à une coïncidence de ce genre ([4]).

([4]) Nous avons montré récemment que l'introduction du facteur de convergence (34) paraît faire aussi converger les intégrales qui se présentent dans le problème de la polarisation du vide *C. R. Acad. Sc.* (1950, **230**, 2061).

Manuscrit reçu le 30 mars 1950.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] *Actualités scientifiques*, n° 181, 1934 et n° 411, 1936, Hermann, Paris.
[2] Une nouvelle théorie de la lumière : la Mécanique ondulatoire du photon (2 volumes), Paris, Hermann 1940-1942.
[3] Théorie générale des particules à spin, Gauthier-Villars, Paris, 1943.
[4] La Mécanique ondulatoire du photon et la théorie quantique des champs électromagnétiques, Gauthier-Villars, Paris, 1949.
[5] STUECKELBERG E. G. C. — *Nature*, 1939, **144**, 118 et *Helvetica Physica Acta*, 1941, **14**, 51.
[6] BOPP F. — *Ann. der Physik*, 1940, **38**, 345 et 1943, **42**, 575.
[7] PAIS A. — *Varhandlingen der Nederlansche Academie*, 1er Sectie, Deel XIX, n° 1, Amsterdam, 1947.
[8] FEYNMAN R. P. — *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 939.
[9] *C. R. Acad. Sc.* : *a.* 1949, **229**, 157; *b.* 1949, **229**, 269; *c.* 1949, **229**, 401; *d.* 1949, **229**, 640.
[10] *Portugaliae Mathematica*, 1949, **8**, 37.
[11] FEYNMAN R. P. — *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 430.
[12] *Voir* par exemple : FORSTER HARRIET H. — *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 1949, **24**, 16.